

## PC 斜張橋のクリープ解析の基本 (その 1)

**1****はじめに**

斜張橋は主桁、塔および斜材の3つの構造部材から構成され、それのもつ数多くの特長から、近年世界的にその需要が増えてきている。

PC 斜張橋は一般には、主桁に PC 構造、塔に RC 構造、斜材に鋼構造を適用した一種の複合構造物であり、構造部材にコンクリートを用いているため、コンクリートのクリープ・乾燥収縮により不静定力が生じることになる。この不静定力の解析は、斜張橋が高次の不静定構造となるため、複雑で、一般に電子計算機により行っているのが現状である。

ここでは、従来の PC 桁橋系におけるクリープ解析の基本的考え方と対比しつつ、PC 斜張橋のクリープ解析の基本について述べる。

なお、解析手法としては、一般には電算による解析に適した変形法が採用されているが、本講座の目的を考え、基本的考え方の理解を容易にするため、応力法に基づいて説明する。

**2****PC 斜張橋のクリープについて**

土木学会「プレストレストコンクリート標準示方書」(昭和53年制定)第4章によると、コンクリートのクリープひずみはクリープを起こす応力度による弾性ひずみに比例し、一般には次式で表わされる。

$$\epsilon_{\varphi} = \frac{\sigma}{E_c} \cdot \varphi \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $\epsilon_{\varphi}$ ：コンクリートのクリープひずみ

$\sigma$ ：クリープを起こす応力度(持続荷重によ

る応力度)

$E_c$ ：コンクリートのヤング係数

$\varphi$ ：クリープ係数

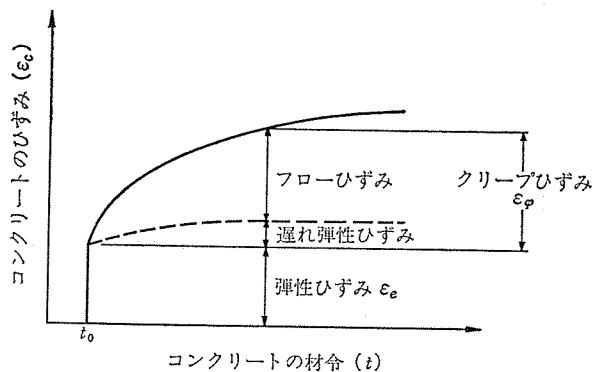


図-1 コンクリートのひずみと材令の関係

したがって、コンクリートの全ひずみは、図-1に示すように、次式で表わされる。

$$\epsilon_c = \epsilon_e + \epsilon_{\varphi} \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 $\epsilon_c$ ：コンクリートの全ひずみ

$\epsilon_e$ ：コンクリートの弾性ひずみ

また、コンクリートのクリープひずみは、遅れ弾性ひずみ(回復ひずみ)とフローひずみ(非回復ひずみ)との和と考えられており、これは(1)式におけるクリープ係数  $\varphi$  で次式のように表わしている。

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_{d_0} \cdot \beta_{d(t-t_0)} + \varphi_{f_0} \cdot [\beta_{f(t)} - \beta_{f(t_0)}] \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 $\varphi(t, t_0)$ ：有効材令  $t_0$  に載荷されたコンクリートの有効材令  $t$  におけるクリープ係数

$\varphi_{d_0}$ ：遅れ弾性ひずみに対する基本クリープ係数で、一般に 0.4 とする

$\beta_{d(t-t_0)}$ ：載荷後の有効経過日数  $(t-t_0)$  に関

する関数で、 $(t-t_0) \geq 3$ か月では  
1.0となる

$\varphi_f$ : フローひずみに対する基本クリープ係数で、環境条件およびコンシスティンシーに応じて定まる値

$\beta_{f(t)}$ : コンクリートの有効材令  $t$  および部材の仮想厚さに関する関数で、クリープ終了時には最終値（一定）となる

なお、(3)式における詳細については、文献1)を参考されたい。また、コンクリートのクリープひずみが、作用応力による弾性ひずみに比例すると考えてよいのは、コンクリート応力度が圧縮強度の約60%以下の場合であることにも注意されたい。

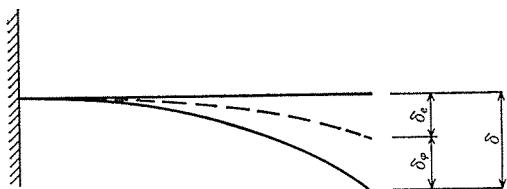


図-2 片持ち梁のたわみ

以上のことから、図-2に示すように、コンクリートの片持ち梁を例にとると、たわみは次式のように考えることができる。

$$\delta = \delta_e + \delta_\varphi \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

ここに、 $\delta$ : 片持ち梁の全たわみ

$\delta_e$ : 持続荷重による梁の弾性たわみ

$\delta_\varphi$ : コンクリートのクリープによる梁の塑性たわみ

したがって、この例のように、静定の構造系においては、クリープにより変形のみが生じ、応力度（断面力）の変化はない。

しかし、PC斜張橋のように不静定構造物の場合、コンクリートのクリープによる塑性たわみ（ひずみ）が生じる際、これにより不静定力が発生することになる。

PC斜張橋のクリープ解析は、これらの不静定力を求めることがあるが、実際のPC斜張橋のクリープの現象は大別して次の4つのケースに分類できる。

ケース A) 斜張橋を構成する構造部材がすべてコンクリート部材で構成され、各部材のクリープ性状が等しい場合

ケース B) ケースA)と同様にすべてコンクリート部材で構成されるが、各部材のクリープ性状が異なる場合

ケース C) クリープするコンクリート部材とクリープしない鋼部材により、斜張系が構成され

ている場合

ケース D) 構造系に変化のある場合、すなわち、施工法の違いにより、完成系における部材断面力が、完成系で計算した部材断面力と異なっている場合

ケースA)は、クリープの影響を弾性係数の低下としてとらえることができ、クリープによって変形は生じるが、断面力の変化はない。これに対し、ケースB), C), D)においては、クリープによって変形のみならず、断面力の変化も生じることになる。

PC斜張橋のクリープ解析による不静定力の算定は、上記ケースB), C), D)を単独または複数に組み合わせて行うものである。

### 3

### 桁橋系のクリープ解析の基本

一般に、桁橋系に用いられているクリープ解析は、前述のケースD)，すなわち、構造系の変化によるクリープの影響を考えている。これは一般的に次のように考える。

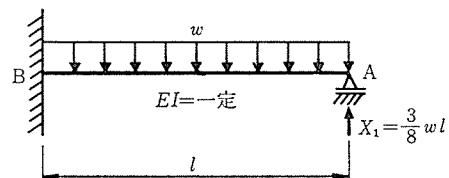


図-3 構造モデル

いま、説明を簡単にするため、図-3に示すような構造モデルを考え、持続荷重には主桁の自重（等分布荷重  $w$ ）を考える。

この主桁を支保工上で一度に製作し、支保工を撤去したとき、すなわち、完成系で計算したときの不静定力  $X_1$  は、 $(3/8)wl$  である。

次に、この主桁を図-4に示すように張出し架設した

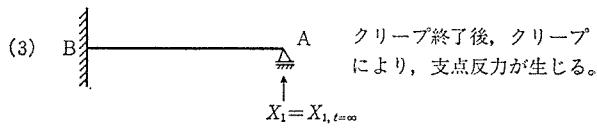
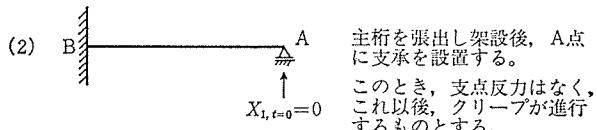
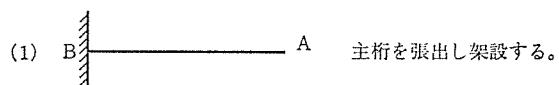


図-4 構造系に変化のある場合のモデル図

後にA点に支承を置き、この構造系を完成させるものとする。なお、A点に支承を設置した後、A点の上下方向の変位はないものとする。

このA点に支承を設置した後にクリープが進行するものと考えると、支承の設置時点( $t=0$ 時)では、A点の支点反力 $X_1$ は $X_{1,t=0}=0$ である。この $X_1$ が、クリープ終了時( $t=\infty$ 時)にどうなるか、以下に説明する。

いま、A点の支承を撤去し、時刻 $t$ と時刻 $t+4t$ 間のA点のたわみ $d\delta_A$ について考えると $d\delta_A$ は次式で表わすことができる。

$$d\delta_A = X_1 \delta_{11} d\varphi + dX_1 \delta_{11} + \delta_{10} d\varphi \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 $X_1$ : 時刻 $t$ 時にA点に生じている不静定反力

$\delta_{11}$ : A点に $X_1$ 方向に単位荷重を載荷したときの弾性たわみ

$d\varphi$ : 時間 $4t$ 間のクリープ係数の変化量

$dX_1$ : 時間 $4t$ 間とA点に生じるクリープによる不静定反力

$\delta_{10}$ : 持続荷重によるA点に生じる弾性たわみ

(5)式の右辺第1項は、時刻 $t$ までに生じた不静定反力 $X_1$ による $4t$ 間の塑性たわみ、第2項は $dX_1$ による弾性たわみ、第3項は持続荷重による $4t$ 間の塑性たわみである。

次に、A点では上下方向に移動がないから、 $d\delta_A=0$ とおくことができ、(5)式は、

$$X_1 \delta_{11} d\varphi + dX_1 \delta_{11} + \delta_{10} d\varphi = 0 \quad \dots \dots \dots (6)$$

となり、この弾性方程式がクリープ解析の基本式である。

(6)式を変形して、

$$dX_1 + \left( X_1 + \frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} \right) d\varphi = 0 \quad \dots \dots \dots (7)$$

(7)式中の $\delta_{10}/\delta_{11}$ は、図-3に示した構造系を一度に製作したときに生じる不静定力を意味しており、これを、

$$X_L = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}}$$

で表わすと、(7)式は次のように展開できる。

$$dX_1 + (X_1 - X_L) d\varphi = 0$$

$$\frac{1}{(X_1 - X_L)} \cdot dX_1 = -d\varphi$$

両辺を積分して、

$$X_1 - X_L = C \cdot e^{-\varphi} \quad (C: \text{積分定数}) \quad \dots \dots \dots (8)$$

前述したように、時刻 $t=0$ で $\varphi=0$ 、 $X_{1,t=0}=0$ であるため、(8)式より、

$$C = -X_L$$

したがって、クリープ終了時の不静定反力 $X_{1,t=\infty}$ は、次式となる。

$$X_{1,t=\infty} = (1 - e^{-\varphi}) X_L \quad \dots \dots \dots (9)$$

以上の結果を図-5に、主桁の曲げモーメントの変化

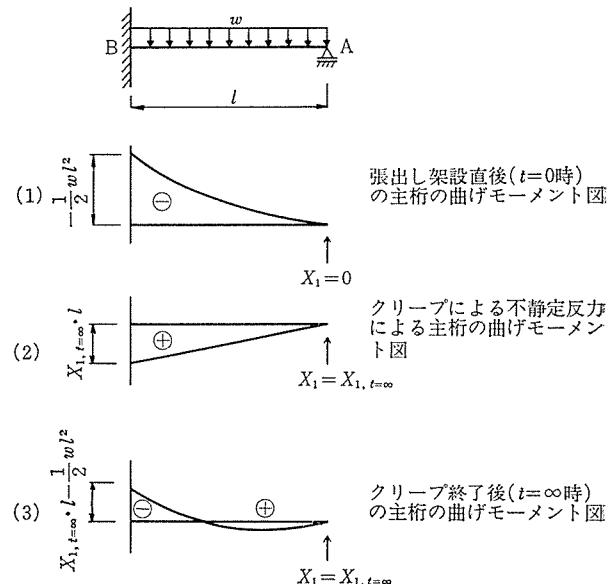


図-5 主桁曲げモーメントの変化の状況

として示しておく。

更に、施工中にA点に支点反力 $X_B$ が発生しているものとすれば、 $t=0$ 時に $\varphi=0$ 、 $X_{1,t=0}=X_B$ として、(8)式より

$$C = X_B - X_L$$

したがって、

$$X_1 - X_L = (X_B - X_L) e^{-\varphi}$$

$$X_{1,t=\infty} = (1 - e^{-\varphi}) \cdot X_L + X_B \cdot e^{-\varphi} \quad \dots \dots \dots (10)$$

となり、クリープによる支点反力の変化量 $\Delta X_1$ は、

$$\begin{aligned} \Delta X_1 &= X_{1,t=\infty} - X_{1,t=0} \\ &= (1 - e^{-\varphi}) \cdot X_L + X_B \cdot e^{-\varphi} - X_B \\ &= (1 - e^{-\varphi})(X_L - X_B) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (11)$$

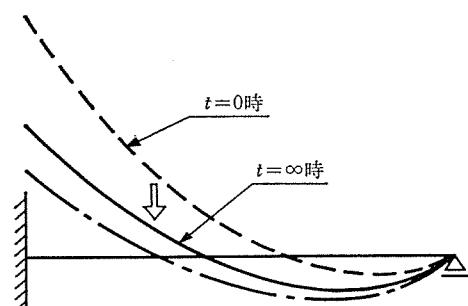
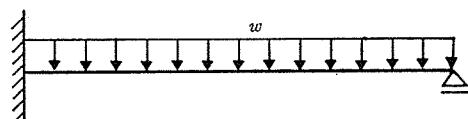


図-6 主桁曲げモーメント図の変化

となる。

以上の結果を、主桁の曲げモーメントで概念的に図一  
6 に示す。

(11) 式と 図一6 より、桁橋系においては、施工法が異なったとしても、構造系が完成したときの断面力は、コンクリートのクリープにより、この構造系を一度に完成させたときの断面力に近づいていくことになる。

以上の考え方が、桁橋系で用いられているクリープ解

析の基本的考え方である。

(次号に続く)

#### 参考文献

- 1) 土木学会、プレストレストコンクリート標準示方書、昭和 53 年制定
- 2) 富田介彦、森伸樹、中島武：PC 斜張橋の一試設計、土木技術、32 卷 7 号、1977
- 3) 本間秀世、森田雄三：不静定 PC 構造物のクリープによる影響、プレストレストコンクリート、Vol. 19, No. 4, 1977  
【記：石原重孝 鹿島建設（株）土木設計本部副主査】

#### ◀刊行物案内▶

### プレストレストコンクリート構造物の設計・施工と最近の話題

本書は、全国七都市で開催された第 13 回 PC 技術講習会のテキストとして編纂されたもので、1984 年 8 月カルガリーで行われた FIP シンポジウムの Commission WG 報告をはじめ、近代技術にふさわしい施工法、工期の短縮および経済性を考慮した最近の実施例、30 数年を経過した PC 構造物の損傷事例をふまえての設計法、最近我が国でも急速に利用範囲の広まった海洋構造物への PC の応用例等々、多岐にわたる内容を取り上げてのものです。PC 関係の技術者には欠くことのできない貴重な資料と考えられます。

ご希望の方は、代金を添えて（社）PC 技術協会宛お申し込みください。

体裁：A4 判 160 頁

定価：3,500 円 送 料：450 円

内容：(A) 緊張材引張力と伸びとの関係——FIP Commission on Practical Construction WG 報告から——引張力～伸び関係についての基本、設計上の観点、FIP Commission の方法による  $\mu$ ,  $k$  推定法、例題。(B) PC 板埋設型枠の利用による構造の実例、PC 板埋設型枠合成床版に関する実験的研究、同設計例、設計施工上の問題点と適用の実例。(C) 海洋構造物への PC の応用、海洋 PC 構造物の現状、本四連絡橋工事用 PC バージ、横浜港横断橋の PC バージ。(D) プレストレストコンクリート橋の施工について、まえがき、型枠支保工、コンクリート工、鉄筋工、プレストレッシング工、PC グラウト工、架設工。(E) 維持管理面よりみたプレストレストコンクリート構造物の細部設計、まえがき、損傷事例の調査、改善法の提案、あとがき。(F) 新幹線大宮—上野間のプレストレストコンクリート橋とその技術、まえがき、T 形桁の標準設計、主な PC 橋りょう、技術上の問題点。