

M-P 相関関係によるPC梁断面の長期曲げ設計法

寒川 勝彦^{*1}・中塚 信^{*2}・島田 安章^{*3}

プレストレストコンクリート（以下 PC と略記）梁は、プレストレスという付加価値によって梁部材のせい、たわみ、ひび割れ幅等の制御が可能となる優れた構造である。しかし反面、プレストレスという付加価値のため、断面曲げ設計において鉄筋コンクリート梁のような簡便な設計式が使えないことや不静定応力が発生するなど計算が煩雑になり、それらが PC 利用の発展を阻害しているとの意見もある。本研究では、プレストレス力 (P) による曲げモーメント (M) の付加から長期設計曲げモーメントの載荷と続く PC 梁の断面設計プロセスが、 $M-P$ 平面を用いれば断面応力分布の変化とともに、視覚的に表現できることを論理的に示した。さらに PC の設計に不可欠な、仮定断面、定着具と最大偏心距離との関係、T型断面の断面諸量、不静定応力等に関する設計資料を提示するとともに、PC 梁断面の簡便な長期曲げ設計法を計算例を通して論じている。

キーワード：PC 曲げ部材、 $M-P$ 相関関係、断面応力分布、T型断面、不静定応力、設計例

1. はじめに

プレストレストコンクリート（以下 PC と略記）梁は、プレストレスという付加価値によって梁部材のせい、たわみ、ひび割れ幅等の制御が可能となる優れた構造である。しかし反面、プレストレスという付加価値は、断面設計における鉄筋コンクリート（以下 RC）梁の $M = a_t \cdot f_t \cdot j$ (M : 設計モーメント, a_t : 引張鉄筋断面積, f_t : 鉄筋の許容応力, j : 断面の応力中心間距離) のような簡便式を使えないことや不静定応力が発生するなど計算が煩雑になり、それらが PC の裾野の広がらない原因であるとの指摘もある。これに対し、プレストレス力 (P) を軸力と見なす考え方から、日本建築学会の現行のプレストレスト鉄筋コンクリート（PRC）構造設計指針では、鉄筋コンクリート柱の軸力・曲げモーメント相関関係の利用も行われているが、断面決定の設計過程にまで十分応用できているとは言いたい。

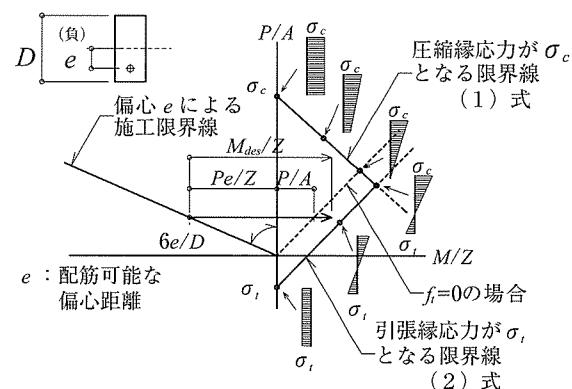
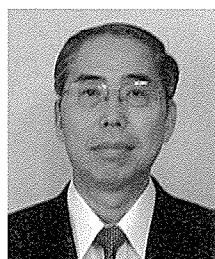
本研究は、プレストレス力による曲げモーメントの付加から長期設計曲げモーメント (M_{des}) の載荷と続く設計プロセスを、梁断面応力分布の変化とともに $M-P$ 平面上で明快に説明できることを示した研究^{1,2)}をさらに発展させ、同時に設計に不可欠な、仮定断面、定着具と最大偏心距離

との関係、T型断面の断面諸量、不静定応力等に関する設計資料を提示して、ひび割れを許さない PC 梁断面の簡便な長期曲げ設計法を提案するものである。

2. $M-P$ 相関関係を用いる PC 梁設計法

2.1 $M/Z - P/A$ 平面での PC 梁設計式の表示

本節では、図-1 に示す $(M/Z) - (P/A)$ 平面を用いて PC 梁断面を設計する手法について述べる。

図-1 $M/Z - P/A$ 相関関係図^{*1} Katsuhiko KANGAWA^{*2} Tadashi NAKATSUKA^{*3} Yasuaki SHIMADA

(株)ピース三菱

大阪工業大学 工学部
教授・工学博士

オリエンタル白石(株)

なお説明の容易化のため、梁断面は上下対称とし、記号M, P, ZおよびAは曲げモーメント、プレストレス力、断面係数および断面積を表す。図-1の第1象限において、y切片が圧縮応力(σ_c)で角度が -45° の直線およびy切片が引張応力(σ_t)で角度が 45° の直線は、それぞれ式(1), (2)で与えられ、式の物理的意味として、前者は上縁応力が σ_c である断面応力群を、後者は下縁応力が σ_t である断面応力群を表す。

$$\frac{P}{A} + \frac{M}{Z} = \sigma_c \quad (1)$$

$$\frac{P}{A} + \frac{M}{Z} = \sigma_t \quad (2)$$

一方、図-1において σ_c および σ_t を許容応力度 f_c および f_t に読み替え、長期荷重時を例として想定すると、PC梁の断面設計のポイントの一つは、偏心距離 e のプレストレス力 P によって、設計曲げモーメント(M_{des})と逆方向の曲げモーメントが作用する梁断面に、 M_{des} が作用したとき、圧縮縁および引張縁応力がそれぞれ許容応力度以下となるようにすることである。すなわち、式で表すと式(3), (4)を満足するようにすることである。

$$\frac{P}{A} + \frac{P \cdot e}{Z} + \frac{M_{des}}{Z} = f_c \quad (3)$$

$$\frac{P}{A} + \frac{P \cdot e}{Z} + \frac{M_{des}}{Z} = f_t \quad (4)$$

ここで、断面の曲げ変形に伴う P の変化は無視する。また断面上縁を圧縮応力とする曲げモーメントの方向を正、偏心距離 e は断面図心から上縁方向が正、ならびに圧縮応力を正とする。

式(3), (4)において不等号を等号とした式は、図-1の第2象限で示すように、原点から勾配が $(6e/D)$ の直線上にある($P \cdot e/Z, P/A$)点の状態から、 (M/Z) 軸の正方向に M_{des} が作用したとき、断面上縁および下縁の応力がそれぞれ許容応力度(f_c, f_t)になっていることを示している。

以上のこととは設計プロセスから考えると、配筋可能な偏心距離が e であるとき、横軸に平行な M_{des}/Z の長さをもつ線分の左端を、原点から勾配が $(6e/D)$ の直線上を移動させ、同線分の右端が式(1), (2)の限界線を越えないように、プレストレス力を決めれば、設計条件を満足する断面が得られることを示している。

すなわち以上のことを設計過程から一般的に述べれば、梁断面、施工限界偏心距離および設計曲げモーメントが与えられたとき、最適プレストレス力は式(5)あるいは(6)で容易に算出できることを意味している。式(5)は引張許容応力(f_t)で決まる場合、式(6)は圧縮許容応力(f_c)で決まる場合を示す。

$$P = \frac{M_{des} + f_t Z_2}{K_1 - e} \quad (5)$$

$$P = \frac{f_c Z_1 - M_{des}}{K_2 - e} \quad (6)$$

但し P ：必要張力(kN)

M_{des} ：設計モーメント(kNm)

f_c ：圧縮許容応力(N/mm²)

f_t ：引張許容応力(負の値)(N/mm²)

e ：偏心距離(断面図心から上縁方向が正)(mm)

Z_1 ：断面上縁の断面係数(mm³)

Z_2 ：断面下縁の断面係数(mm³)

K_1 ：断面下縁がゼロになる核半径(mm)

K_2 ：断面上縁がゼロになる核半径(mm)

なお、長方形やT型断面などが対象となる実際の設計では、 $P/A-M/Z$ 平面よりも、後述の計算例で示すように、 $P/bD-M/bD^2$ 平面、さらにはコンクリートの許容応力度 f_c で無次元化した $P/bDf_c-M/bD^2f_c$ 平面を用いる方が、鉄筋コンクリート柱における $M-N$ 相関関係、あるいはPC断面のコンクリート圧縮応力などとの関係付けが容易になると思われる。

2.2 断面設計のための資料

(1) 梁せいの概算値

長期応力によって決まるPC梁の仮定断面、とくに梁せいは、スパンに対する比によって算出されることが多いが、次式のような算定式も提案³⁾されている。

$$\frac{L}{D} = \sqrt{\frac{C_c \times b}{0.083 \times W_0}} \quad (7)$$

ここで、 b は梁幅(mm)、 W_0 は設計荷重(固定荷重 W_p +積載荷重 W_L)(N/mm)を示す。

また C_c は、構造種別に対する係数で以下の値とし、設計者が選択する。RC造: 1.0 N/mm²、PRC造: 2.0 N/mm²、PPC造(パーシャリープレストレストコンクリート)造: 3.0 N/mm²、FPC(フルプレストレスコンクリート)造: 4.0 N/mm²。

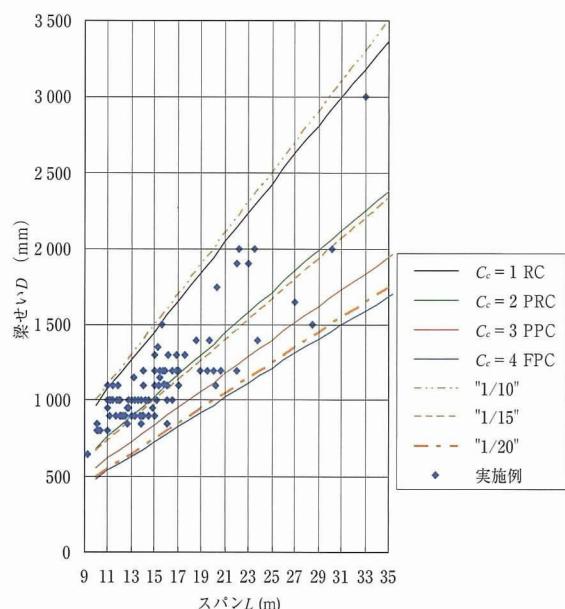


図-2 スパン-梁せい関係

図-2は、積載荷重が一般的な2600 N/m²の場合での式(7)によるスパンに対する梁せいの算定結果、スパン比が1/10, 1/15, 1/20の場合の関係式、ならびに実施例(荷重は不明)での梁せいとスパンの関係をプロットしたものである。同図によると、実施例ではスパン15m程度以上では式(5)で $C_e = 2$ とした関係式、あるいはそれとほとんど同じ値となるスパン比が1/15の直線式で平均的に示される。またスパンが13m以下のケースにおける梁せいは、スパン比で1/15～1/10程度になることが分かる。

(2) 断面におけるPC鋼材の最大偏芯距離

断面においてPC鋼材の配置高さを変化させて偏心距離(e)を大きくする事は設計的に有利になるが、梁下端主筋とPC鋼材の納まりの関係から任意に鋼材高さを下げるることはできないため、 e の上限値はおのずから決まってくる。すなわち、端部での定着体と柱主筋の納まりを考慮すると、PC鋼材配置は、2列配置の1段～3段配置程度が一般的となるので、図-3に示すように、断面下縁からの鋼材高さ(dpt)は1段の場合には150mm、2段では225mm、3段では300mm程度の値となる。

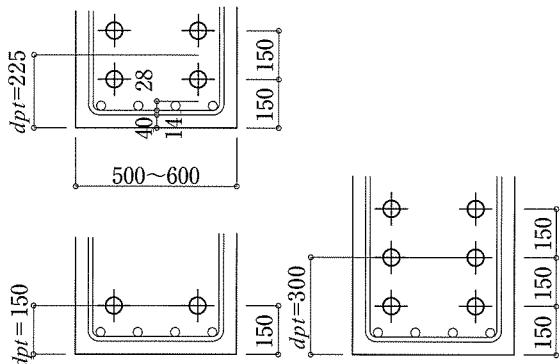


図-3 PC鋼材配置 (dpt)

(3) T型断面の断面諸量

PC梁の断面はスパン中央部で決まるのが一般的であるので、スラブの有効幅(B)を考慮した設計で必要となるT型断面に関する諸量の算出法を以下に示す。すなわち、断面図心位置(梁下端からの距離 Y_2)、断面係数(下縁引張時の Z_2)、核半径(下縁引張応力ゼロ時の K_1)は、梁幅(b)とせい(D)、有効幅(B)およびスラブ厚さ(t)から式(8)、(10)、(11)のように与えられる。

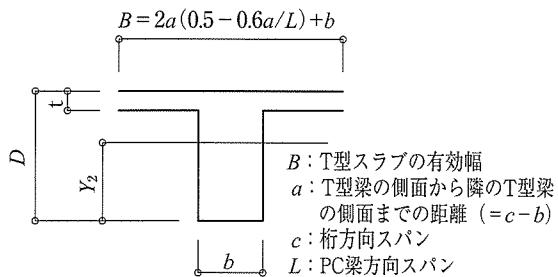


図-4 T型断面

$$Y_2 = \frac{B_t(D - \frac{t}{2}) + b(D - t)\frac{D - t}{2}}{Bt + b(D - t)} \quad (8)$$

$$I = \frac{1}{12} Bt^3 + Bt(D - Y_2 - \frac{t}{2})^2 \quad (9)$$

$$Z_2 = \frac{I}{Y_2} \quad (10)$$

$$K_1 = \frac{Z_2}{Bt + b(D - t)} \quad (11)$$

ここで式(12)、(13)で示す α 、 β を導入し各式を整理すると式(14)～(21)が得られる。

$$\alpha = 1 - \frac{b}{B} \quad (12)$$

$$\beta = 1 - \frac{t}{D} \quad (13)$$

$$\frac{Y_2}{D} = \frac{1 - \alpha \cdot \beta^2}{2(1 - \alpha \cdot \beta)} \quad (14)$$

$$\gamma_1 = \frac{Y_2}{D} \quad (15)$$

$$\frac{I}{BD^3} = \frac{1(1 - \alpha \beta^3)}{3} - \frac{\gamma_1(1 - \alpha \cdot \beta^2)}{2} \quad (16)$$

$$\gamma_2 = \frac{I}{BD^3} \quad (17)$$

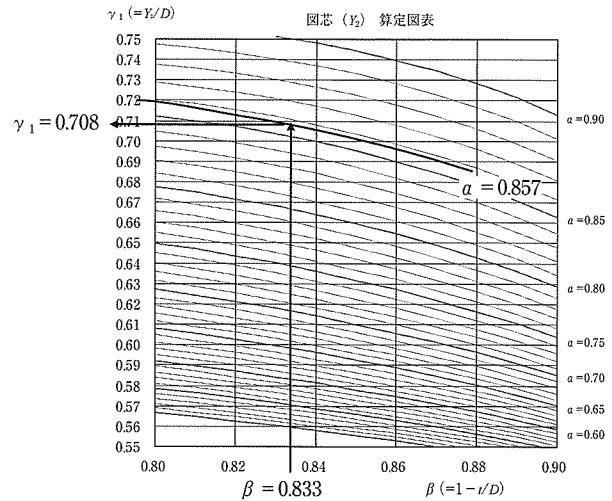
$$\frac{Z_2}{BD^2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \quad (18)$$

$$\gamma_3 = \frac{Z_2}{BD^2} \quad (19)$$

$$\frac{K_1}{D} = \frac{\gamma_3}{1 - \alpha \beta} \quad (20)$$

$$\gamma_4 = \frac{K_1}{D} \quad (21)$$

式(15)、(19)、(21)の γ_1 、 γ_3 、 γ_4 を、横軸に β をとり、 α をパラメータとしてそれぞれ表すと、図-5(a)～(c)



(a) 図芯 (Y_2)

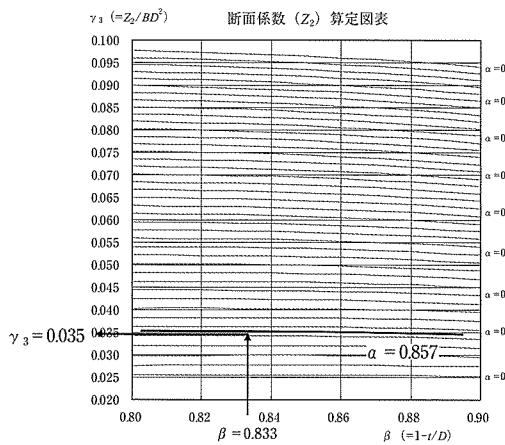
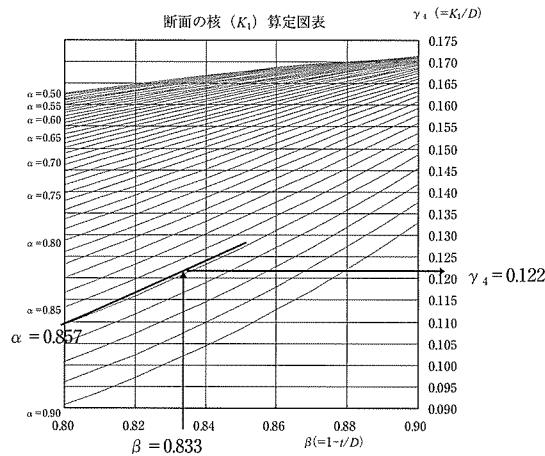
(b) 断面係数 (Z_2)(c) 核半径 (K_1)

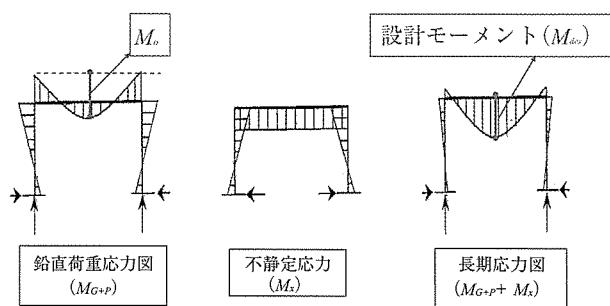
図 - 5 断面諸数値算定図表

が得られる。図 - 5 (a) ~ (c) は、式 (12) と (13) に示す T 型断面の α と β から、図 - 5 (a) は図心距離比 (Y_2 / D) を、図 - 5 (b) は断面係数 (Z_2 / BD^2) を、図 - 5 (c) は断面の核 (K_1 / D) を求める図である。

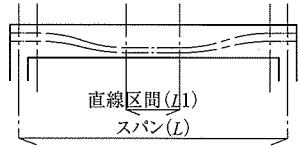
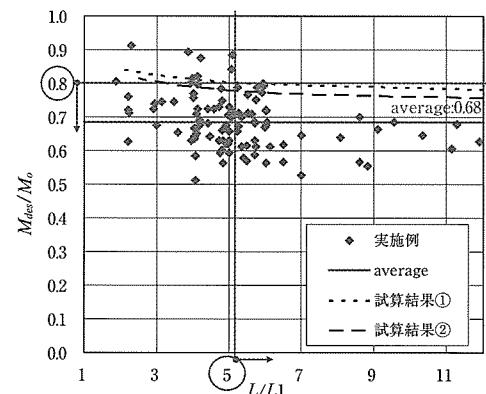
(4) 不静定応力の概算値

PC 梁の断面サイズを仮定して、PC 鋼材量を求めるためには、2.1 節の図 - 1 から分かるように、設計モーメント (M_{des}) を設定する必要がある。しかし PC 構造では、プレストレス力の導入によって不静定応力が生じるという特有の問題があるため、図 - 6 に模式的に示すように、 M_{des} を求めるためには不静定応力を知る必要がある。

不静定応力は柱梁剛比やスパンの連続数等の架構特性、ならびに緊張材の配置曲線形状、緊張力の大きさ、鋼材の偏芯距離などさまざまな要因の影響を受ける。図 - 8 は、実施設計で取り扱った門型ラーメン、連続ラーメンおよび連層ラーメンにおける不静定応力を調べた結果である。同図は、緊張材配置曲線の中央直線部長さが大きいほど不静定応力に関する端部回転角が大きくなるであろうという観点から、図 - 7 に示す直線区間長さ ($L1$) に対するスパンの比 ($L/L1$) を横軸にとって、 M_o に対する M_{des} の比

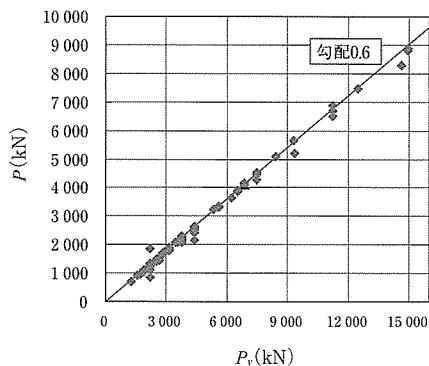
図 - 6 不静定応力と設計モーメント (M_{des}) の概念図

(M_{des} / M_o) を示している。同図中には不静定応力が余り大とならない門型ラーメンに対する若干の試算結果も示しているが、実施例の結果に対し上限に近い値となり、 $(L/L1)$ の増大に対しほぼ収束する傾向を示している。一方実施例では、 (M_{des} / M_o) は $0.9 \sim 0.5$ と幅広くばらつくが、 $(L/L1)$ が増大すると、すなわち直線部分がスパンに対し相対的に短くなると、 (M_{des} / M_o) は小さくなってほぼ一定値に収斂するという傾向が見られた。以上の結果を考慮し、かつ実務設計では $(L/L1)$ 比は 5 程度とすること、また M_{des} を安全側に大きく見積もるというスタンスから、 (M_{des} / M_o) の概算値としては 0.8 度程を考えればよいと判断される。

図 - 7 直線区間 ($L1$)図 - 8 $M_{des} / M_o - L/L1$ 関係

(5) 設計断面における PC 鋼材張力 (P) の概算値

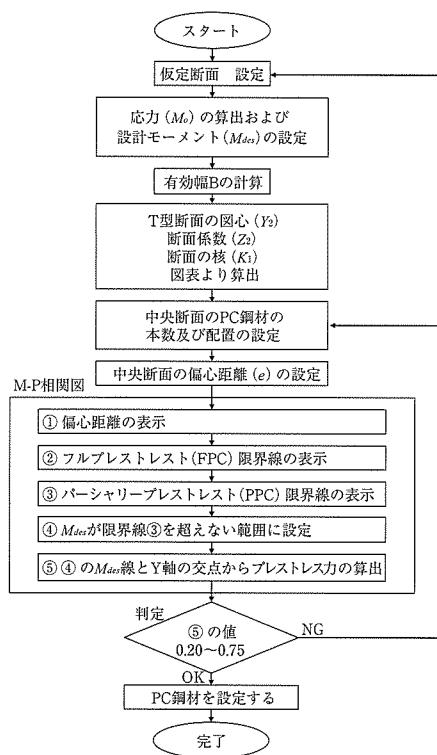
スパン中央の設計断面における緊張材張力は、定着具および鋼材配置孔における摩擦損失、部材の短縮ならびに定着時の定着具のセット量などによる引張力の損失によって定着端張力からの低下を見込む必要があるが、その算出は煩雑である。図 - 9 は、単スパンの門型ラーメンの実施設計 (112 物件) での中央断面における緊張材の張力 (P) を降伏耐力 (P_y) で除した比を示したものである。同図から、概算的に設計を行う際の鋼材張力としては $P = 0.6 P_y$

図・9 P_y - P 関係

程度と考えればよいと判断できる。

3. M-P 相関図を使用した設計フロー

図・10にM-P相関図を使用してPC梁断面設計を行う設計フローを、次の4章の計算例に先立って示す。本論での設計フローでは、最終判断でNGとなった場合、仮定断面の設定もしくはPC鋼材の本数、配置決定の設定のどちらかに戻ることとなる。

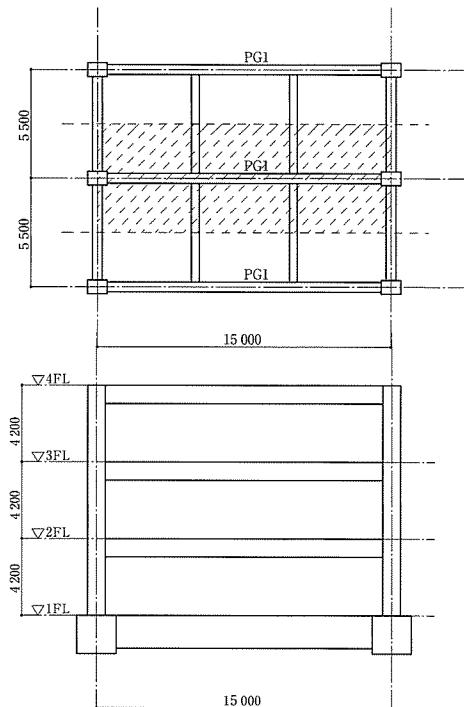


図・10 M-P 相関設計フロー

4. 計算例

4.1 設計条件および荷重条件

図・11に伏図および軸組図を示す、梁間スパンが15 m、桁行スパンが5.5 mで、荷重条件が以下のようない



図・11 伏図、軸組図

階建て事務所ビルにおけるPC梁(PG1)の長期曲げによる断面設計を、設計スペックがパーシャリープレストレストとして行う。

- ・積載荷重 : 1 800 N/m²
- ・仕上げ荷重 : 1 000 N/m²
- ・スラブ : 150 mm, 小梁 : 400 × 600 2本
- ・コンクリート強度 $F_c = 30 \text{ N/mm}^2$

4.2 仮定断面の設定

仮定断面を2.2節の式(7)によって決定する。

(1) 係数 C_e

スペックがPPC造であるので3.0 N/mm²とする。

(2) W_o の算出

- ・積載荷重 + 仕上げ荷重 : $W_L = 2.8 \text{ kN/m}^2 \times 5.5 \text{ m} = 15.4 \text{ kN/m}$
- ・スラブ荷重 $W_t = 0.15 \text{ m} \times 24 \text{ kN/m}^3 \times 5.5 \text{ m} = 19.8 \text{ kN/m}$
- ・小梁荷重 $W_b = 0.4 \text{ m} \times (0.6 - 0.15) \text{ m} \times 24 \text{ kN/m}^3 \times 5.5 \text{ m} \times 2 \text{ 本} / 15 \text{ m} = 3.2 \text{ kN/m}$
- ・PC梁自重は上記荷重の合計の20%と仮定する。
 $W_g = (15.4 + 19.8 + 3.2) \times 0.2 = 7.7 \text{ kN/m}$
- ・ $W_o = 15.4 + 19.8 + 3.2 + 7.7 = 46.1 \text{ kN/m}$ となる。
- ・(3) 梁断面の決定
- ・PC梁幅 $b = 500 \text{ mm}$ と仮定すると、式(7)より

$$L/D = \sqrt{(3.0 \times 500) / (0.083 \times 46.1)} = 19.8$$

$D = L/19.8 = 15,000/19.8 = 758 \text{ mm}$ となるが、図・2の実績データを考慮しPC梁の梁せいは $D = 900 \text{ mm}$ とする。

4.3 M_o の算出および設計モーメント (M_{des}) の設定

(1) M_o の算出

PC 梁自重の精算値は、PC 梁の気乾単位容積重量を $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$ とするとき、 $W_g = 0.5 \text{ m} \times (0.9 - 0.15) \text{ m} \times 25 \text{ kN/m}^3 = 9.4 \text{ kN/m}$ となるので、設計荷重 W_o および M_o は以下となる。

$$W_o = 15.4 + 19.8 + 3.2 + 9.4 = 47.8 \text{ kN/m}$$

$$M_o = 1/8 \times 47.8 \times 152 = 1344 \text{ kNm}$$

(2) 設計モーメント (M_{des})

2.2 (4) 項より M_o の 0.8 倍とすると以下で与えられる。

$$M_{des} = 0.8 \times 1344 = 1075 \text{ kNm}$$

4.4 T型断面の B , Y_2 , Z_2 , K_1 の算出

(1) 有効スラブ幅 (B)

図-4 より、 $B = 2(0.5 - 0.6a/L)a + b$ で与えられるので、 $B = 3500 \text{ mm}$ となる。ここで、 $a = 5000 \text{ mm}$, $a/L = 1/3$ および $b = 500 \text{ mm}$

(2) 図心位置 (Y_2)

式(12), (13) から α と β を求めると、 $\alpha = 0.857$, $\beta = 0.833$ を得る。図-5 (a) より、横軸 (β) で 0.833 を取り、パラメータ α が 0.857 の曲線との交点における縦軸値 ($\gamma_1 = Y_2/D$) 0.708 を読みとると、断面下縁から図心までの距離は、 $Y_2 = \gamma_1 \times D = 0.708 \times 900 = 637 \text{ mm}$ として得られる。

(3) 断面係数 (Z_2)

図-5 (b) において同様に、縦軸値 ($\gamma_3 = Z_2/BD^2$) 0.035 を読みとることから、断面係数は $Z_2 = \gamma_3 \times BD^2 = 0.035 \times 3500 \times 900^2 = 99 \times 10^6 \text{ mm}^3$ が得られる。

(4) 核半径 (K_1)

図-5 (c) において横軸 (β) で 0.833 を取り、パラメータ α が 0.857 の曲線との交点における縦軸値 ($\gamma_2 = K_1/D$) 0.122 を読みとると、断面の核半径 (K_1) は $K_1 = \gamma_2 \times D = 0.122 \times 900 = 110 \text{ mm}$ として得られる。

4.5 M-P 相関図による断面検討

図-1 の $M/Z-P/A$ 平面は、プレストレス力によるモーメント ($P \cdot e$) と設計モーメント (M_{des}) の関係、さらには断面応力と許容応力との関係などが視覚的に表現できることを論理的に示した。しかし実務設計を考えれば、断面係数 Z を用いる新たな図ではなく、これまで慣用されてきた RC 柱の $M-N$ 相関関係図を準用して RC との連続性を考慮すること、ならびに断面の上・下縁応力と許容応力度との関係が明確化できることがより望ましいと考えられる。したがって、以下の $M-P$ 相関図の使用にあたっては、係数等は変化するが論理的な意味はまったく変わらないので、横軸 (モーメント軸) は M/bD^2f_c 、縦軸 (プレストレス力軸) は P/bDf_c とした図を用いる。以下に、設計の手順を図によって説明する。

(手順 1) 最大偏芯距離 / 梁せい (e_{max}/D) 線

PC ケーブル本数を 4 本と仮定。4.2 節より $dpt = 225 \text{ mm}$ となり、偏心距離 $e_{max} = Y_2 - dpt = 637 - 225 = 412 \text{ mm}$ となる。

e_{max} は断面図芯より下側偏心で負数。 $e_{max}/D = -412/900$

= -0.458 となるので、図-12 (a) に示すように、第二象限に原点から勾配が -0.458 の直線を引く。

M-P 相関関係

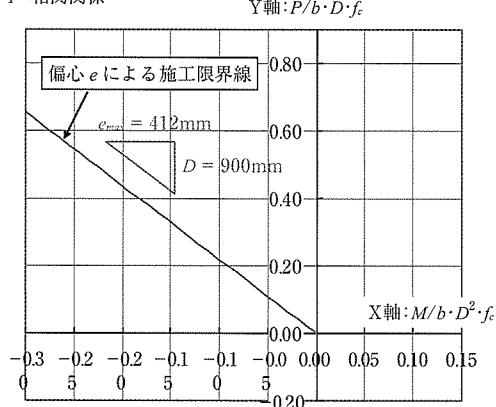


図-12 (a) M-P 相関図 - 手順 1

(手順 2) パーシャリープレストレス (PPC) およびフルプレストレス (FPC) 限界線

図-1 によれば、断面下縁の応力が引張強度 F_t (負数) である PPC の限界線は $P/A - M/Z_2 = F_t$ で表されるので、 $(0, F_t)$ 点を通る勾配 45° 直線として表される。また、FPC の限界線は断面下縁引張応力がゼロ (デコンプレッション状態: $P/A - M/Z_2 = 0$) であるので、原点を通る勾配 45° 直線として表される。

次に FPC 限界線を、図-1 の表示から $M/bD^2f_c - P/bDf_c$ 平面で表すことを考える。 $P/A - M/Z_2 = 0$ から $M = P/A \times Z_2$ となるが $Z_2/A = K_1$ のため、同式は $M = P \times K_1$ となる。両辺を bD^2f_c で除し、整理すると、 $(P/bDf_c) = M/bD^2f_c \times (D/K_1)$ が得られ、 $M/bD^2f_c - P/bDf_c$ 平面での直線勾配は (D/K_1) となる。PPC 限界線の勾配も同様となり、y 切片は $(f_t/bDf_c) \times Z_2/K_1$ で与えられる。ここで、 $f_t = F_t/3$ (F_t は負数) とする。

M-P 相関関係

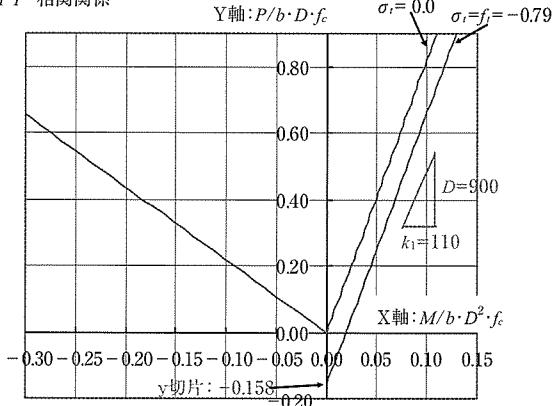


図-12 (b) M-P 相関図 - 手順 2

本計算例での条件を用いて限界線の勾配および y 切片を求める。勾配 D/K_1 は、 $900/110 = 8.18$ 、PPC 限界線での

y 切片 ($f_t/bDf_c \times Z^2/K_1$) は、 $-0.79/(500 \cdot 900 \cdot 10) \times 99 \times 10^6/110 = -0.158$ となり、FPC および PPC の限界線は、図 - 12 (b) のように与えられる。ここで、 $f_c = F_c/3 = 10 \text{ N/mm}^2$, $f_t = F_t/3 = -0.79 \text{ N/mm}^2$, $F_t = -3(0.49 + F_c/100) = -3 \times (0.49 + 30/100) = 2.37 \text{ N/mm}^2$

(手順 3) 設計モーメント (M_{des}) の記入

PPC の設計は、先行するプレストレス力による逆方向曲げモーメント ($P \cdot e$) に対し設計モーメント (M_{des}) が作用したとき、断面下縁応力が限界応力 f_t に達する、すなわち、断面応力が PPC 限界線上に位置することを目標とする。

したがって、 M_{des}/bD^2f_c を求め、先行する $P \cdot e$ に対する偏心施工限界線に線分の一端を置き、長さが M_{des}/bD^2f_c で横軸に平行な線分の右端を通る偏心限界線に平行な直線を、図 - 12 (c) に示すように引く。

本例では、 $M_{des}/bD^2f_c = 1.075 \times 10^6/(500 \cdot 900^2 \cdot 10) = 0.265$ となる。

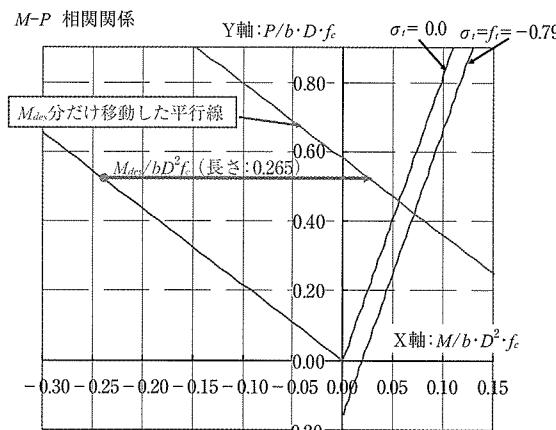


図 - 12 (c) $M\text{-}P$ 相関図 - 手順 3

(手順 4) PC 鋼材量の決定

手順 3 で求めた平行直線とパーシャリープレストレストの限界線との交点の Y 座標 (P/bDf_c) は無次元化プレストレス力を示すから、同座標値に bDf_c を乗じることによって P が得られる。本計算例では、図 - 12 (d) より $P/bDf_c = 0.42$ と読みとれるので、PC 鋼材張力は $P = 0.42 \times 500 \times 900 \times 10 \times 10^{-3} = 1890 \text{ kN}$ となる。なお、図によらない場合は 2.1 節で説明したように、鋼材張力 P は式 (5) によって容易に計算で求められる。

例題に対し式 (5) で計算を行うと、 $P = (1075 \times 10^6 - 0.79 \times 99 \times 10^6)/(412 + 110) \times 10^{-3} = 1909 \text{ kN}$ となり、図解による結果との誤差は $1909/1890 = 1.01$ で 1 % である。

2.2 節 (5) より緊張材の張力 (P) と降伏耐力 (P_y) の比 (P/P_y) は 0.6 であることから必要鋼材耐力は、 $P_y = 1890/0.6 = 3150 \text{ kN}$ が得られる。PC 鋼材 12.7ϕ 1 本の降伏荷重は $P_{y1} = 156 \text{ kN}$ であり、また偏心距離を設定する際に 4 ケーブルを想定していることから 1 ケーブルの必

要本数は $n = 3150/(kN)/4$ (ケーブル) /156 (kN) = 5.1 本以上必要となる。したがって、1 ケーブルに 6 本の 12.7ϕ が必要となる。図

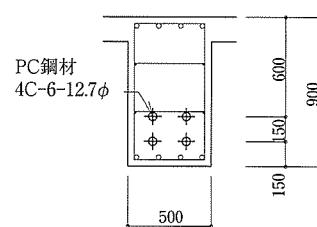


図 - 13 算定結果 断面図

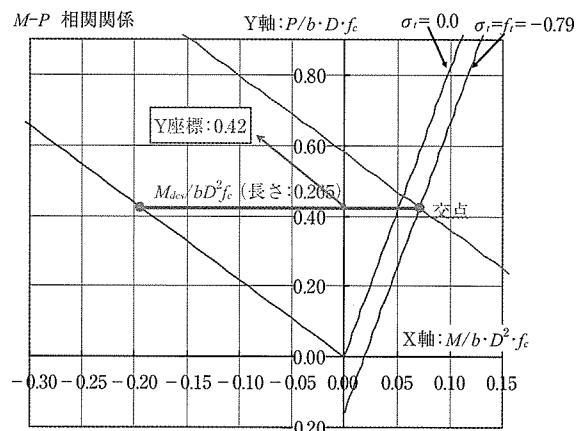


図 - 12 (d) $M\text{-}P$ 相関図 - 手順 4

(手順 5) 断面引張縁応力の確認

算定結果のプレストレストは、 $P = 4 c \times 6 \text{ 本} \times 156 \text{ kN} \times 0.6 = 2246 \text{ kN}$ となるので、Y 軸座標値は $P/bDf_c = 2246 \times 10^3/(500 \times 900 \times 10) = 0.50$ となる。図 - 12 (e) の相関図において Y = 0.5 を通るように線分 $M_{des}/bD^2f_c = 0.265$ をプロットすると、同線分の右端はフルプレストレストの限界線 ($f_t = 0$) を超えない結果となり、結果的にはフルプレストレストで設計されたことが確認出来る。

さらに、 M_{des} の線分の右端からフルプレストレスト ($f_t = 0$) の限界線と平行線を引き、y 切片の交点の値を読み取り、 $bDf_c \times K_1/Z_2$ を掛けると、図 - 1 で説明した $M\text{-}P$ 相関図の特性から、得られた値が最終的な断面の引張縁応力

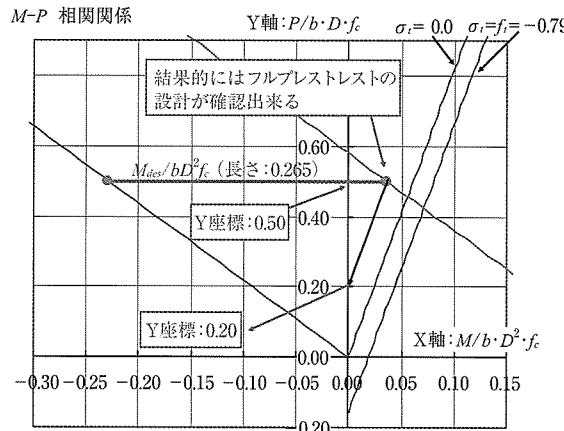


図 - 12 (e) $M\text{-}P$ 相関図 - 手順 5

力となる。本例では図-12(e)に示されるように、y切片は0.2なので、縁応力度は、 $\sigma = 0.2 \times 500 \times 900 \times 10 \times 110 / (99 \times 10^6) = 1.0 \text{ N/mm}^2$ (圧縮応力度)となる。

4.6 M-P 相関図による設計断面の妥当性チェック

本計算例では $M_{des}/bD^2f_c - P/bDf_c$ 平面を用いて説明を行ってきたが、同平面は梁スパン端部での矩形断面に対しても適用できることを利用すれば、設計断面の妥当性がチェックできる。すなわちPC梁では変形能力を確保するため式(22)で定義される鋼材係数 qN が0.35程度以下となることが推奨される。また qN が余り小さい(例えは0.1程度以下)場合、終局曲げモーメント時に鋼材破断が生じる非常に危険な破壊モードとなると指摘されている⁴⁾。

一方図-14は、幅が500 mmと600 mmで、せいが1000 mmと1200 mmである断面の上下に等量の鉄筋を有し、上段2ケーブル、下段2ケーブル計4ケーブルのPC鋼材(1ケーブルは4~10~12.7 φ、または4~7~15.2 φ)が配置された、コンクリート強度が $F_c = 27 \text{ N/mm}^2$ および 30 N/mm^2 である断面の鋼材係数(qN)の計算結果を、縦軸に P/bDf_c をとって示したものである。同図中の2本の列は断面上下の鋼材の引張側のみ、あるいは上下の全鋼材が降伏した場合の結果を示している。

$$qN = \frac{T_{py} + P_e + T_{ry} - C_{ry}}{bDF_c} \quad (22)$$

但し T_{py} : 引張側PC鋼材の降伏荷重(kN)
 P_e : 圧縮側PC鋼材の有効緊張力(kN)
 T_{ry} : 引張鉄筋の降伏荷重(kN)
 C_{ry} : 圧縮鉄筋の降伏荷重(kN)

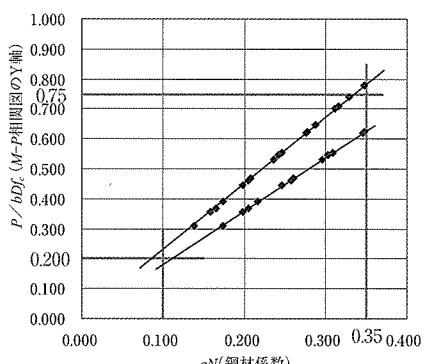


図-14 $qN-P/bDf_c$

図-14と qN の推奨値から $M-P$ 相関図のY軸(P/bDf_c)の妥当な値を考察すると、0.75~0.2程度と考えられる。

図-15(a)および(b)は、計算例の設計条件はそのまま梁断面大きさ(500×900 mm ~ 600×1200 mm)のみを変化させた場合に対する $M_{des}/bD^2f_c - P/bDf_c$ 相関関係をそれぞれ示したものである。断面 $b \times D$ が小さくなると M_{des}/bD^2f_c が大きくなっている。図-15(a)に示されるように M_{des} と Y 軸との交点が妥当な範囲の上限 0.75 を超えてしまい、PC鋼材量に対し断面の小さいことが一

目で理解できる。また図-15(b)に示すように交点の P/bDf_c 値が0.2以下と低い場合、断面に余裕があり過ぎ、鋼材量が相対的に少ないことが分かる。

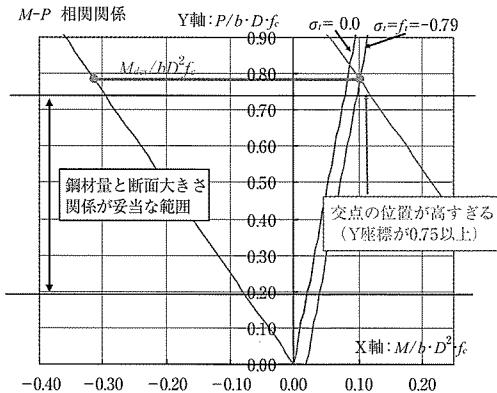


図-15 (a) 断面が小さい場合

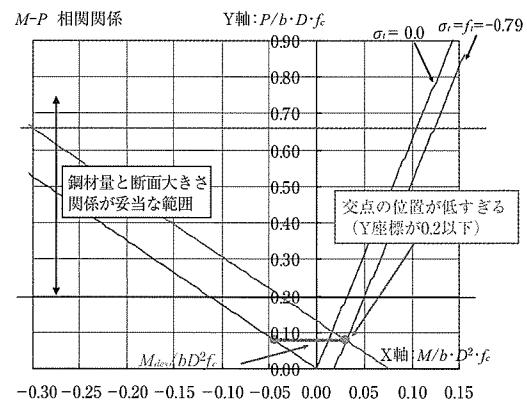


図-15 (b) 断面が大きい場合

5. まとめ

本研究ではPC梁断面の長期曲げ設計に対し、曲げモーメント(M)-プレストレス力(P)平面を用いる簡単な方法を案出し、以下のような知見を得た。

1. $M-P$ 平面を用いれば、プレストレス力(P)による曲げモーメント($P \cdot e$)の付加から長期設計曲げモーメント(M_{des})の載荷と続くPC梁の断面設計プロセスを、断面応力分布の変化とともに、視覚的に表現できることを論理的に示した。
2. PC梁スパン中央のT型断面の設計に必要となる、断面図心位置、断面2次モーメント、核半径およびPC鋼材の最大可能な偏心距離などを簡単に算出できる図を提示した。
3. 実施設計例に対する調査から、断面決定に必要となる、不静定応力および梁スパン中央でのPC鋼材張力の概算値算定式を提示した。
4. PC梁断面の設計が、上記1~3の知見を用いて、RC断面と同様に簡便に行えることを、例としては引張PC鋼材量が設計曲げモーメントを(施工限界偏心距離+核半径)で除して得られるということなどを計算例を通して示した。

て具体的に示した。また、 $M-P$ 相関図を用いれば、設計した断面におけるプレストレス力や断面大きさの妥当性・最適性が容易に検証できること示した。

謝 辞

本原稿を纏めるにあたり、PC 付着研究会（構成：大阪工業大学・中塚信、株）ピーエス三菱、オリエンタル白石（株）、建研、高周波熱鍊（株）、神鋼鋼線工業（株）、住友電工スチールワイヤー（株）の皆様には有益な議論をいただいた。ここに記して心より謝意を表します。

参考文献

- 1) 中塚信：曲げモーメント－プレストレス力平面を用いる PC～PRC 部材断面の曲げ設計、日本建築学会大会学術講演梗概集 pp.973～974、1998.9
- 2) 谷川恭推、中塚信 他：鉄筋コンクリート構造 理論と設計、pp.198～210、森北出版株式会社、2009.1
- 3) 日本建築構造技術者協会（JSCA）：PC 建築 計画から監理まで、pp.59～62、2002.1
- 4) 鈴木計夫、中塚 信、阿波野昌幸：コンクリートはり部材断面の曲げ終局限界点に関する研究（その1）各種終局限界点と提案する曲げ終局限界点の存在メカニズム、日本建築学会構造系論文報告集、第 383 号、pp.49～57、1988.1

【2010 年 5 月 10 日受付】



図書案内

National Report

The Third *fib* Congress 2010
Washington D.C. USA (英・和文併記)

2010 年 5 月

頒布価格：定 價 6,000 円／送料 500 円
：会員特価 5,000 円／送料 500 円

社団法人 プレストレストコンクリート技術協会