

PCけたにおける補強鋼材の影響

野田 行衛*

1. はじめに

橋梁構造物においてけた高の低いけたは経済性や美観の点で種々の利点がある。けた高の低いPC道路橋においては、死活荷重により発生する応力レベルが大きく、引張側には多量のプレストレス力を必要とする。このため、けたにはプレストレス力により大きな偏心曲げモーメントとともに大きな軸圧縮力が導入され、活荷重が作用した場合、支間中央付近の圧縮域のコンクリート許容値が満足されない場合がしばしば生ずる。

従来、コンクリート橋のけた高を低める方法には、高強度コンクリートを用いる方法や圧縮PC鋼棒により応力改善を行う方法および合成けた構造とする方法などがあった。ここで扱うけたは、従来の単純形式のPCけたの圧縮域にモーメント分布に応じて部分的に鋼材を配置し、合成効果により抵抗断面を高めた合成けたで、従来の方法より単純な構造である点に特徴がある。

コンクリートけたにおける圧縮域の鋼材（以下圧縮鋼材）は、短期荷重による発生応力の低減を図ることのほかに、長期のクリープ・乾燥収縮挙動に対しても大きな影響を与える。

このような圧縮鋼材を有するPCけたの基本的な力学的挙動については、すでに文献¹⁾で述べたが、本稿では、圧縮鋼材を有するPCけたの長期挙動の検討結果について報告をする。このため、はじめに鋼材を考慮したクリープに関する基本的な計算方法について述べ、さらに計算はりモデルを想定し、圧縮鋼材量をパラメーターとして合成断面の各構成要素に発生する応力変化を検討する。また、これらの影響を考慮したプレテンション方式の橋けたの計算例を示し、道路橋のけた高低減の可能性について検討を加える。

2. 計算方法

合成けたの使用状態において、鋼は経過時間に関係なく弾性挙動を示すのに対し、コンクリートは時間に依存する材料挙動を示す。このため、合成断面内において鋼材はコンクリートの塑性ひずみを拘束することから、断面を構成する部材間で応力転移が生じ、時間とともに応力分布が変化する。このように鋼材の影響を考慮したクリープ・乾燥収縮に対するPC構造物の解析方法は過去において数多く発表されているが、大きく分ければDischingerの応力一ひずみ式に基づく方法とリラクセーション係数を導入したTrostの式に基づく方法がある。

前者には、Sattler,Wippel,Fritz,Haenselらの理論がある。Sattlerの方法は、コンクリートの断面力に関する微分方程式を直接解くもので、計算は複雑である。これに対し、FritzやWippelの方法は仮想弾性係数を用いる方法で、計算そのものは簡単になる。

以下では合成構造のクリープ・乾燥収縮の代表的な計算方法としてFritzの解法とTrostの解法、さらに、本稿の計算で用いた変位法による解析法について簡単に述べる。

2.1 Fritz の理論

コンクリートのひずみ変化を完全に拘束した場合の応力変化の問題は、本来リラクセーションの問題であるが、変形の拘束を受けることによる合成断面内の応力転移の問題も基本的にはリラクセーションの問題と考えることができる。Fritzの理論の基本式は、合成断面内の同じ位置ではコンクリートのひずみ変化と鋼材のひずみ変化は等しいという連続の条件をDischingerの式に適用することにより導かれたもので、次式で表される。

$$\frac{d\sigma_b}{d\phi} + \alpha \sigma_b + \alpha \frac{\epsilon_s}{\phi} E_b = 0 \quad (1)$$

ここで、 σ_b ：コンクリート応力、 E_b ：コンクリートの弾性係数（一定）、 ϵ_s ：乾燥収縮ひずみ、 α ：剛性

* Yukie NODA：川田建設(株) 開発部 技術開発課

係数, ϕ : クリープ係数である。

α は断面を構成するコンクリートと鋼材の断面性能に関するもので、鋼材量や配置位置により決まる定数である。

式(1)の解は指数関数で表され、初期のコンクリート応力と任意時間におけるコンクリート応力値の関係を与える。これにより、鋼材の拘束による時間依存のコンクリート応力やクリープを考慮した乾燥収縮によるコンクリート応力を求めることができる。この解をさらに積分形のDischingerの式に代入すると、一定荷重下の任意時間におけるクリープに関するコンクリート応力とひずみの関係が得られ、この応力とひずみの関係を結びつける係数を仮想弾性係数と定義している。クリープに対する仮想弾性係数 $E_{b\phi}$ と乾燥収縮に対する仮想弾性係数 $E_{b\phi'}$ は次のように表される。

$$E_{b\phi} = \frac{E_b}{1 + \psi \phi} \quad \psi = \frac{e^{\alpha \phi} - 1}{\alpha \phi} \quad (2)$$

$$E_{b\phi'} = \frac{E_b}{1 + \psi' \phi} \quad \psi' = \frac{e^{\alpha \phi}}{e^{\alpha \phi} - 1} - \frac{1}{\alpha \phi} \quad (3)$$

これらの式は、初期のコンクリートの弾性係数が E_b であったのが、クリープの進行とともに弾性係数がみかけ上変化していくことを意味している。式(2)では

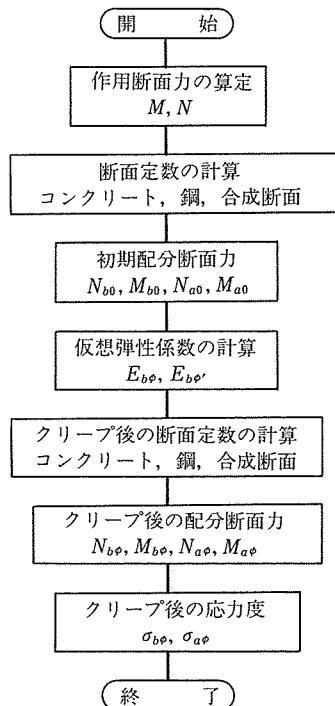
$\alpha \phi = 0$ の場合には $\psi = 1$ であり、無筋状態の一定荷重下におけるみかけ上の弾性係数となる。また、 ψ は増加関数で、 α とクリープ係数が増えると ψ の値は 1 よりも大きくなり、仮想弾性係数は減少することになる。一方、式(3)の ψ' も $\alpha \phi$ の増加関数であるが、式(2)の ψ ほど敏感でないのが特徴である。

実際の計算は、作用荷重に対して合成断面を構成する各部材が負担する配分断面力を力の釣り合いと平面保持の仮定から求め、各部材の応力を計算する。その際、クリープ前の状態では、コンクリートの弾性係数は E_b を、クリープ後の弾性係数は $E_{b\phi}$ として計算する。解析の手順を表-1に示すが、表中の断面力の記号は図-1に示す。

このようにFritzの方法は、直接微分方程式を解く必要がなく、クリープ後のコンクリートの弾性係数を変えて各部材の配分断面力を求めればよい。すなわち、コンクリートを仮想弾性係数に置き換えたときの合成断面の断面定数を求めればよく、その際クリープ後の状態におい

ては、コンクリートの重心位置のみが変化し、鋼材関係の重心位置は変化しない。

表-1 Fritzの解法手順



2.2 Trostの理論

Dischingerの基本式がWhitneyの法則を用いて導かれているのに対し、Trostの場合、応力変化による新たなクリープひずみをより現実に近づけるために次式を用いている。

$$\phi(t, \tau) = \phi_N \cdot k(\tau) \cdot f(t - \tau) \quad (4)$$

ここで、 t はコンクリート材令、 ϕ_N は基準となるクリープ係数、 $k(\tau)$ は載荷材令 τ に関する減少関数、 $f(t - \tau)$ は持続荷重の影響を与える時間関数で、時間とともに増加する。

コンクリートの応力とひずみの関係式には、基準クリープ係数 ϕ_N と初期載荷時の $k(\tau_0)$ により決まるリラクセーション係数 ρ が導入され、すでに知られるように代数式で表されている。この基本式を利用し、力の釣り合い条件および連続の条件から、合成断面のクリープ・乾燥収縮により発生する断面力に関する連立方程式が得られる。クリープ終了後の鋼断面に発生する断面力をそれぞれ $N_{a\phi}$ 、 $M_{a\phi}$ とすると次式が成り立つ。

$$N_{a\phi} \left(1 + \frac{E_b F_b}{E_a F_a} + \rho_N \phi \right) - \frac{M_{a\phi}}{a} \frac{E_b F_b}{E_a F_a} \frac{E_a a^2}{J_a} \\ = \phi \left(N_{b0} + \frac{\epsilon_{s\infty}}{\phi_\infty} E_b F_b \right)$$

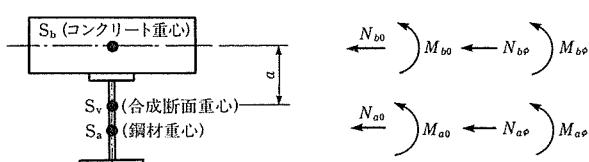


図-1 初期載荷後とクリープ終了後の配分断面力

$$N_{a\phi}(1 + \rho_M \phi) + \frac{M_{a\phi}}{a} (1 + \frac{E_b F_b}{E_a F_a} + \rho_M \phi) = \phi \frac{M_{b0}}{a} \quad (5)$$

上式の M_{b0}, N_{b0} は、クリープ前のコンクリート断面に作用する配分断面力を表す（図-1）。

なお、式中の E_a は鋼材の弾性係数、 F_a と F_b は鋼とコンクリートの断面積、 J_a は鋼けたの断面二次モーメントを表し、さらに ρ_N, ρ_M はそれぞれ軸力と曲げモーメントに対するリラクセーション係数を表す。なお、釣り合いから同様にコンクリートの断面力 $N_{b\phi}, M_{b\phi}$ に関する連立方程式も容易に導くことができる。

2.3 変位法による数値解析

変位法によるクリープ解析法は、構造系が変化する場合や断面構成が変化する場合あるいは静定および不静定構造を問わず、きわめて汎用性が高い解析方法である。コンクリートの応力一ひずみの式としてDischingerの近似式を用いた場合、Trostと同様に代数式で表され、時間とともに変化するクリープ・乾燥収縮のみによるひずみ $\epsilon_k + \epsilon_s$ を増分形で表すと次のようになる。

$$\Delta \epsilon_{k+s} = \frac{\Delta \sigma_{k+s}}{E_\phi} + \frac{\sigma_{b0}}{E_\phi} \Delta \eta + \Delta \epsilon_s$$

ここで

$$E_\phi = \frac{E_b}{1 + \Delta \phi / 2}, \quad \Delta \eta = \frac{\Delta \phi}{1 + \Delta \phi / 2} \quad (6)$$

これらの関係式を用いて断面内の力の釣り合いとひずみの適合条件から微小時間経過後に発生する配分断面力に関する連立方程式が求められる。したがって、クリープ係数を適当に分割し、式(6)に代入し、その解析結果と初期配分断面力を重ね合わせることを繰り返し、遂次積分を実行することにより最終的な断面力を得ることができる。静定構造系の計算方法を表-2に示す。

3. 実験結果と計算値の比較について

クリープ・乾燥収縮の理論には多くの仮定が含まれており、これらの計算と実際の挙動の整合性について確認する必要があるが、ここではPCけた模型による実験結果について述べる。

ここで用いた供試体は、けた高が600mm、幅が400mmのI形断面で寸法とコンクリートひずみの測定位置を図-2に示す。圧縮鋼材量は、総断面積の2.3%、PC鋼材量は0.44%である。

図-3の(a)と(b)は、圧縮鋼材を配置した場合と配置しないPCけた（同一コンクリート使用）の乾燥収縮ひずみのみによるコンクリート応力の測定結果とFritzの

表-2 変位法によるクリープ解析手順

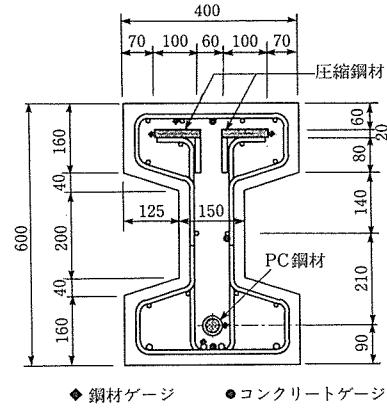
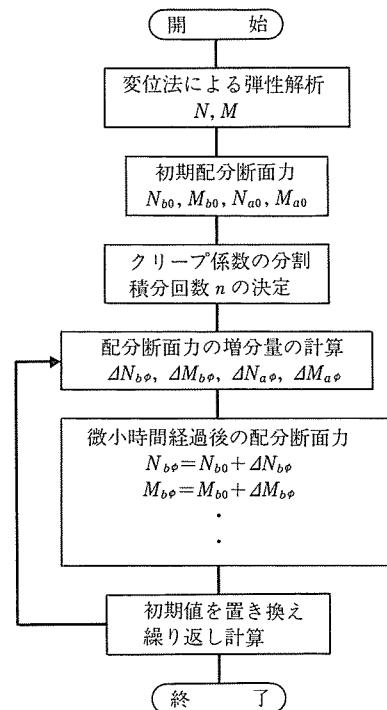
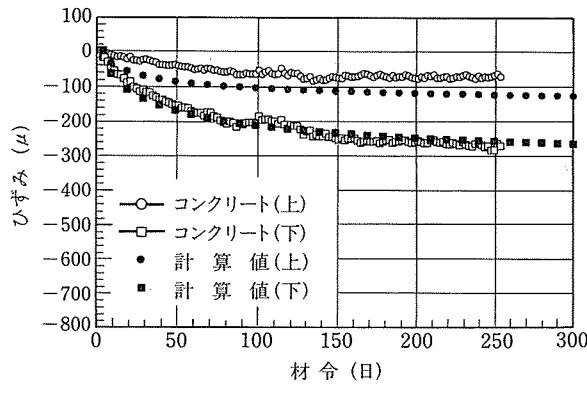


図-2 クリープ・乾燥収縮試験供試体

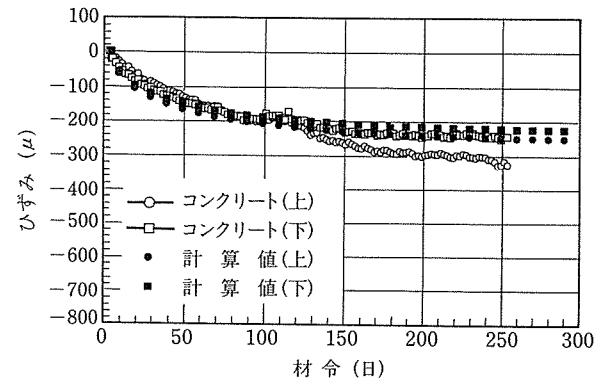
理論による計算結果を比較したものである（ここでは、プレストレス力は導入されていない）。

これらの図から、圧縮鋼材の配置によりコンクリートのひずみ分布の性状が変化することは明らかであり、圧縮鋼材のない場合には断面は一様に収縮するのに対し、鋼材がある場合には圧縮側のコンクリートひずみが拘束されるために初期段階から上下のコンクリートひずみに差が生じ、断面に回転ひずみが生じる。

クリープ係数と乾燥収縮度 ϵ_s をコンクリート標準示方書（平成8年版）における算定式を用いてFritzの理論により計算した結果と実験値を比較すると、値そのものにはいくらかの差があるものの収縮の性状を概ね把握することができる。また、図-4はプレストレス力を導入



(a)圧縮鋼材有



(b)圧縮鋼材なし

図-3 乾燥収縮によるコンクリートひずみ変化

した場合の合成断面内の各部材のひずみ変化を測定したもので、時間とともにひずみが変化しても断面はほぼ直線性を維持しており、平面保持の計算仮定が成り立つことがわかる。

次にすでに述べた3つの解法による計算結果の比較を示す。

解析モデルは、図-5に示す簡単な例題を文献⁴⁾と⁸⁾から引用し、各解法により計算した結果を比較するもの

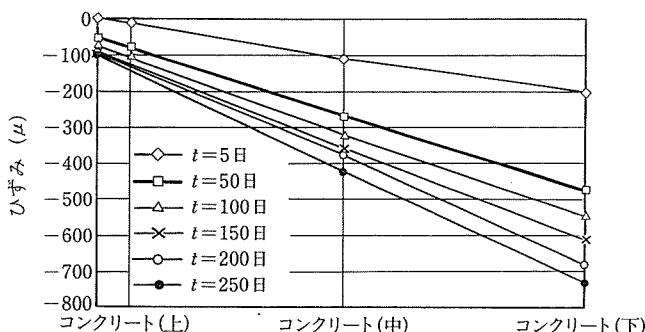


図-4 断面内のひずみ分布

とする。

表-3の①は1105tfmの一定曲げモーメントが作用した状態、②は乾燥収縮ひずみ $\epsilon_s = 250 \mu$ を与えた場合の結果を示す。なお、いずれもクリープ係数 $\phi = 2$ とし、変位法解析における積分回数は6回とした。

表-3の値は、初期載荷後からクリープ終了後までの間に生じた配分断面力を表すが、両ケースともFritzと変位法解析による計算結果とはコンクリートの曲げモーメントを除いてほぼ一致している。これに対してTrostの方法では、他の結果よりもわずかに小さい値となっているが、ちなみに、この計算でTrostは $\rho_N = 0.748$, $\rho_M = 0.864$ を用いた。

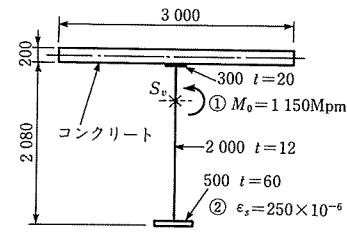


図-5 計算例に用いた解析モデル

表-3 各理論による計算結果の比較

	Fritzの理論	Trostの理論	変位法による理論
コンクリート 軸力 $\Delta N_{h\beta}$	① 99.1(tf)	94.4	98.6
	② 51.1(tf)	48.9	51.3
コンクリート曲げ モーメント $\Delta M_{h\beta}$	① -1.60(tfm)	-1.67	-1.97
	② 0.36(tfm)	0.26	0.43
鋼けた 軸力 $\Delta N_{s\beta}$	① -99.1(tf)	-94.4	-98.6
	② 51.1(tf)	48.9	51.3
鋼けた 曲げ モーメント $\Delta N_{s\beta}$	① 153.2(tfm)	146.5	153.2
	② 78.1(tfm)	74.7	78.4

4. 圧縮鋼材の影響

圧縮域に鋼材を配置した場合の影響についてFritzの理論を用いて検討を加える。計算モデルとしては図-6に示すように、高さ h 、幅 b の長方形の合成断面 ($h/b = 1.2$) の単純けたとする。ただし、P C鋼材および圧縮鋼材は伸び剛性のみで曲げ剛性は無視するものとする。

P C鋼材と圧縮鋼材の重心はそれぞれコンクリート下縁と上縁から $h/10$ に位置するものとする。計算ではP C鋼材量は総断面積の1%に固定し、圧縮側の鋼材量をそれぞれ総断面積の0.5, 1.0, 2.0, 3.0, 5.0%と変化させ、またクリープ係数を1~4とした場合の各部材要素の応力変化を求める。

4.1 一定の曲げモーメントが作用する場合

図-7(a),(b),(c)は、一定の正曲げモーメントを持

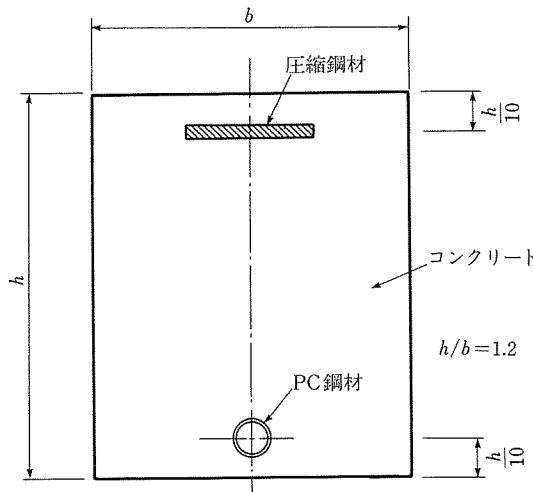


図-6 合成断面の計算モデル

継荷重としたときの上下縁のコンクリート応力 σ_u, σ_1 と圧縮鋼材応力 σ_s の変化を示している。ここでは、PC鋼材は存在せず、コンクリートを拘束するのは鋼材のみである。縦軸は鋼材量が0.5%のクリープ前の初期値を基準とし、それぞれの鋼材量の場合に発生する応力の比率を表し、横軸はコンクリートのクリープ係数を表している。したがって、クリープ係数 $\phi = 0$ の縦軸の値は、初期載荷時の弾性変形による発生応力比を表す。

初期の弾性応力に対して言えば、鋼材量の増大とともに応力は減少し、鋼材量が2%のときには0.5%に比較して圧縮応力は18%減少する。これに対して、下縁コンクリートの引張応力の減少量は圧縮側の応力ほど大きくはなく、鋼材量の影響が小さい。これは、鋼材との合成効果により抵抗断面が増え、さらに中立軸が上昇するために上縁側の断面係数が減少するのに対して下縁側の断面係数は余り変化しないことが原因である。

クリープ後のコンクリート応力変化に関しても同様に鋼材量による圧縮側の応力低減の影響は大きく、例えば、クリープ係数 $\phi = 3$ に着目すると、各鋼材量の合成断面の初期載荷時応力に対して21%~59%低減され、鋼材量が多いほど低減率は大きくなる。これに対し同じクリープ係数によって減少する引張応力は、初期応力に対して8%~17%である。

圧縮鋼材の応力に関しては、クリープの進行とともに徐々に大きな圧縮力が導入され、鋼材量が少ない場合の発生応力は大きくなる。鋼材量2%でクリープ係数3の場合では、初期応力に対して約2.4倍の応力値となる。

4.2 クリープを考慮した乾燥収縮

乾燥収縮 ($\epsilon_s = 200 \mu$ として計算) によるコンクリート上縁応力と鋼材応力の変化をそれぞれ図-8 (a) と (b) に示す。

$\phi = 0$ の縦軸の値は、コンクリートのクリープの影響

を無視したときの値を示し、鋼材量0.5%の初期載荷時の値を基準としている。

圧縮鋼材の拘束によりコンクリート上縁には引張応力、下縁には圧縮応力が作用し、鋼材量の増大に伴いその値は大きくなる。しかしながら、クリープの効果を考慮した場合これらの応力は減少し、例えば鋼材量2%，クリープ係数を3とすると、上縁の初期応力に対して39%減少する。実際の現象としては、コンクリートけたなどで乾燥収縮が急激に進み、クリープの効果が期待できない状況では鋼材の拘束により上縁に大きな引張応力が発生することになる。

圧縮鋼材には乾燥収縮により圧縮力が発生するが、鋼材量の増大およびクリープの進行とともに圧縮応力は減少する。

4.3 プレストレス力が作用する場合

図-9(a),(b),(c)は、同一量のプレストレス力が作用したときの上下縁コンクリートと圧縮鋼材の応力変化を表す。ここでは、圧縮鋼材拘束のほかにPC鋼材による拘束が含まれる。引張側の上縁コンクリートの応力変化に対して圧縮鋼材量の影響は大きいが、下縁コンクリートの応力に対しては余りその影響は大きくはない。これは、4.1と同様に鋼材による中立軸の移動と合成による抵抗断面の増大によるものである。鋼材量の増大に伴いプレストレス力により導入される初期コンクリート応力は小さくなるのは当然であるが、クリープによる損失も若干大きくなる。また、プレストレス力により圧縮鋼材に作用する引張応力は、鋼材量が2%を超えるとクリープによる応力変化が小さくなる傾向にある。

5. 設計計算例

実橋に圧縮補強鋼材を配置した場合の影響を調べるためにプレテンション方式のJISスラブ橋けた（設計基準強度 $\sigma_{ck} = 500 \text{kgf/cm}^2$ ）をモデルとして設計計算を行うものとする。

スパン22mの条件に対して現在使用されているBS20（スパン20m用）の断面に鋼材を配置し、けた高を90cmから80cmに低減する（けた高さ／スパン = 1 / 27.5）。ちなみに、BS22ではPC鋼より線を23本使用しているのに対し、BS20では同一の鋼線が21本である。

圧縮域の鋼材は、けた上縁から8cmに配置し、厚さを25mm、幅が250mmの鋼板とする（図-10）。これは、コンクリート断面の2%に相当する鋼材量である。なお、軸方向の鋼材長さは中心から左右に5mとする。

設計手順と構造条件および材料条件は、文献^[4]の設計・製造便覧にすべて従い、荷重はB活荷重を用いた。また、計算は2.3項で述べた変位法に基づくクリープの構造解析プログラムを用いた。計算結果から求めたスパ

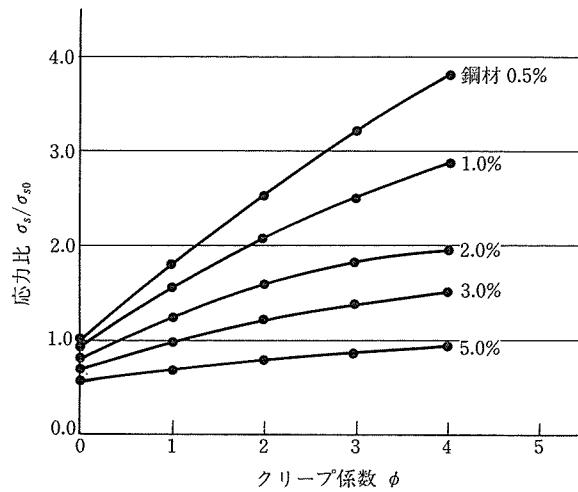
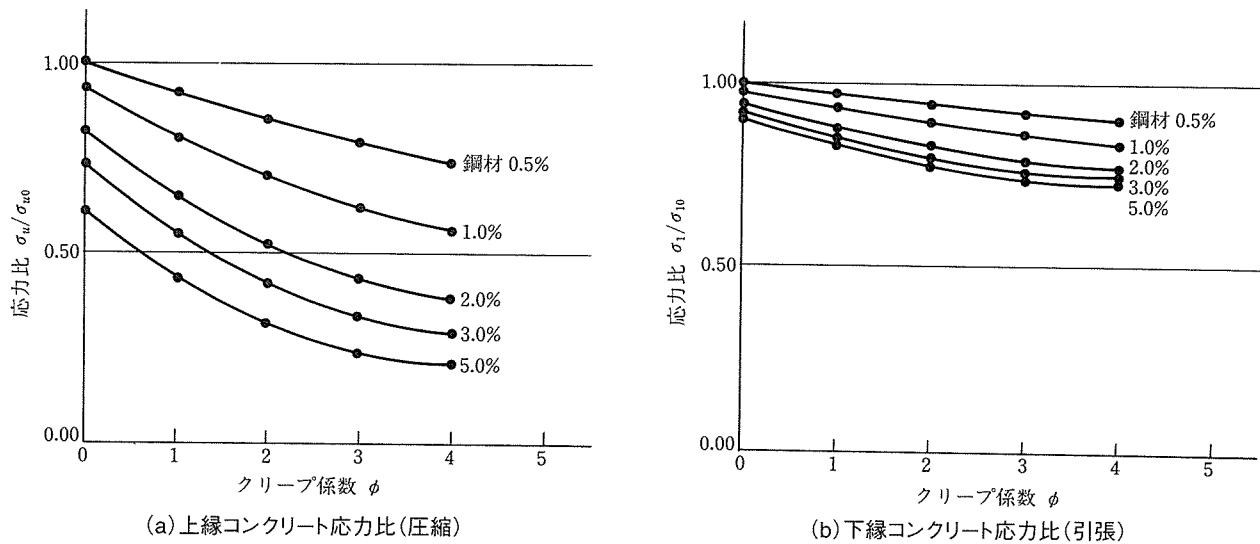


図-7 一定曲げモーメント作用時の応力比

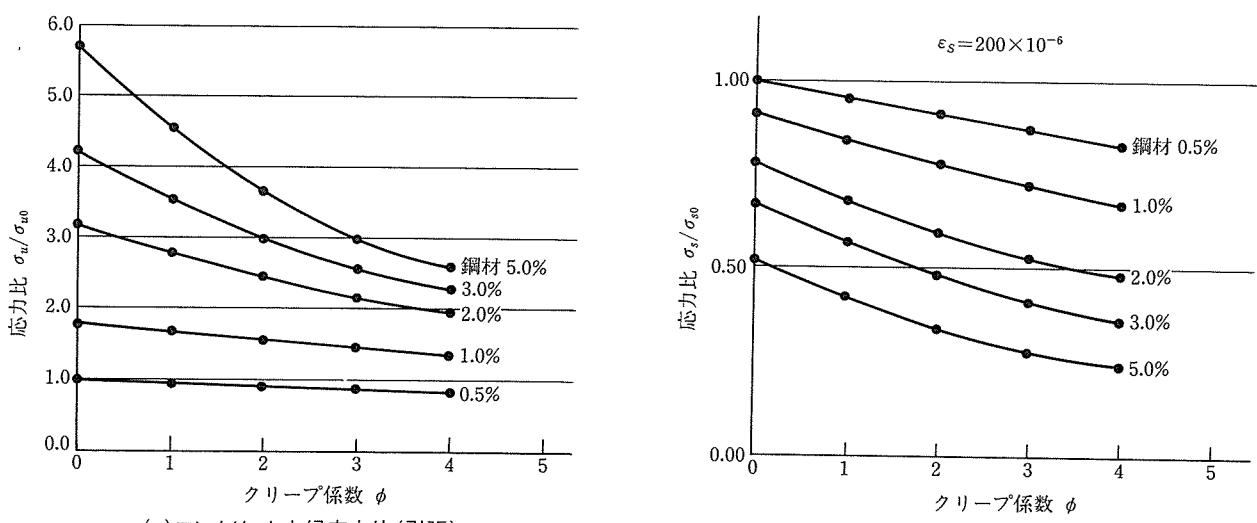


図-8 乾燥収縮による応力比

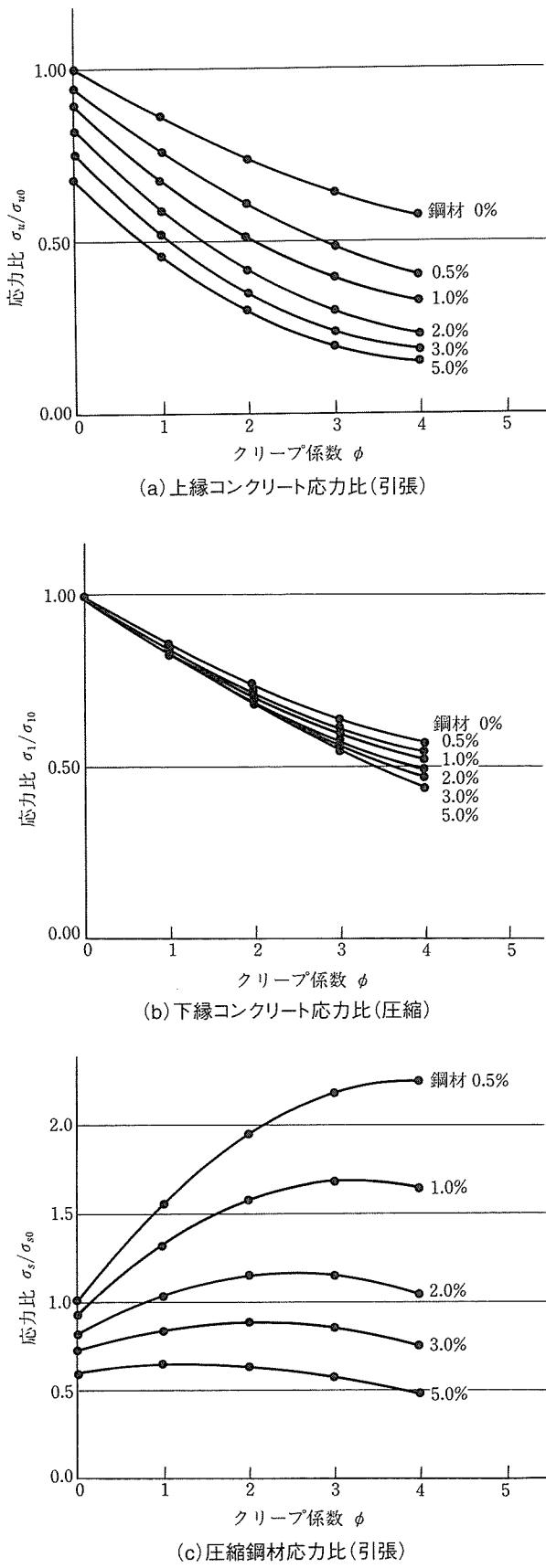


図-9 プレストレス力作用時の応力比

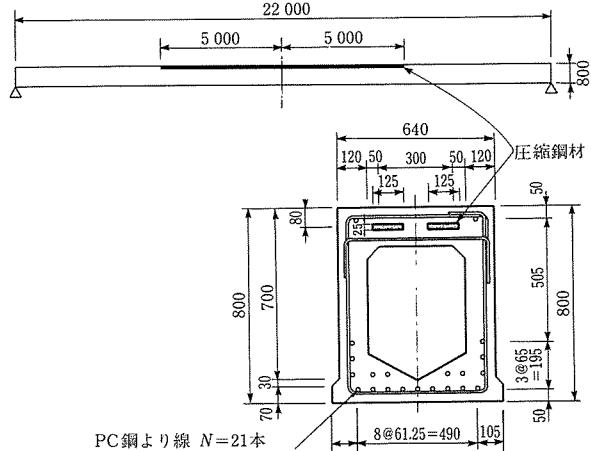


図-10 設計計算モデル

表-4 スパン中央設計断面力

	曲げモーメント (tfm)
主けた自重	52.03
場所打ち部自重	13.61
橋面荷重	32.25
死荷重合計	97.89
活荷重	37.43
合 計	135.32

表-5は、比較のために以下の条件で行ったスパン中央の応力計算結果を示す。

- ① 圧縮鋼材がなく、現行の設計によるクリープ解析
- ② 圧縮鋼材を配置し、現行の設計によるクリープ解析
- ③ 圧縮鋼材の影響を考慮したクリープ解析

圧縮鋼材のない①のケースでは、設計荷重時のコンクリートの許容圧縮応力度 160kgf/cm^2 （上縁）および許容引張応力度 18kgf/cm^2 （下縁）を超えた応力が生じる。また、②は圧縮鋼材を抵抗断面に含めているが、クリープ解析において鋼材拘束の影響を無視したケースであり、コンクリートの許容引張応力を満足しない。しかし、③の鋼材拘束の影響を考慮した場合には、圧縮縁のコンクリート応力は、鋼材がない場合に比較してほぼ半分になり、また引張応力も 5.7kgf/cm^2 に低減される。これに対し、圧縮鋼材には活荷重作用時に約 $2,000\text{kgf/cm}^2$ の圧縮応力が発生し、コンクリートの圧縮力が鋼材に転移することがわかる。

今回の例では、圧縮鋼材を約 500kgf 使用することによりすべての断面の許容値を満足させることができたが、細かい照査により鋼板の厚さを変化させれば、さらに経済的な設計が可能である。

今回の設計計算の範囲内では、圧縮域に鋼材を挿入することにより現在のBS22スラブけたに比較して、けた高を 10cm 縮め、1本あたりのけた重量をほぼ 10% 低減

ン中央の断面力を表-4に示す。

でき、さらにPC鋼線を2本少なくすることが可能となる。

表-5 スパン中央断面の応力比較
(kg/cm²)

圧縮域 鋼材	クリープ計算	プレストレス導入時			設計荷重時		
		conc.上縁	conc.下縁	圧縮鋼材	conc.上縁	conc.下縁	圧縮鋼材
①なし	土木学会	61.8	142.0	0	187.5	-33.8	0
②有り	土木学会	46.2	146.0	357.0	152.6	-24.6	870.6
③有り	鋼材考慮	46.2	146.0	357.0	90.8	-5.7	1957.0
*マイナスは引張応力		コンクリート許容値 -18≤σ≤200		コンクリート許容値 -18≤σ≤160			

6. おわりに

曲げモーメントの分布に応じて橋かけたの断面を部分的に補強する方法は、鋼橋のプレートガーダー橋などの例があり、古くから行われている方法である。

PC橋を曲げモーメント分布に応じて鋼材で補強する場合、短期荷重に対して断面性能が改善されるのみならず、補強鋼材によりクリープ性状を変えることができ、長期的にも全体の発生応力をさらに低減することができる。

プレテンション方式のけたの規模においては、断面積の2%程度の補強鋼材を配置することにより、現行のけた高さを10cm程度低めることは容易であり、経済的にも有利になりうるものと思われる。

参考文献

- 野田行衛、大沢浩二、新井達夫、児島啓太郎：圧縮域に補強鋼材を用いたプレストレスコンクリート桁の力学的挙動、土木学会論文集No.544/V-32, pp.235-245, 1996.8.
- 野田行衛、大沢浩二、新井達夫、渡部寛文：圧縮鋼材を有するPC桁のクリープ・乾燥収縮挙動について、プレストレスコンクリート技術協会第6回シンポジウム論文集, pp.115-118, 1996.10.
- H.Bode:Verbundbau,Werner-Verlag, pp86-103, 1987.
- B.Fritz:Verbundträger, Springer-Verlag, 1961.
- H.Wippel:Berechnung von Verbundkonstruktionen aus Stahl und Beton, Springer-Verlag, 1963.
- C.F.Kollbrunner,N.Haidin:Dünnwandige Stäbe, Band 2, Springer-Verlag,Dritter Teil, 1972.
- F.Leonhardt:Spannbeton für die Praxis, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, pp.399-446, 1973.
- H.Trost:Zur Berechnung von Stahlverbundträgern im Gebrauchszustand auf Grund neuerer Erkenntnisse des viskoelastischen Verhaltens des Betons, DER STAHLBAU,Heft 11, pp321-331, 1968.
- H.Trost:Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton,BETON-UND STAHLBETOBAU,Heft10, pp.230-238,Heft11,pp.261-269, 1967.
- D.N.Partov,T.T.Dimitrov:Spannungsänderungen infolge von Kriechen und Schwinden bei statisch bestimmt gelagerten Stahlverbundträgern, STAHLBAU, Heft, pp.205-209, 1985.
- 星埜正明、佐伯彰一：コンクリート斜張橋のクリープ解析、土木学会論文報告集第295号, pp.103-113, 1980. 3.
- 北島章夫、越後滋、町田文孝：鋼・コンクリート合成構造の汎用クリープ・乾燥収縮解析、土木学会第38回年次学術講演会(1), pp.483-484, 1983.
- 鋼・コンクリート合成構造の設計ガイドライン、土木学会, pp.74-79, 1989.
- JIS橋かけたによるPC道路橋設計・製造便覧、プレストレス・コンクリート建設業協会, 1996.4.

【1997年1月22日受付】