

# PC斜張橋のクリープによる不静定力を考慮した 斜材設置時導入張力の設定に関する一提案

石村 玄二<sup>\*1</sup>・江口 孝<sup>\*2</sup>・池庄司 和臣<sup>\*3</sup>

## 1. はじめに

PC斜張橋はクリープ性状の異なるコンクリート部材と斜材より構成されているため、コンクリートのクリープ、乾燥収縮の進行にともなって不静定力が発生する。

したがって、死荷重、施工時荷重、主桁内プレストレス力、斜材調整力などによる断面力の算出にあたっては、これらの荷重に対応するクリープの影響を考慮する必要がある。

これまでのPC斜張橋のクリープ解析は、解析の不確実性や計算の複雑さなどから構造系の完成以降についてのみ検討されているものが多い。

しかしながら、施工が長期にわたる場合には施工中のクリープの影響を無視できず<sup>1)</sup>、近年新しい解析方法が提案され<sup>2)</sup>より精度の高いものへの研究がなされている。

斜材の調整力は斜張橋特有なもので、断面力の低減と均一化をはかることを主目的に、施工中および完成後にその応力状態に応じて導入される。

この調整力の導入時期と大きさをいくらに設定するかは設計者にとって難しい問題である。実際の設計計算においては、過去の実績や経験に基づいて試行錯誤により決定される場合が多く大変な労力を要している。

斜材の調整力に関する方法についてはこれまでもいくつか提案されているが、施工中のクリープの影響を考慮した導入張力の設定方法についてはまだ提案されていない。

本論文では、最終張力に対する斜材設置時導入張力の設定について、施工中のクリープの影響を考慮した2通りの計算方法を述べる。

なお、説明を容易にするため施工段階を追ったクリープ解析および乾燥収縮の計算方法については本論文ではふれないものとする。

## 2. 計算上の仮定

### 2.1 計算概要

PC斜張橋の斜材張力は、人為的に与える調整力と荷重作用による張力とクリープの影響による張力の和により完成後の最終張力に達する。

調整力は、斜材設置時の導入張力と設置後必要に応じて与える張力に大きく分けることができる。

本計算は、完成後の斜材張力を既知として斜材設置時の導入張力を求めるものである。

### 2.2 斜材の最終張力

クリープ終了時の各斜材の最終張力を  $T$  として式(1)のように整理する。

$$T = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ T_m \end{pmatrix} \dots\dots\dots(1)$$

PC斜張橋では、主桁の断面力が全長にわたって均一に分布することが望ましく、一般に斜材定着位置を支点とする連続桁のモデルにより躯体寸法を仮定する方法が用いられる<sup>3)</sup>。

構造系の完成モデルで概略検討を行い、最終張力の設計値を設定する。

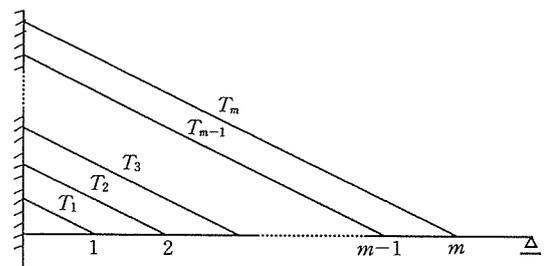


図-1 斜材の最終張力

\*1 Genji ISHIMURA : (株) フジタ土木本部

\*2 Takashi EGUCHI : (株) フジタ土木本部

\*3 Kazuomi IKESHOJI : (株) フジタ土木本部

### 2.3 斜材の導入張力

張出し施工にともなって設置される斜材に与える初期の調整力を導入張力  $T_0$  として式 (2) のように表わす。

$$T_0 = \begin{pmatrix} T_{01} \\ T_{02} \\ T_{03} \\ \vdots \\ T_{0m} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

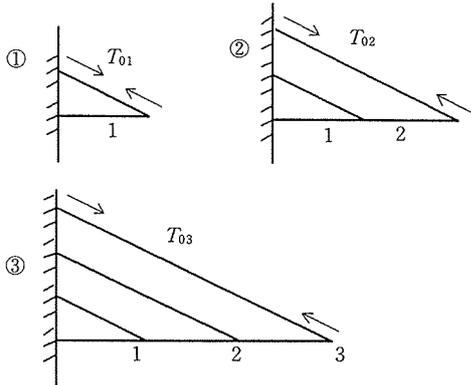


図-2 斜材の導入張力

### 3. データの作成

ここでは 4.1 以降の計算で使用するデータの作成方法について述べる。

#### 3.1 既知荷重に対する弾性解析

PC 斜張橋では施工時および完成時の様々な荷重作用に対する検討がなされるが、本論文では主な荷重である死荷重 ( $D$ ), 施工時荷重 ( $ER$ ), 主桁内プレストレス力 ( $PS$ ) についてのみ考慮するものとする。各荷重に対して施工段階を追った弾性解析を行い、各張力変化の集計により最終張力を求める。図-3, 式 (3) に死荷重による施工段階の一例を示す。

$$\begin{pmatrix} T_{D1} \\ T_{D2} \\ T_{D3} \\ \vdots \\ T_{Dm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{D1(1)} + T_{D1(2)} + T_{D1(3)} + \dots + T_{D1(m)} \\ T_{D2(2)} + T_{D2(3)} + \dots + T_{D2(m)} \\ T_{D3(3)} + \dots + T_{D3(m)} \\ \vdots \\ T_{Dm(m)} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

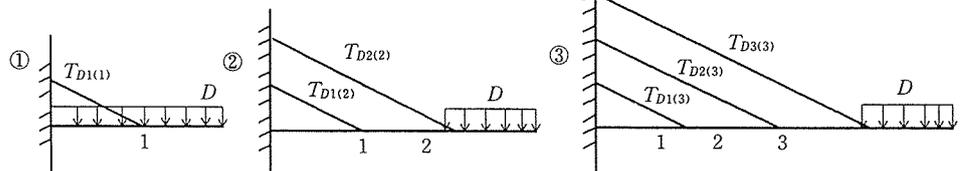


図-3 死荷重による張力変化

各既知荷重に対する最終張力  $T_d$  を以下のように整理する。

$$T_d = \begin{pmatrix} T_{D1} \\ T_{D2} \\ T_{D3} \\ \vdots \\ T_{Dm} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_{ER1} \\ T_{ER2} \\ T_{ER3} \\ \vdots \\ T_{ERm} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_{PS1} \\ T_{PS2} \\ T_{PS3} \\ \vdots \\ T_{PSm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{d1} \\ T_{d2} \\ T_{d3} \\ \vdots \\ T_{dm} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $T_D$ : 死荷重による最終張力  
 $T_{ER}$ : 施工時荷重による最終張力  
 $T_{PS}$ : 主桁内プレストレスによる最終張力  
 $T_d$ : 既知荷重による最終張力

#### 3.2 既知荷重に対するクリープ解析

3.1 で求めた既知荷重 (死荷重, 施工時荷重, 主桁内プレストレス力) に対する施工段階を追ったクリープ解析を行い、クリープによる張力変化の累計  $T_{erd}$  を以下のように整理する。

$$T_{erd} = \begin{pmatrix} T_{erd1} \\ T_{erd2} \\ T_{erd3} \\ \vdots \\ T_{erdm} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

#### 3.3 単位導入張力による各斜材の弾性変化量

施工段階ごとに設置する斜材  $n$  に単位張力を与えることによって、他の斜材に発生する張力変化量  $\Delta n$  を求める。

$$\Delta n = \begin{pmatrix} \delta_{1,n} \\ \delta_{2,n} \\ \delta_{3,n} \\ \vdots \\ \delta_{n-1,n} \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

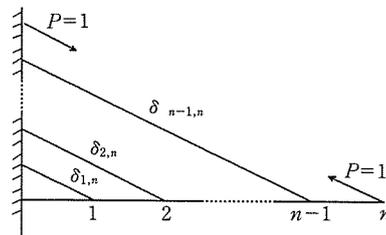


図-4 単位張力による変化

全斜材について単位張力による弾性マトリックス  $\Delta$  を以下のように整理する。

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_1 & \Delta_2 & \Delta_3 & \cdots & \Delta_{m-1} & \Delta_m \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \delta_{1,2} & \delta_{1,3} & \cdots & \delta_{1,m-1} & \delta_{1,m} \\ 0 & 1 & \delta_{2,3} & \cdots & \delta_{2,m-1} & \delta_{2,m} \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & \delta_{3,m-1} & \delta_{3,m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \delta_{n,m-1} & \delta_{n,m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (7)$$

3.4 単位導入張力による各斜材のクリープ変化量

3.3 と同様な単位張力を作用させた場合、斜材張力は弾性変化とともにクリープの影響により経時的に変化する。このときの単位張力によるクリープ解析を行い、張力変化の累計  $\Lambda_n$  を以下のようにまとめる。

$$\Lambda_n = \begin{bmatrix} \lambda_{1,n} \\ \lambda_{2,n} \\ \lambda_{3,n} \\ \vdots \\ \lambda_{n,n} \\ \vdots \\ \lambda_{m,n} \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (8)$$

全斜材について単位張力によるクリープマトリックス  $\Lambda$  を以下のように整理する。

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_2 & \Lambda_3 & \cdots & \Lambda_{m-1} & \Lambda_m \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \lambda_{1,1} & \lambda_{1,2} & \lambda_{1,3} & \cdots & \lambda_{1,m-1} & \lambda_{1,m} \\ \lambda_{2,1} & \lambda_{2,2} & \lambda_{2,3} & \cdots & \lambda_{2,m-1} & \lambda_{2,m} \\ \lambda_{3,1} & \lambda_{3,2} & \lambda_{3,3} & \cdots & \lambda_{3,m-1} & \lambda_{3,m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \lambda_{n,1} & \lambda_{n,2} & \lambda_{n,3} & \cdots & \lambda_{n,m-1} & \lambda_{n,m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \lambda_{m,1} & \lambda_{m,2} & \lambda_{m,3} & \cdots & \lambda_{m,m-1} & \lambda_{m,m} \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (9)$$

4. 自動設定方法 1

4.1 基本式

斜材の調整力は、施工時および完成時の主桁の断面力変化や斜材張力変化のバランス等を考慮して様々な方法がとられる。

ここで『斜材に与える調整力は斜材設置時に与える導入張力のみである』と仮定すると、以下の関係式が成立する。

$$T = \Delta \cdot T_0 + (T_d + T_{crd} + T_{cro}) \quad \cdots \cdots (10)$$

$T$ : 斜材最終張力

$\Delta$ : 単位導入張力による弾性マトリックス

$T_0$ : 求める斜材の導入張力

$T_d$ : 既知荷重による斜材最終張力

$T_{crd}$ : 既知荷重に対するクリープによる張力変化の

累計

$T_{cro}$ : 導入張力に対するクリープによる張力変化の

累計

$\Delta$  の逆マトリックスを  $\Delta^{-1}$  とすると、

$$T_0 = \Delta^{-1} \cdot [T - (T_d + T_{crd} + T_{cro})] \quad \cdots \cdots (11)$$

式 (1)~式 (7) により、式 (11) は次のように表わされる。

$$\begin{bmatrix} T_{01} \\ T_{02} \\ T_{03} \\ \vdots \\ T_{0m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \delta_{1,2} & \delta_{1,3} & \cdots & \delta_{1,m} \\ 0 & 1 & \delta_{2,3} & \cdots & \delta_{2,m} \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & \delta_{3,m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ \vdots \\ T_m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} T_{d1} \\ T_{d2} \\ T_{d3} \\ \vdots \\ T_{dm} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_{crd1} \\ T_{crd2} \\ T_{crd3} \\ \vdots \\ T_{crdm} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_{cro1} \\ T_{cro2} \\ T_{cro3} \\ \vdots \\ T_{cro m} \end{bmatrix} \right\} \quad \cdots \cdots (12)$$

4.2 繰返し計算によるフロー

式 (11) に示した  $T_{cro}$  の項は導入張力  $T_0$  の大きさに対応して変化するので、導入張力を設定しないと求めることができない。

ここで、以下のような繰返し計算を行うことにより徐々にクリープの影響を考慮し、導入張力の近似解を求める方法について述べる。

- ①  $T_{cro}$  を無視した場合の導入張力  $T_{0(1)}$  を式 (11) により求める。  
 $T_{0(1)} = \Delta^{-1} \cdot [T - (T_d + T_{crd})] \quad \cdots \cdots (13)$
- ② 導入張力  $T_{0(1)}$  による弾性解析を行い断面力を算出する。
- ③ ②の弾性解析結果を用いて施工段階を追ったクリープ解析を行い、クリープによる張力変化の累計  $T_{cro(1)}$  を求める。

$$T_{cro(1)} = \begin{bmatrix} T_{cro1} \\ T_{cro2} \\ T_{cro3} \\ \vdots \\ T_{cro m} \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (14)$$

- ④ 式 (11) の基本式に戻り、③で求めた  $T_{cro(1)}$  を考慮して導入張力  $T_{0(2)}$  を求める。

$$T_{0(2)} = \Delta^{-1} \cdot [T - (T_d + T_{crd} + T_{cro(1)})] \quad \cdots \cdots (15)$$

- ⑤ 以下②~④の方法を繰り返す。

繰返し計算により徐々にクリープの影響が考慮され数回の計算で近似解が得られる。図-5 に計算フロー図を

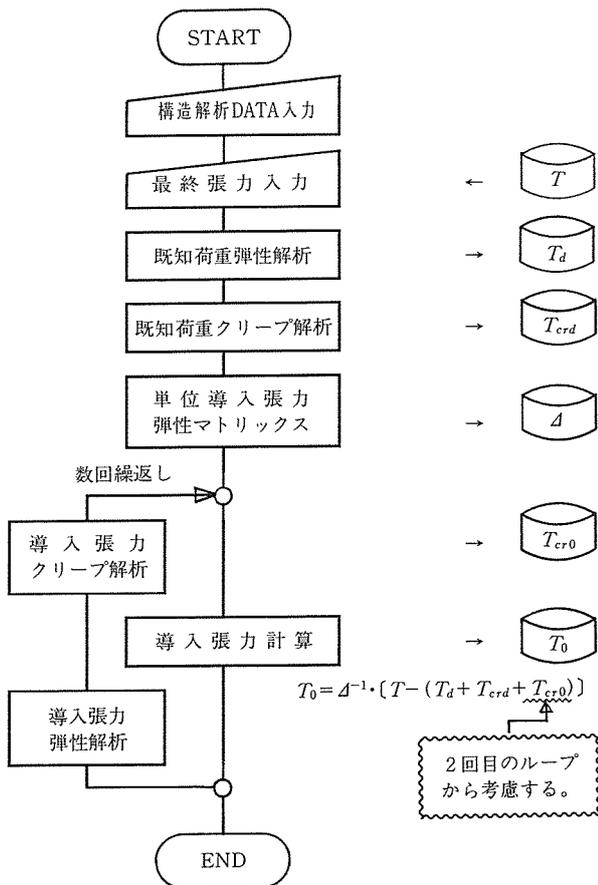


図-5 自動設定方法1計算フロー図

示す。

## 5. 自動設定方法2

### 5.1 基本式

単位導入張力が最終張力に与える影響は、式(7)の弾性変化量と式(9)のクリープ変化量との和で表わすことができ、4.1と同じ仮定のもとで以下の関係式が成立する。

$$T = (\Delta + \Lambda) \cdot T_0 + (T_d + T_{crd}) \dots\dots\dots(16)$$

ここで、

$T$ : 斜材最終張力

$\Delta$ : 単位導入張力による弾性マトリックス

$\Lambda$ : 単位導入張力によるクリープマトリックス

$T_0$ : 求める斜材の導入張力

$T_d$ : 既知荷重による斜材最終張力

$T_{crd}$ : 既知荷重に対するクリープによる張力変化の累計

$(\Delta + \Lambda)$  逆マトリックスを  $(\Delta + \Lambda)^{-1}$  とすると、

$$T_0 = (\Delta + \Lambda)^{-1} \cdot [T - (T_d + T_{crd})] \dots\dots\dots(17)$$

式(9)などにより、式(17)は次のように表わされる。

$$\begin{pmatrix} T_{01} \\ T_{02} \\ T_{03} \\ \vdots \\ T_{0m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \lambda_{1,1} & \delta_{1,2} + \lambda_{1,2} & \delta_{1,3} + \lambda_{1,3} & \dots & \delta_{1,m} + \lambda_{1,m} \\ \lambda_{2,1} & 1 + \lambda_{2,2} & \delta_{2,3} + \lambda_{2,3} & \dots & \delta_{2,m} + \lambda_{2,m} \\ \lambda_{3,1} & \lambda_{3,2} & 1 + \lambda_{3,3} & \dots & \delta_{3,m} + \lambda_{3,m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{m,1} & \lambda_{m,2} & \lambda_{m,3} & \dots & 1 + \lambda_{m,m} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ \vdots \\ T_m \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} T_{d1} \\ T_{d2} \\ T_{d3} \\ \vdots \\ T_{dm} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_{crd1} \\ T_{crd2} \\ T_{crd3} \\ \vdots \\ T_{crdm} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(18)$$

### 5.2 クリープ変化によるフロー

式(18)により1回の計算で斜材導入張力が得られる。図-6に計算フロー図を示す。

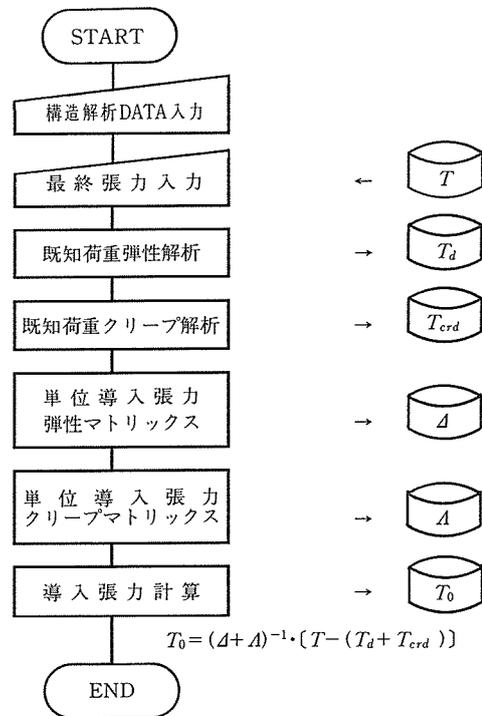


図-6 自動設定方法2計算フロー図

## 6. あとがき

本論文で述べた基本式は『斜材に与える調整力は、各斜材設置時に与える導入張力のみである』という仮定で成立する式である。

ここで得られた導入張力は、設計に際しそのまま用いることもできるが、施工段階に適した主桁の断面力や斜材張力のバランス等を検討することにより修正を加えればより経済的な部材設計となる。また、文中では左右対称構造の片側のモデルについて説明したが、非対称構造においても同様な方法で求めることができる。

自動設定について2通りの方法を提案したが、方法1では繰返し計算により近似解を、方法2では単位張力によるクリープの影響を考慮した方法により1回の計算で解が得られる。

計算をシステム化する場合、方法2の方が方法1に比べて大きな容量を必要とし、電算機の能力によっては方法1による繰返し計算の方が実用的となることも考えられる。

通常の設計では設計者の経験や過去の実施例に基づいて試行錯誤により斜材に与える調整力の決定がなされており、様々な荷重作用やクリープの影響により大変な労力を要している。本論文のようにクリープの影響を含む斜材導入張力を自動設定しておけば、これを基に他の検

討要因に対する修正を加えることにより効率的に設計を進めることができ、煩雑なPC斜張橋設計の簡略化に役立つものとする。

#### 参 考 文 献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説Ⅲコンクリート橋編，1990.2
- 2) 小宮正久，酒井一，前田晴人：任意系コンクリート構造物のクリープ解析法に関する一提案，プレストレストコンクリート，Vol. 29, No. 2, 1987
- 3) (財)海洋架橋調査会：PC斜張橋に関する調査研究報告書

【1990年7月26日受付】

---

#### ◀刊行物案内▶

## PC 斜 張 橋

(本誌第29巻第1号特集号)

現在，世界的にも，また我が国でも有力な橋梁施工法として台頭し初めたPC斜張橋を特集した本書は，その歴史，変遷から始まって，将来展望に関する座談会，斜張ケーブルの現状，既に実施された，または計画中の代表的な斜張橋（白屋橋，東名足柄橋，猪名川第2橋梁，衝原大橋，呼子大橋，新丹波大橋）の報告等，多岐にわたり収録してあります。PC橋梁の設計・施工関係技術者にとっては必携の参考書と確信します。

体 裁：B5判108頁

定 価：1500円（送料：150円）