

## 第2回 モデリングをしてみよう

講師：関口 和彦\*1・中井 章裕\*2

## 1. モデリングについて

第1回ではFEM解析の概要について紹介しましたが、ここでは具体的なモデリングに関して、以下の内容について説明します。

- ① 要素分割による解の違いについて
- ② モデルの簡素化について
  - 着目点付近の要素分割
  - 対称条件
  - 部分モデル
- ③ 精度について
  - アスペクト比
  - 適切な要素分割数

FEM解析を行う場合、第1回のサンプルにもあるように、三角形要素や四角形要素などを組み合わせてモデルを作成します。モデルは解析を行う人が決定するものですから、その組合せ方は無数にあります。FEM解析では、この構造物を適当な形状の要素の集合体に置き換えることを「要素分割」とか「メッシュを切る」などと呼び、非常に重要な作業となります。なぜなら、解析プログラムは作成された要素の形状から方程式を作成し演算を行っていくので、要素の分割とは構造物の物理的モデルを数学的モデルに置き換える行為に等しいと言えるからです。したがって、要素の分割やモデル化の方法は解析の結果や精度に直結するので、とくに慎重に行う必要があります。では、実際にどのようにモデルを作成すればよいかは、個々の問題の性質によって異なりますから、ここでは一概には決めることができません。しかしながら、要素分割による結果への影響やモデルの簡素化の手法には一般的によく言われているものもあり、技術者はこれらに対する知識や経験をもとにしてFEMモデルを作成しています。では、図-1のような梁部材に250 kN/mの等分布荷重を載荷したRC門形ラーメンの解析を例にとり、それぞれについて説明していきましょう。

## 1.1 要素分割による解の違いについて

図-1のRC門形ラーメンを図-2のように各分割数にモデル化して、それぞれにおける応力値と着目位置の変位と

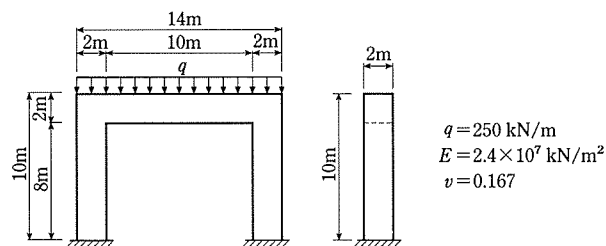
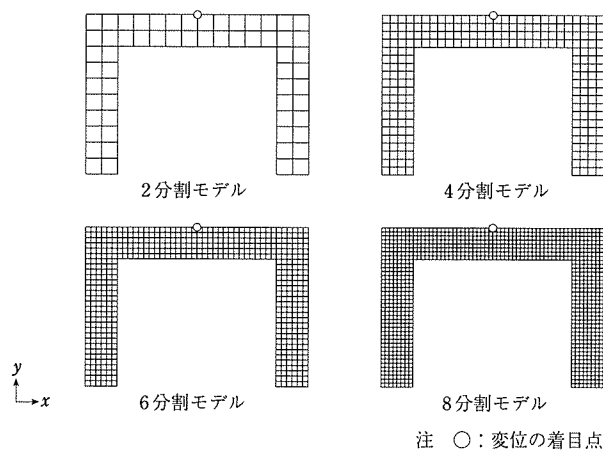


図-1 RC門形ラーメン形状図



注 ○：変位の着目点

図-2 要素分割図

について比較してみます。ここで、解析方法は板厚 $t$ を2 mとした平面応力要素によるFEM解析とします。

それでは、解析を実行して各モデルの結果から $x$ 方向の応力値を成分としたコンター図( $\sigma_x$ )を描いてみましょう(図-3)。

図-3より、分割数の変化に伴い梁部材中心部付近や隅角部付近の応力値( $\sigma_x$ )の分布状態に大きな差が生じていることが分かります。このことについて、はじめに2分割モデルと4分割モデルの梁部材中心部付近について比較してみましょう。

まず、それぞれの結果のリストを読み取り、各要素の重心位置における応力値( $\sigma_x$ )を図化すると、図-4のようになります。そこで、第1回で記載した計算方法を用いてそれぞれの梁部材中心部における曲げモーメントを算出してみると、2分割モデルでは $M=1968.80$  kNm、4分割モ

\*1 Kazuhiko SEKIGUCHI：日本電子計算(株) 科学技術事業部 建設技術システム部構造解析グループグループマネージャー

\*2 Akihiro NAKAI：日本電子計算(株) 科学技術事業部 建設技術システム部構造解析グループ

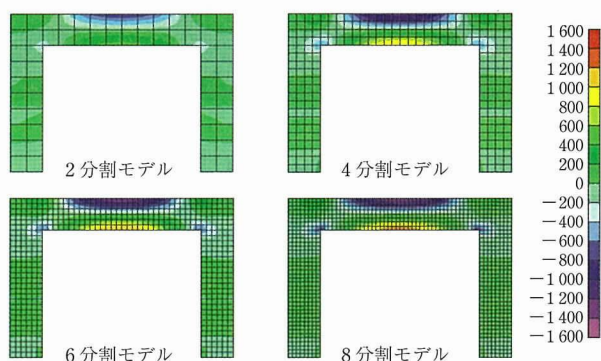


図-3 応力コンター図 ( $\sigma_x$ )

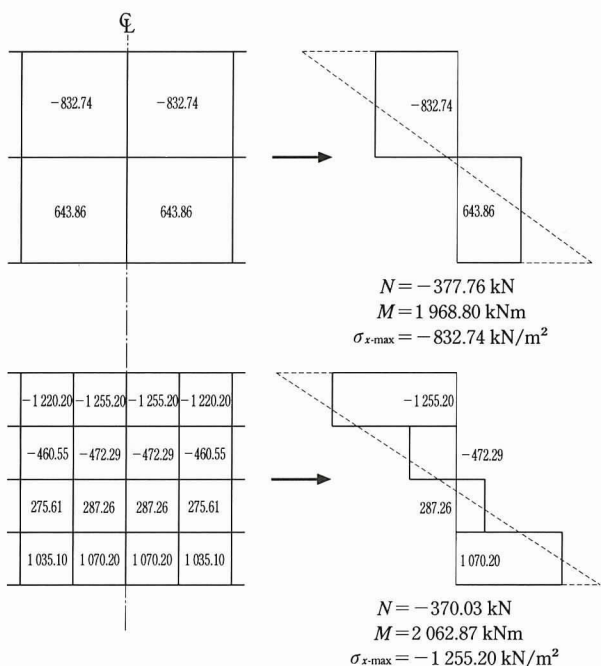


図-4 梁部材中心部付近の応力分布図

デルでは  $M = 2\,062.87 \text{ kNm}$  となり、あまり違いがないことが分かります。一方、両者の  $\sigma_{x-\max}$  の値には大きな差が生じています（注：解析の結果は圧縮側を負の値としているので、以降は最大圧縮応力を  $\sigma_{x-\max}$  として表記することになります）。

このことから分かるように、FEM解析では要素の分割が多少粗くても、それなりの精度の結果を得ることができます。しかしながら、ここで得られる結果は各要素の重心における値になるので（図-5）、局所的な応力値に着目したいならば、できるだけ要素の分割を細かくする必要があります。

梁部材中心部付近では、曲げモーメントを求めることによって応力の分布状況を推定することができましたが、たとえば隅角部付近に着目する場合は、応力の伝達機構が複雑なために（図-6）、この付近での要素分割はより重要になります。2分割、4分割のモデルの応力数値図は図-7のようになり、得られる応力値が大幅に変化していることが分かります。

## 1.2 モデルの簡素化について

### (1) 着目点付近の要素分割

実際に図-1のRC門形ラーメンのFEM解析を行う場合、

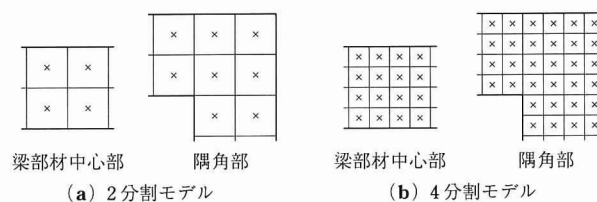


図-5 要素重心位置

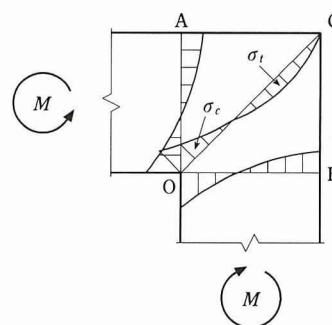


図-6 隅角部付近の応力分布図

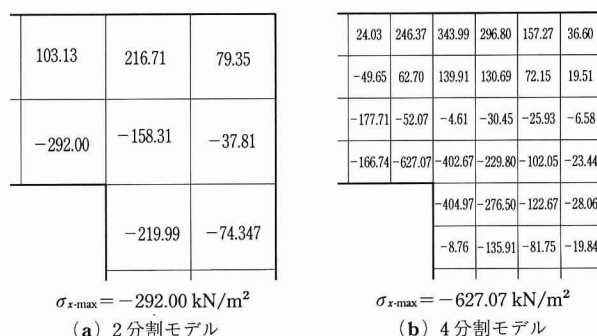


図-7 隅角部付近の応力数値図 ( $\sigma_x$ )

とくに梁部材中心部付近や隅角部付近のみに着目するとき、たとえば要素を図-8のように分割します。では、このように分割した場合は結果にはどのような影響があるのか、解析を実行して図-2の4分割モデルと分割数変更後のモデルを比較してみましょう。

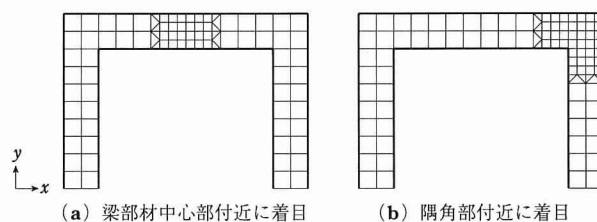
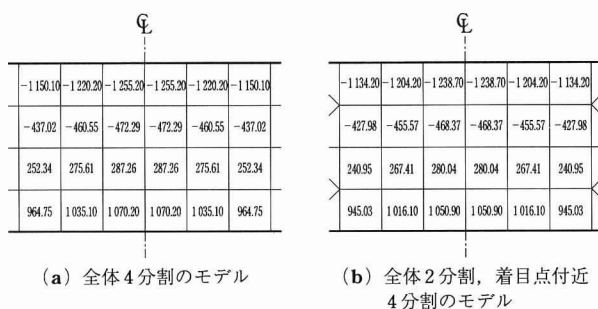
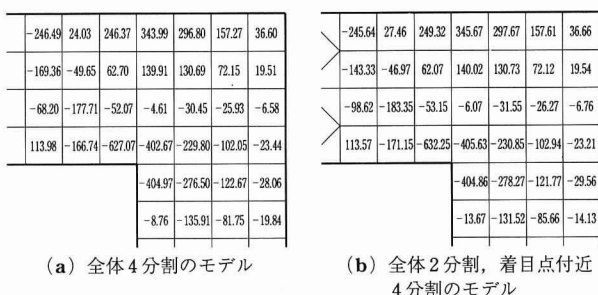


図-8 要素分割図（全体2分割、着目点付近4分割）

図-9、10が両モデルのx方向の応力数値図です。これより、構造物の全体を4分割にしたモデルと、着目点付近のみ4分割にしたモデルでは、ほとんど値が変わらないことが分かります。

このようにFEM解析では構造物の特定の部分に着目するならば、要素の分割はその付近で細かくすればよく、その他の部分については粗い分割にしても構わないことが多いと言えます。

図-9 梁部材中心部の応力数値図 ( $\sigma_x$ )図-10 隅角部の応力数値図 ( $\sigma_x$ )

## (2) 対称条件

図-2のRC門形ラーメンを使用して，対称条件について説明します。対称条件はモデルが中心に対して対称であり，なおかつ作用する荷重までもが対称である場合に用いることができます。当然，変位量も応力状態も対称になるため，半分だけのモデルで解析できれば大幅な時間の節約になります。このモデルでは，梁部材の中心に図-11のような拘束条件を設定することによって対称条件となり，要素数を半分（2次元要素によるモデル）や4分の1（3次元要素によるモデル）にして解析できるようになります。

通常の平面応力要素によるモデルと対称条件を設定したモデルの解析結果は図-12のコンター図からも分かるように変位，応力ともに完全に一致しますので，今回の例のような左右対称な構造を簡素化したい場合は，まず最初に考慮すべき実用的な方法だと言えるでしょう。

## (3) 部分モデル

局所的な解析を行う場合は，フルモデルではなく，そのモデルの一部を抽出し，部分モデルとして解析することがよくあります。ここでは，モデリングをする際に，着目部分を含んでどの位の範囲までモデル化すればよいのか検証してみます。

まず，図-1のRC門形ラーメンの骨組解析（図-13(a)）を行って各部材における断面力を得ます。ここで，隅角部の応力分布に着目する場合は，図-13(b)のように着目点を含んだ柱部材と一定の長さ（ $x \cdot D$ ）をもつ梁部材を平面応力要素でモデル化します。さらに，平面保持を仮定して境界面に剛体要素を作成し，ここに先ほど求めた骨組解析の断面力を入力してFEM解析を行います。

今回は， $0.125D \sim 2.5D$ までをモデル化し，隅角部におけるそれぞれの結果の最大応力値（ $\sigma_{x-\max}$ ）について比較

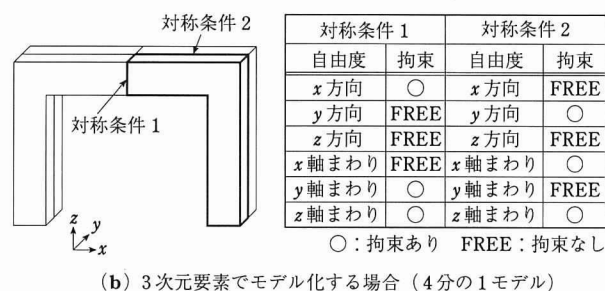
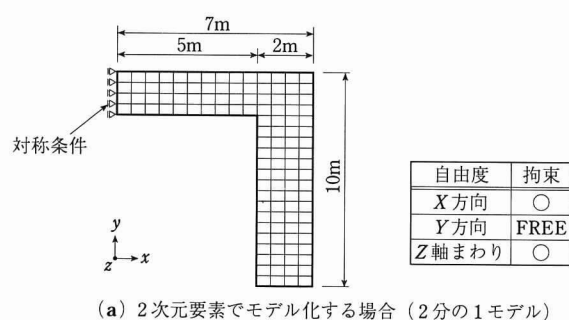
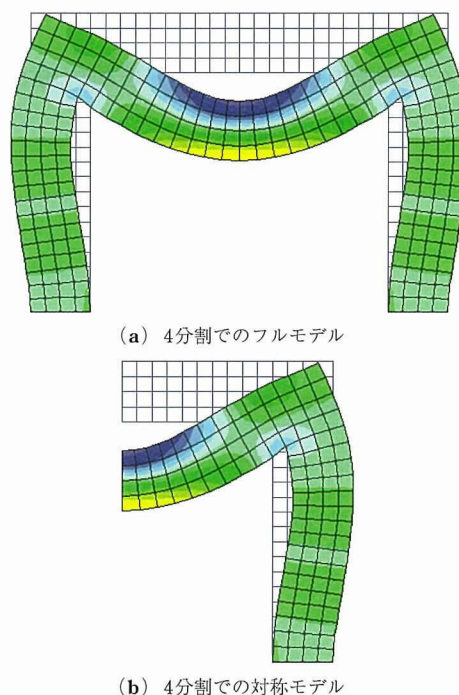


図-11 対称条件

図-12 変形，応力 ( $\sigma_x$ ) コンター図

してみましょう。

図-14より，境界面を極端に柱部材の近くに設定すると，得られる応力度が大きく変化してしまうことが分かります。これは，RC門形ラーメンの梁部材においては平面保持の法則が満足されるのが大部分であり，一方，隅角部近傍では応力が乱れ，平面を保持できなくなっていることに起因します。

実際にFEM解析を行うときには，このような平面保持の法則をもとにして，骨組解析の結果を反映したモデルを作成する機会が多くあります。また，境界面に断面力を直接入力するのではなく，図-15のように骨組要素とFEM要素を組み合わせる解析を行う場合もあります。こ

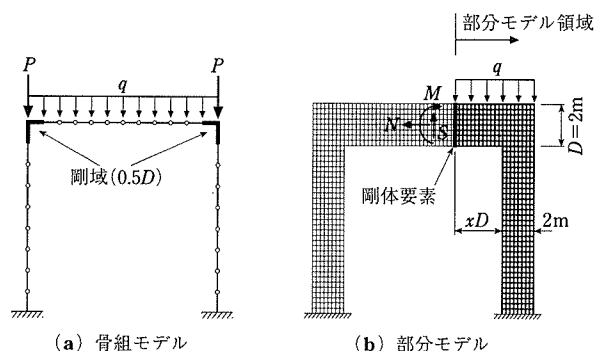


図 - 13 モデル図

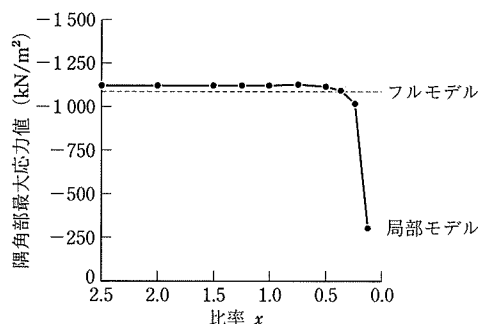


図 - 14 境界面の設定に伴う隅角部最大応力値の変化

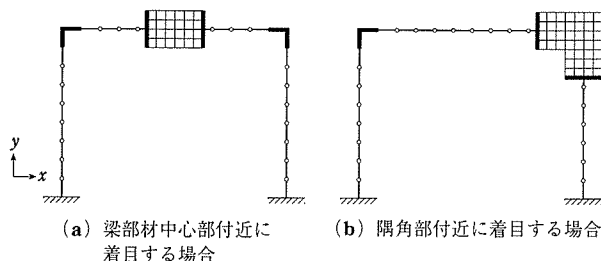


図 - 15 骨組要素とFEM要素の混合モデルの例

の解析方法で得られる結果も、フルモデルの平面応力解析による結果とはほぼ等しくなりますが、やはり部分モデルと同様に境界面で平面保持の法則が適用できることが前提となります。

### 1.3 精度について

#### (1) アスペクト比

FEM解析では、結果の精度は要素の形状に大きく左右されます。とくに、要素の縦横の比率をアスペクト比と呼び、これは結果に大きな影響を与えられています。では、実際に解析を行ったとき、どれ位の差異が現れるのでしょうか。ここでは、図 - 1 のRC門形ラーメンを各アスペクト比 (1:8~8:1) の四角形要素でモデル化し、解析の結果より着目点における変位量について比較してみましょう。今回の比較のベースには8分割モデルを用います。なお、要素数は全モデルにおいて共通で960個になります (図 - 16)。

図 - 17 より、アスペクト比の変化に伴って着目点の変位量が推移していくことが分かります。通常、2次元要素でモデルを作成する場合は、正三角形や正四角形などのようなアスペクト比が整った要素を用いた方が精度は向上するので、モデリングを行う際はなるべくこれらに近

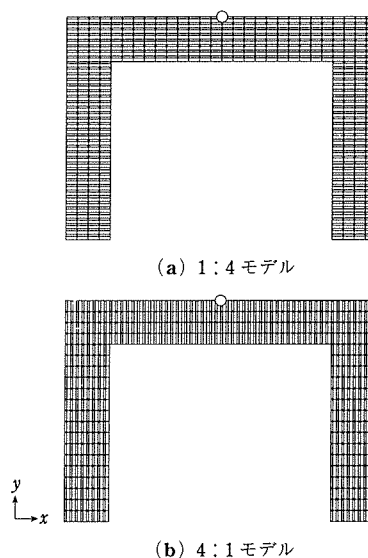


図 - 16 要素分割例

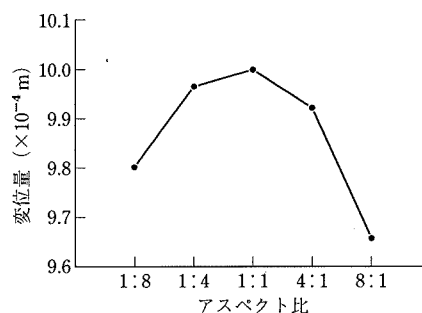


図 - 17 アスペクト比と変位量の関係

い形状の要素を使用の方がよいと言えるでしょう。一般的には、応力分布が大きく変化する場所や着目する領域での比率はだいたい1:4~4:1位の範囲内に収めるようにし、一方、あまり重要ではない部分では1:10~10:1程度の要素を作成する場合も多くあり、これらについては事前の予想や経験的な判断によって決定されるようです。

また、要素の形状としては三角形要素は四角形要素に比べて若干精度が落ちると言われ、現在は一部の例外を除いて、四角形要素によるモデル化が主流になっています。しかしながら、すべての場合において四角形要素を用いるというのは困難なことなので、状況に応じて三角形要素を使用していくことも必要になります。

#### (2) 適切な要素分割数

では次に、図 - 2 の各モデルにおける着目点の変位量を比較してみましょう。解析の結果から、分割数と着目点の変位の関係のグラフを作成すると図 - 18 のようになります。この図から、要素の分割数を増やすことによって、値が収束していく様子が分かります。FEM解析では、このように要素の分割を細かくしていけば精度は徐々に上がっていくのです。では、ただ機械的に分割を細かくしていけばいいのかと言えば、そういうものではなく、コンピュータの計算時間との兼ね合いを考慮して適切な分割数を決める必要があります。一般的にFEM解析

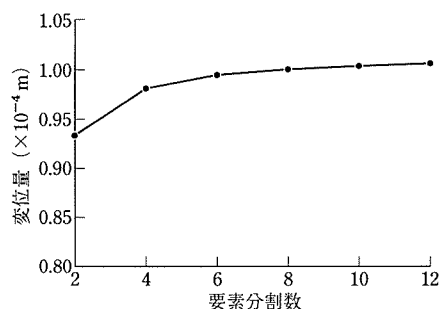


図 - 18 要素分割数と変位量の関係

におけるコンピュータの計算時間は、入力値によって作成される連立方程式を解く作業にほとんどを費やされ、これは通常、節点数の累乗に比例して増加していきます。このことから分かるように要素の分割数を細かくすると、計算時間は幾何学的に増加するのに比べ、精度の向上は緩やかなのです。近年はコンピュータの性能も飛躍的に向上し、解析できるモデルも格段に大きくなりましたが、実用上においては、いたずらに要素数を増やして高精度を狙うことよりも、対称条件や部分モデル等のテクニックを駆使してできるだけ効率的なモデル作りを目指す場合が多いようです。

## 2. ちょっと複雑な構造におけるFEM解析

橋梁の上部構造において、自動車や舗装の荷重を直接支持する部分を床版と呼びます。この中でもとくに上床版が張り出した断面形状をもつものを張り出し床版と呼び、付け根部分において大きな断面力が発生するために、設計計算では重要な部分となります。

張り出し床版の計算では、たとえば図-19(a)のように橋軸方向に連続する荷重が載荷される場合（高欄や地覆）は、この荷重を単位長さあたりに換算して、梁理論による断面計算を行います（図-20）。しかし、図-19(b)のように単独の集中荷重が載荷される場合（非常駐車帯や路上構造物等）や、図-19(c)のように橋軸方向に連続する荷重が載荷されていても、床版の補強のためにブラケット等の構造物を付随させた場合は、荷重の影響は橋軸方向にも変化するので、梁理論を用いて解くことは非常に難しくなります。し

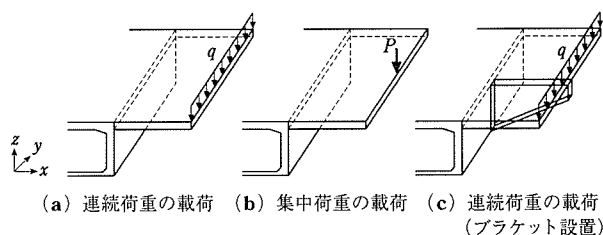


図 - 19 張り出し床版モデル

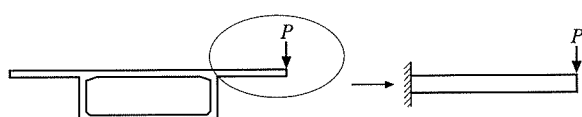


図 - 20 荷重が橋軸方向に分布する場合の設計計算例

たがって、このようなケースでの断面力の照査ではFEM解析が有利になります。

では、実際に図-19(a)~(c)の各モデルについてFEMモデルを作成し解析を行ってみましょう。このとき、重要になるのは集中荷重載荷時の橋軸方向の長さの設定になります。有効幅の考え方によれば、荷重の影響は載荷点を中心として45度の範囲に分布すると言われますが、厳密にはこの範囲外も荷重の影響を受けるので、このようなモデルのFEM解析を行った場合には、橋軸方向の長さを長くとればとるほど荷重の影響は拡散し、結果も変化していきます（図-21）。しかしながら、通常は簡素化のために有効幅を橋軸方向の長さとして設定してFEMモデルを作成します。今回は、床版とブラケットの形状を図-22とし、荷重条件は分布荷重の場合  $q = 25 \text{ kN/m}$ 、集中荷重の場合  $P = 100 \text{ kN}$  で図-19のように、床版の先端部分に載荷するものとします。また、有効幅は床版の支点から載荷点までの距離が  $2 \text{ m}$  なので  $4 \text{ m}$  となります。

図-23は各モデルの解析結果のコンター図で、 $y$  軸まわりの曲げモーメントを成分としています。図-23(a)より、分布荷重を載荷した場合の曲げモーメントの分布形状は、梁理論によって求めることができる解 ( $M = 25 \times x \text{ kNm}$ ) とほぼ一致していることが分かります。一方、集中荷重載荷時は図-23(b)のようにモーメントの分布は橋軸方向 ( $y$  軸方向) にも変化し、分布荷重によるモーメントを上回る部分と下回る部分が現れてきます。図-

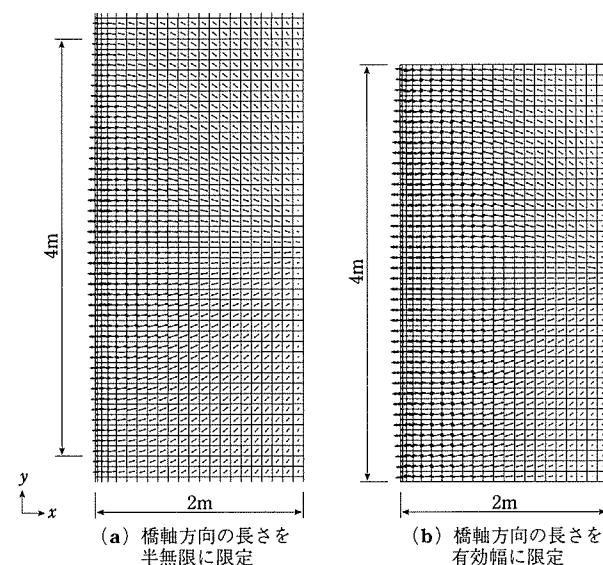


図 - 21 張り出し床版の上面主応力矢線図

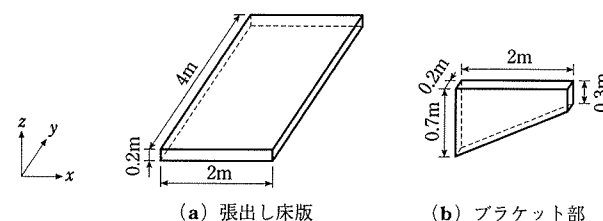
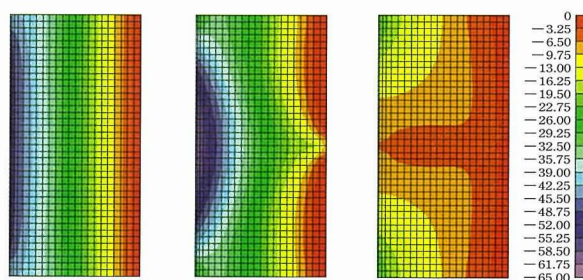


図 - 22 床版とブラケットの形状図



(a) 連続荷重の載荷 (b) 集中荷重の載荷 (c) 連続荷重の載荷 (ブラケット設置)

図 - 23 張出し床版の曲げモーメントコンター図 ( $M_y$ )

23(c)は、分布荷重を載荷した床版の曲げモーメントが非常に大きいと判断され、補強のためにブラケットを配置したモデルです。この結果、ブラケット直上の張出し床版の曲げモーメントはほぼ一貫してゼロとなり、床版全体においても大きく減少しています。しかし、実際にはブラケットがその分を負担しており、付け根部分について評価する場合にはブラケットの断面力計算をする必要があります。

図 - 24 がブラケットの  $x$  方向の応力コンター図です。この結果より、図 - 25 のように応力の分布形状から断面力を計算すると  $N = -287.30 \text{ kN}$ ,  $M = -48.83 \text{ kNm}$  を得ることができます。

以上の値を用いれば、ブラケットの配筋は決められると思います。骨組解析で求められないような構造も、

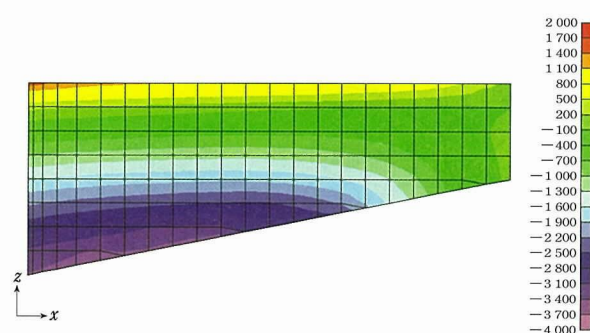


図 - 24 ブラケットの応力コンター図 ( $\sigma_x$ )

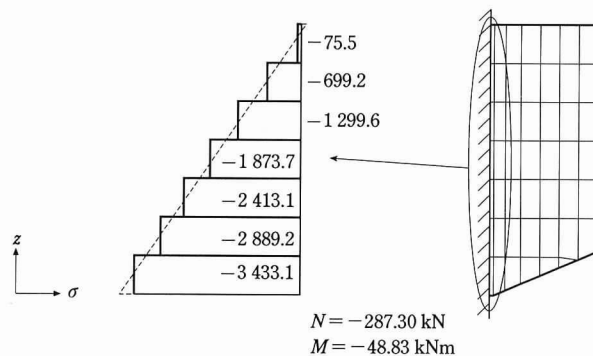


図 - 25 ブラケットの付け根部における断面力図

FEM解析を用いれば、このようにして容易に断面力を得ることができるのです。

【2001年2月14日受付】