

正反繰返し荷重を受ける PC(RC) 部材のモーメント～曲率 ($M \sim \phi$) 関係の理論数値解析について

松 本 公 典*

1. まえがき

PC 構造物の耐震性を研究するにあたって、PC(RC) 部材の正反繰返し荷重を受ける場合の挙動を理解することは重要である。

しばしば曲げモーメントと曲率の関係 ($M \sim \phi$) が耐震計算上利用される。

部材を構成する材料（コンクリート、鉄筋、PC 鋼材）の応力度～ひずみ関係の挙動は非線形であり、特にコンクリートのそれは荷重の変化にともなって刻々様相を変えることは周知の事実であり、したがって上述の複合材料から成る PC 部材の応力度～ひずみ関係の挙動は複雑をきわめるものである。

過去幾多のこの種の研究は実験的解析が主であり、理論数値解析はあまり試みられていない。

筆者は構造材の応力挙動の実験的結果をふまえ、PC(RC) 構造物の耐震性検討の用に供するため、種々の材料から成る PC(RC) 部材断面のモーメント～曲率 ($M \sim \phi$) ヒステレシススケルトン曲線を数値解析するプログラムを開発した。数学的解法は困難であるため、コンピュータにて正・反繰返し曲げを受ける時の PC(RC) 部材の応力挙動を数値解析した。

材料の応力度～ひずみ関係において、コンクリートについては青山³⁾、鉄筋については加藤⁴⁾、PC 鋼材については Blakeley and Park⁵⁾ の研究に基づいており、また、矩形断面 PC 梁の載荷実験を行い、理論計算結果と比較対比している。

2. PC(RC) 部材断面モーメント～曲率関係 ヒステレシス理論数値解析プログラム

2.1 計算上の仮定

モーメント～曲率 ($M \sim \phi$) 関係のヒステレシスループ曲線を理論数値計算するにあたって、コンクリート、鉄筋、PC 鋼材の応力度～ひずみ関係に対して、以下の仮定を設けている。

<仮定 I>

すべての段階で部材断面のひずみは、断面の中立軸か

らの距離に比例する（平面保持の法則）。

<仮定 II>

コンクリートの引張応力度は、これを無視する。ただし、PC 鋼材によって最初に生ずる引張応力度は有効であるとする。

<仮定 III>

構成材料の応力度～ひずみ関係の機械的性質は以下のようである。

(1) コンクリートの応力～ひずみスケルトンカーブ

コンクリートの応力～ひずみスケルトンカーブは、図-1 に示すように、圧縮応力域にあっては 2 次パラボラと応力降下直線の結合されたものとする。引張応力域にあっては圧縮応力区間スケルトンカーブの原点における接線と同一傾斜 E_{c0} を有する直線と仮定する。引張応力度最大値は引張強度 ($-f_t$) とする。ただし、コンクリートの引張応力はプレストレッシング作用のみの仮想状態に対してのみ考慮する。その後の載荷履歴にあたって圧縮応力状態から引張となる場合の引張応力は、これを無視するものとする。

ここに、

$$f_c : \text{コンクリート圧縮強度}$$

$$f_t : \text{コンクリート引張強度} (0.65 \sqrt{f_c^2})$$

$$\epsilon_{c0} = 0.002$$

$$E_{c0} = 2 f_c / \epsilon_{c0}$$

$$Z = (0.0016 f_c - 0.09) / (1 + 3 \rho_{sw})$$

ρ_{sw} : 圧縮コンクリート横方向拘束鉄筋断面積比

スケルトンカーブ上の点 (σ_m, ϵ_m) よりコンクリート

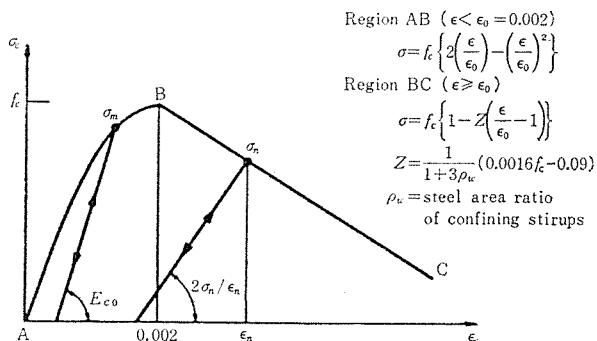


図-1 コンクリートの応力～ひずみスケルトンカーブ

* 日本構造橋梁研究所

報 告

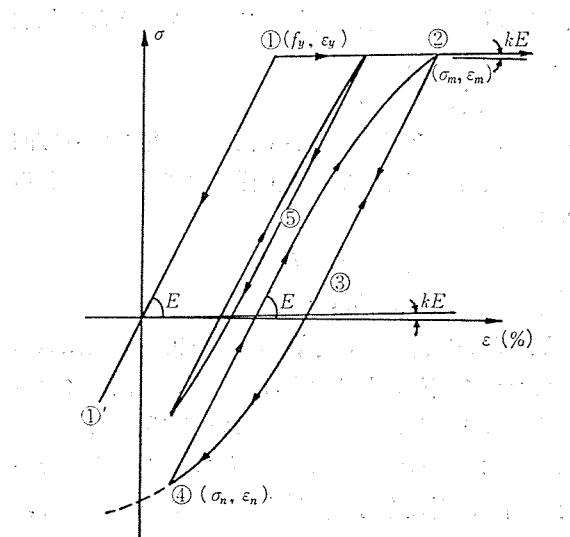


図-3 PC 鋼材の応力～ひずみスケルトンカーブ
SWPR-7 B の場合

$$\begin{aligned}E &= 2.0 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2 \\f_y &= 0.92 f_p / (1 - k) = 175.5 \text{ kg/mm}^2 \\kE &= 3.04 \times 10^2 \text{ kg/mm}^2 \\k &= 1.6 f_p / E \\f_p &= 190 \text{ kg/mm}^2\end{aligned}$$

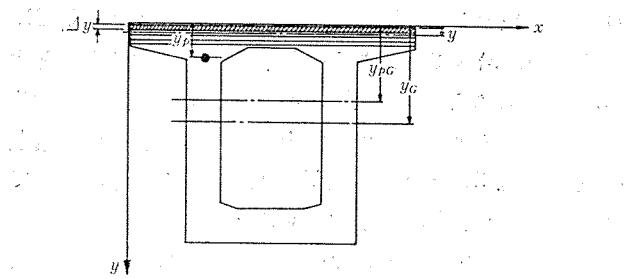
に示す曲線上を降下するものとする。減力時から再度加力に転ずる場合は⑥点まで(14)式に示す直線上を進み、さらに(15)式に示す曲線上を進んでもとの降下した点にもどるものとする。

$$\sigma = \sigma_n + E(\varepsilon - \varepsilon_n) \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

$$\frac{\sigma = \sigma_n + f_{-y}}{1 + \left(\frac{E}{\sigma_m - \sigma_n - f_{-y}} - \frac{1}{\varepsilon_m - \varepsilon_n - \varepsilon_{-y}} \right) (\varepsilon - \varepsilon_n - \varepsilon_{-y})} \quad \dots \dots \dots (15)$$

2.2 数値計算プログラム

計算は任意の形状断面、種々の鋼材配置による場合の解析は数学的解法は困難であるので、図-4のごとく部材断面を面と直角に細分割し、細分割区間は断面応力は



$$形心 y_C = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{\sum A_i}$$

$$PC\text{ 鋼材重心 } y_{PG} = \frac{\sum n_i \cdot y_p}{\sum n_i} = \frac{\sum n_i \cdot y_p}{N}$$

ここに、 ΔA ：細分割断面積

n_i : i 段のPC鋼材本数

N: PC鋼材全本数

図-4 部材断面の細分割と図心

一定であるとし、軸力適合条件を満足するひずみ釣合状態からモーメント～曲率 ($M \sim \phi$) の関係を求めるものである。

まず、プレストレスのみの作用する無荷重状態（初期状態）を求めることがから始められる。初期状態ひずみより出発し、部材断面の上縁および下縁ひずみを増加あるいは減少させて正・反繰返し曲げを受けた状態の応力挙動を求めるものとする。初期状態を求めるには図-4においてPC鋼材重心が部材断面図心の上有るか下にあるかの判定を行い、上有る場合、コンクリート断面図心の上有るか下にあるかの判定を行い、上有る場合、コンクリート断面図心にPC鋼材が集中した場合の軸圧縮ひずみ ϵ_0 より上縁ひずみをstep by stepに少しづつ増加させ、以下の適合条件式を満足する部材断面ひずみ分布を求めればよい。

＜適合条件式＞

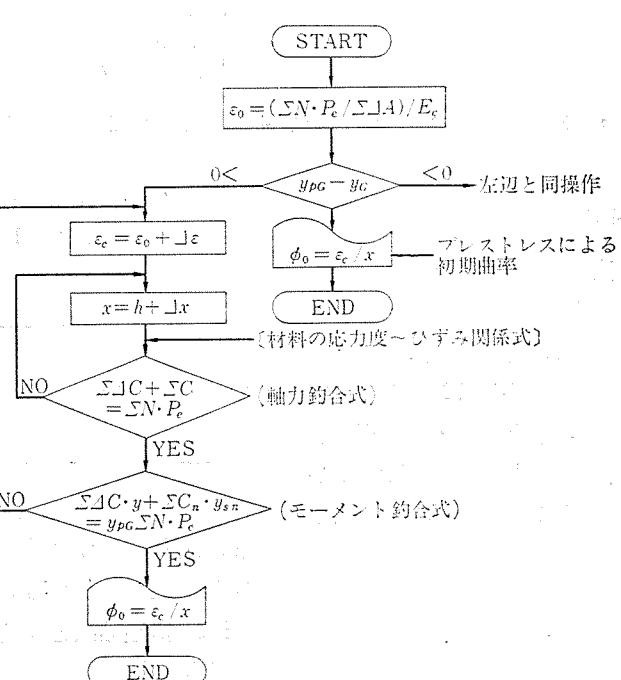
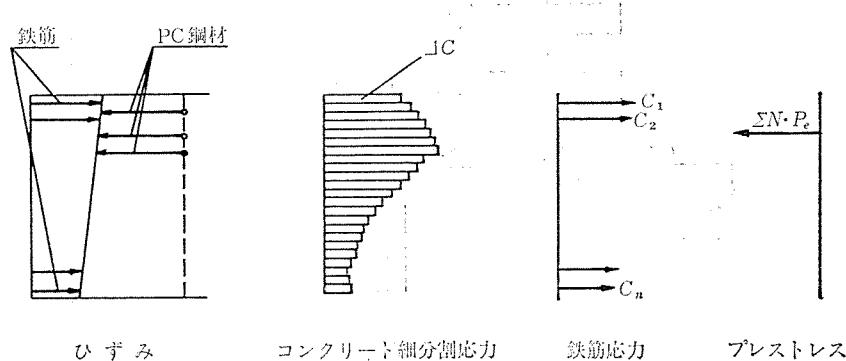
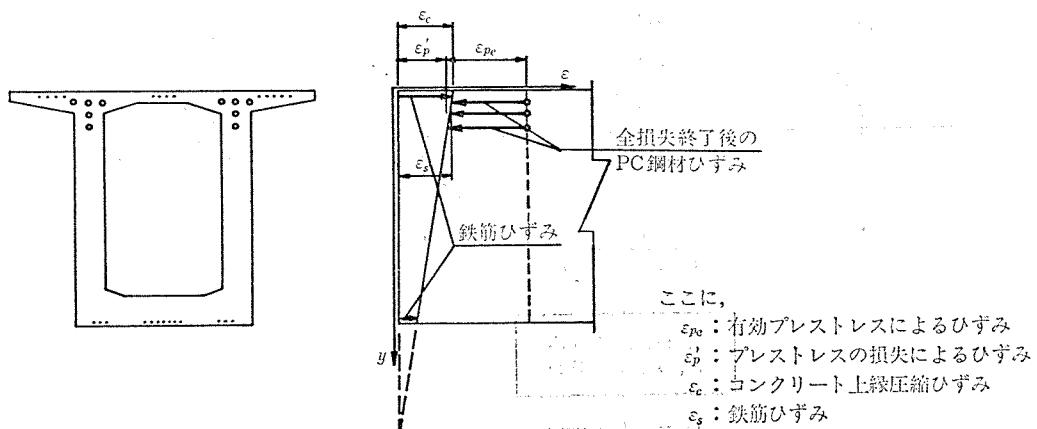
(1) 軸力

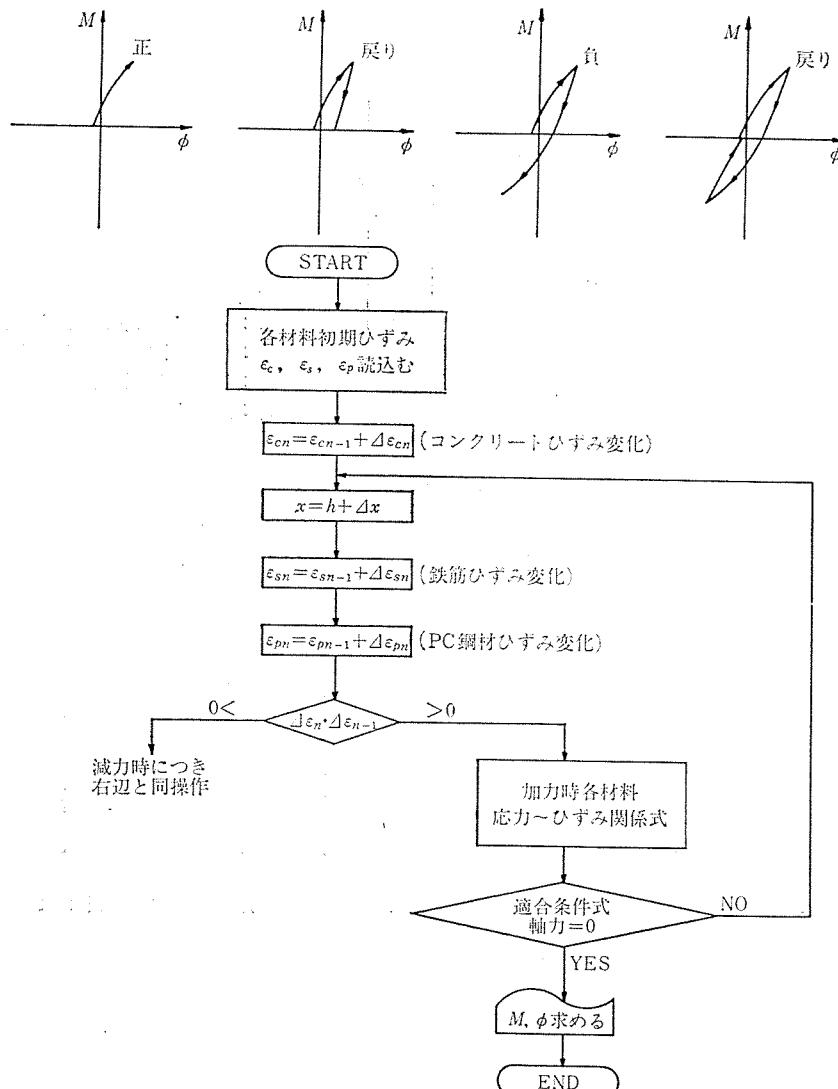
(2) モーメント

$$\sum A C \cdot y + \sum C_n \cdot y_{sn} = y_p G \sum N \cdot P_e \dots \dots \dots \quad (b)$$

初期ひずみ釣合状態、応力状態の例を 図-5, 6 に示す。

初期状態ひずみを求めた後、それを初期値として読み込み、コンクリートの上縁ひずみを増加（正荷重）→減少（除荷）→下縁ひずみ増加（負荷重）→減少（除荷）のひずみ変動に対して（a）式の軸力適合条件式を満足する断面のひずみ分布よりモーメント～曲率($M-\phi$)の関係を求めれば、正・反繰返し曲げを受けた時の部材断面の $M-\phi$ ヒステレス曲線を求めることができる。以上の手順をフロー図に表わすと 図-7, 8 のようになる。



図-8 正・反繰返し曲げを受ける部材断面の $M\sim\phi$ 関係を求めるフロー図

3. 矩形 PC 梁載荷実験

3.1 供試体および実験方法

PC 部材モーメント～曲率 ($M\sim\phi$) スケルトンカーブを数値計算するためのプログラムの妥当性を調べるために矩形 PC 梁の載荷実験を行った。図-10 のような中央に突起のついた単純梁供試体の中央に正・反繰返し載荷し、スパン中央の突起の付根の梁上面、下面および PC 鋼棒のひずみを同時測定することにより、断面曲率

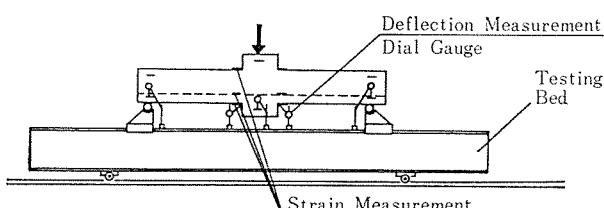


図-9 試験方法

の挙動を求めた。実験方法を 図-9 に示す。

材料の特性は 表-1 のようである。

表-1 材料の特性値

コンクリート	鉄筋 (SD 30) $\phi 9 \text{ mm}$	PC鋼棒 ($\phi 22 \text{ mm}$)
$\sigma_{2s}=440 \text{ kg/cm}^2$	$\sigma_{sy}=3000 \text{ kg/cm}^2$	$\sigma_{py}=95 \text{ kg/mm}^2$
$E_c=2.50 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$	$E_s=2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$	$E_p=2.16 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

コンクリートは静弾性試験によれば強度の割には弾性係数が低かった。PC 鋼棒の導入緊張力は $P_e=15 \text{ t}$ である。実験状況を 写真-1, 2, 3 に示す。

3.2 実験結果と理論数値計算との対比

理論数値計算によるモーメント～曲率 ($M\sim\phi$) 曲線と実験結果によるものとの対比を 図-11 に示す。

I回目、II回目の履歴サイクルはよく近似しているが、III回目のサイクルは多少食い違っている。大ひずみ

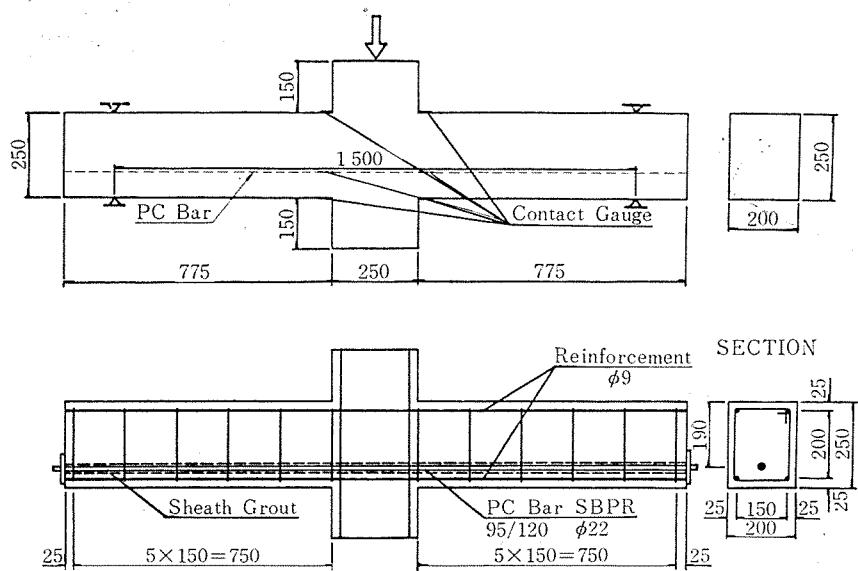


図-10 供試体寸法と鋼材配置

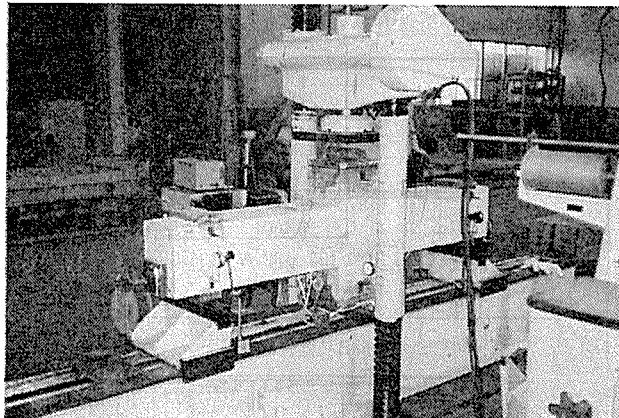


写真-1 供試体たわみ・ひずみ測定状況

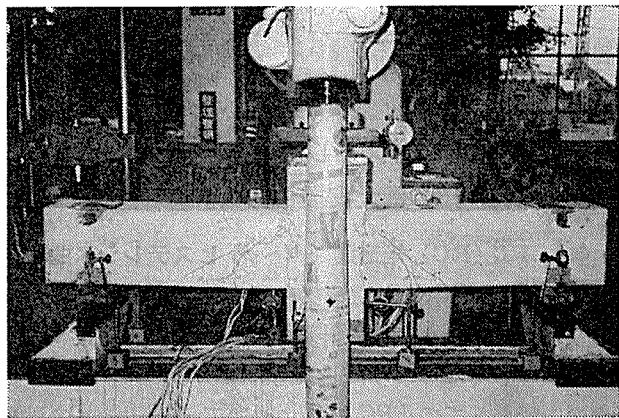


写真-2 載荷時供試体ひびわれ状況

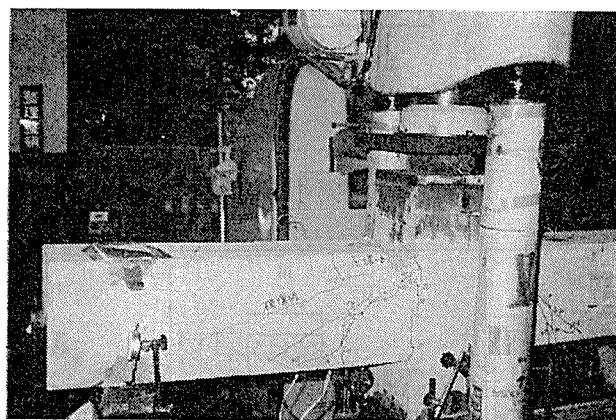
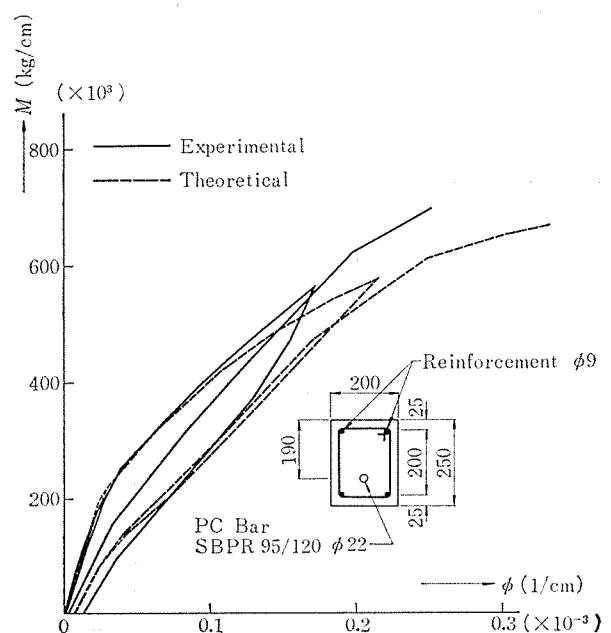
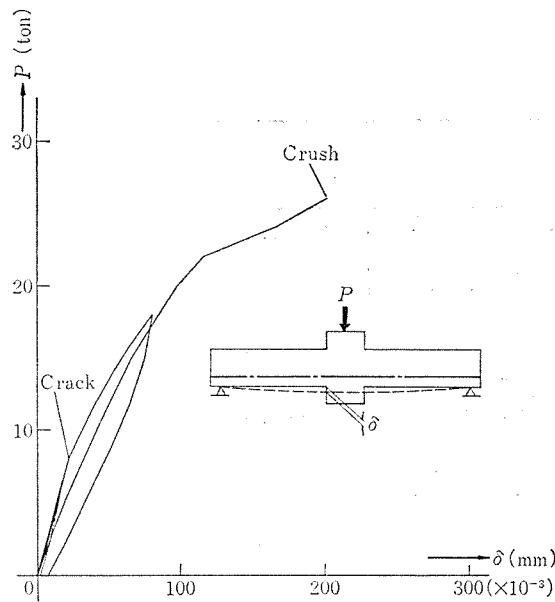


写真-3 供試体破壊状況

を受け、部材断面引張縁、圧縮縁に“ひびわれ”が生じた後の応力挙動は数値計算と多少食い違っているためと考えられる。

図-12 に荷重～たわみ ($P \sim \delta$) 関係ヒステレシス曲線を示す。モーメント～曲率 ($M \sim \phi$) ヒステレシス曲

図-11 実験結果と理論計算との比較 $M \sim \phi$ 曲線

図-12 荷重～たわみ ($P \sim \delta$) ヒステレシス曲線

線によく近似している。

4. PC (RC) 矩形梁のモーメント～曲率 ($M \sim \phi$) ヒステレシス曲線数値計算例と PC 長大実橋桁断面計算例

4.1 PC (RC) 矩形梁 ($M \sim \phi$) ヒステレシス曲線

図-13 の PC(RC) 矩形梁は同一断面で PC 鋼材と鉄筋量の比率をかえ、数値計算した例で、破壊抵抗モーメントは等しくなるようにしたのである。PC と RC とその中間としての PRC 断面について ($M \sim \phi$) ヒステレシスの応答の相違をグラフに表わしたもののが 図-14 で

表-2 断面ダクティリティー

	ダクティリティー ϕ_u/ϕ_y
Section I	6.6
Section II	11.0
Section III	12.8

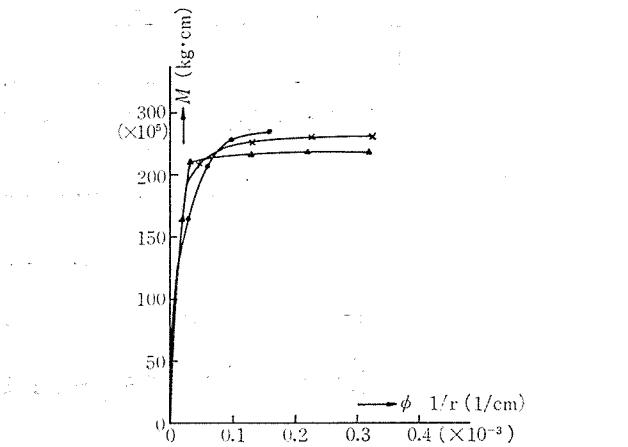
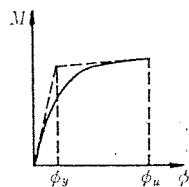
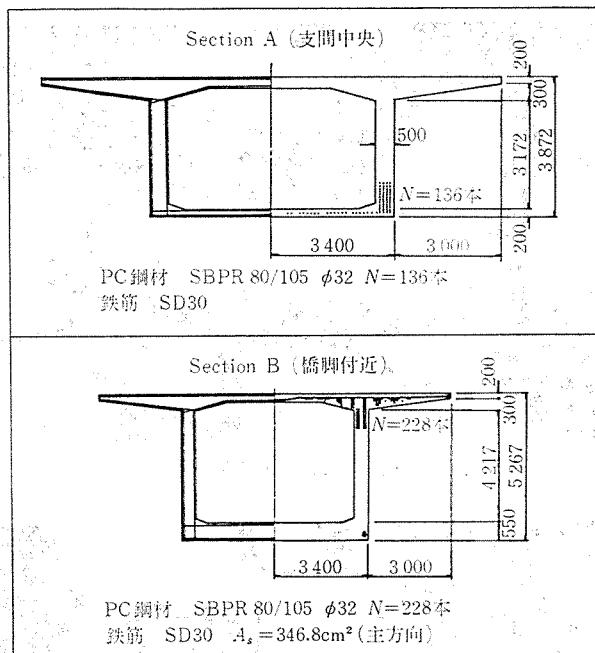
図-15 単調増加荷重による $M \sim \phi$ 曲線

図-16 H橋主要断面と鋼材配置

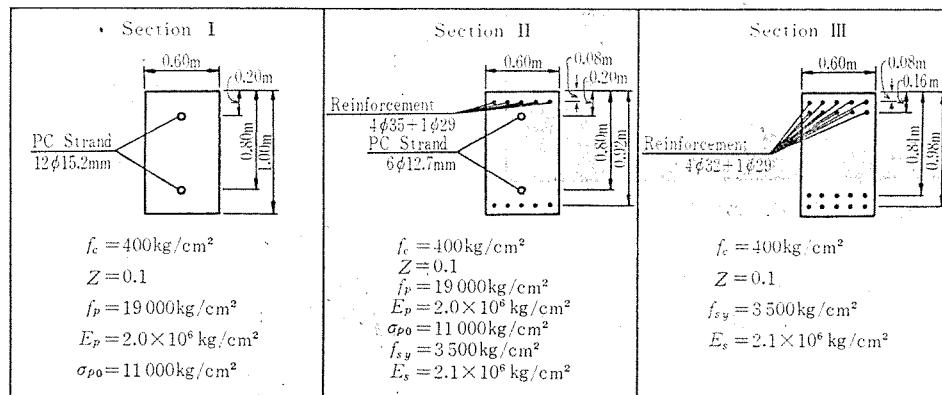
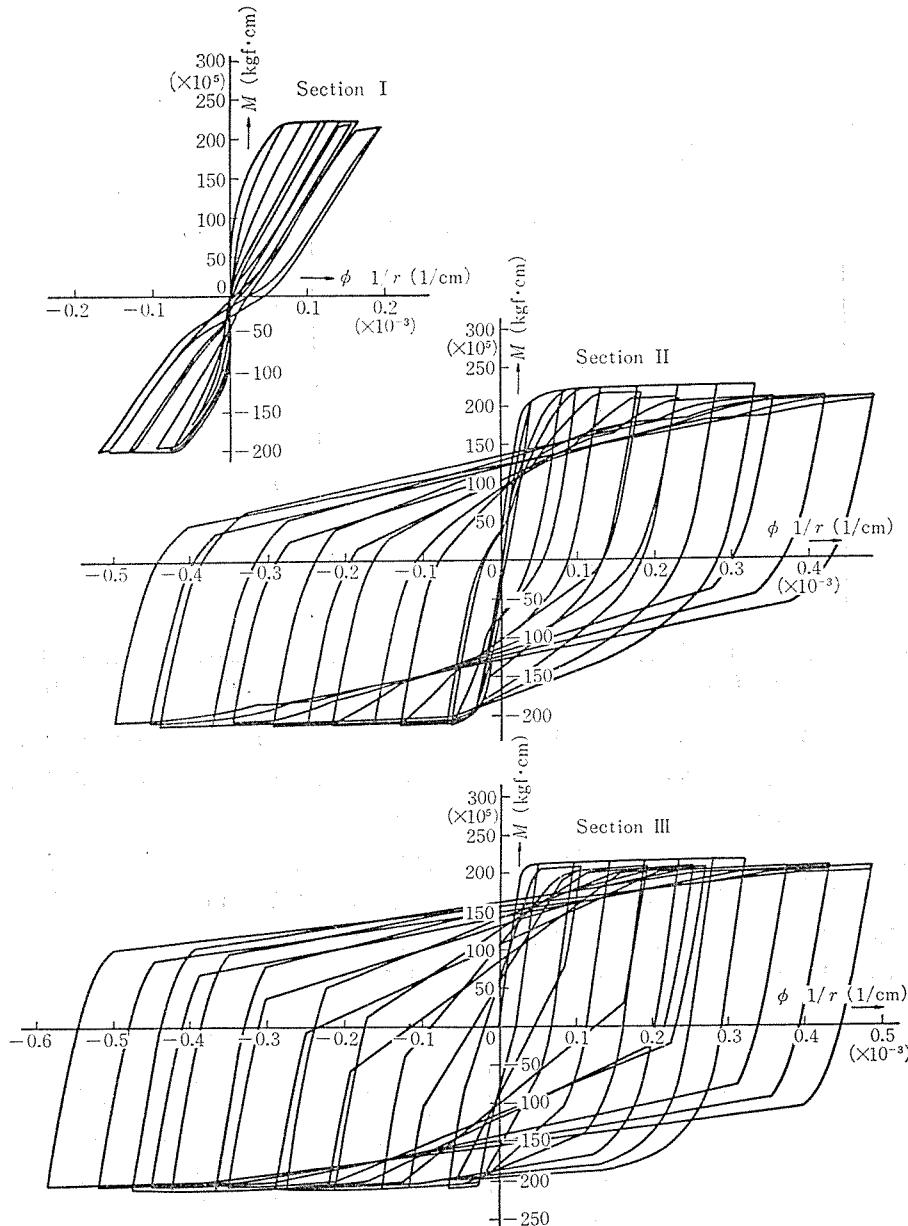


図-13 数値計算矩形梁断面

図-14 矩形断面 $M \sim \phi$ ヒステレシス数値計算例

をかけた状態を計算したものである。また一方に単調に荷重を増加させた状態を計算し、グラフに表わしたもののが図-15であり、表-2は各断面のダクティリティーの相違を比較したものである。

4.2 PC 長大実橋（H橋）主桁断面 ($M \sim \phi$) ヒステレシス曲線数値計算例

H橋は、中央スパン $L=135\text{ m}$ のPC長大箱桁橋である。図-16に示す主要2断面、

- 1) Section A (スパン中央付近断面)
 - 2) Section B (柱頭部付近断面)
- につき ($M \sim \phi$) ヒステレシス曲線を数値計算した例が図-17, 18である。

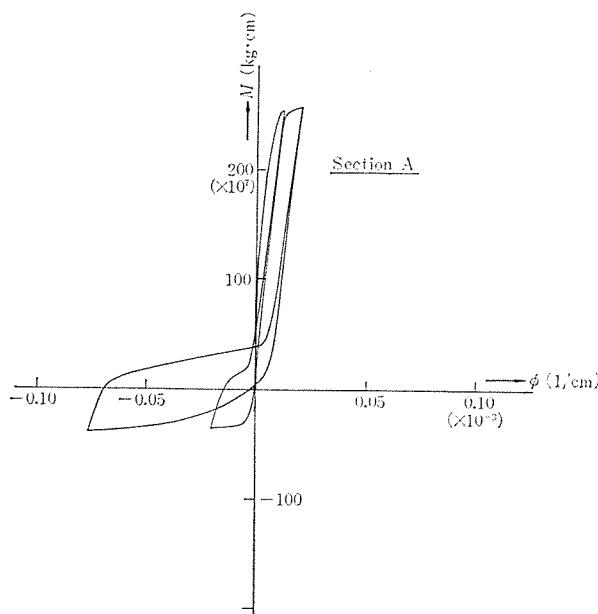
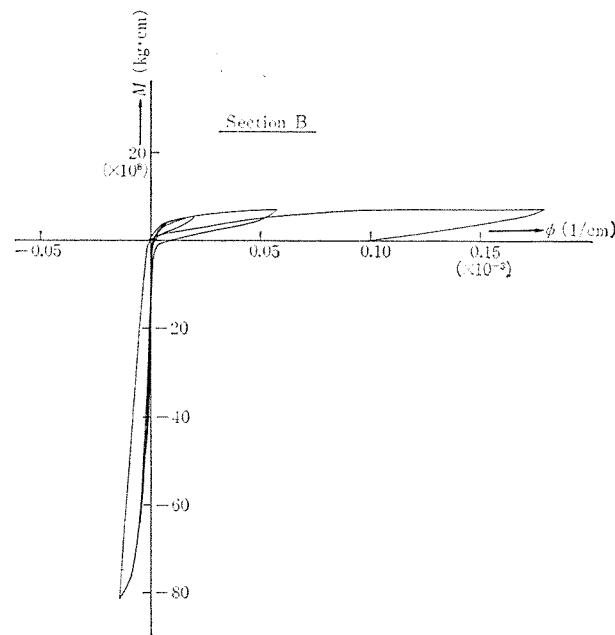
5. 考察および今後の問題点

5.1 実験結果と理論計算

実験結果と理論計算とはよく対応し、十分実用の目算がたった。ただし、コンクリートの初期接線弾性係数は $2f_c/\epsilon_{c0}$ で与えられ、例えば $f_c=400\text{ kg/cm}^2$ の場合、 $E_{c0}=4.0 \times 10^5\text{ kg/cm}^2$ となるが、実際は弾性係数はより低く、その点での補正が必要であった。矩形断面梁の理論数値計算結果は過去のその種の実験例と比較して ($M \sim \phi$) ヒステレシスにおいて実によく近似している。

5.2 部材剛性の理想化

PC (RC) 部材の応答特性を加味した弾塑性応答計算

図-17 モーメント～曲率 ($M \sim \phi$) 関係
曲線 H橋 A Section図-18 モーメント～曲率 ($M \sim \phi$) 関係
曲線 H橋 B Section

をする場合に、部材剛性の履歴特性の理想化には種々提案されている。モーメント～曲率 ($M \sim \phi$) とせん断力～水平変位 ($P \sim \delta$) とはよく類似していることは実験で示されているので、復元力特性を論ずるに ($M \sim \phi$) 関係と ($P \sim \delta$) 関係を混用するものとする。

RC 部材は 図-19 のようなモデルに模擬される。図-19 (c) は R.W. Clough, 深田の提唱するディグレー

ディングトリリニヤー (Degrading Tri-linear) モデルであり、(a) のバイリニヤー (Bi-linear), (b) のトリリニヤー (Tri-linear) とは荷重 0 の点から過去の履歴の最大点を指向するところが共通している。理論数値解析結果によれば 図-19 (c) のディグレーディングトリリニヤーモデルによく近似している。

PC 部材は上記 (a), (b), (c) とは異なり、図-20 に

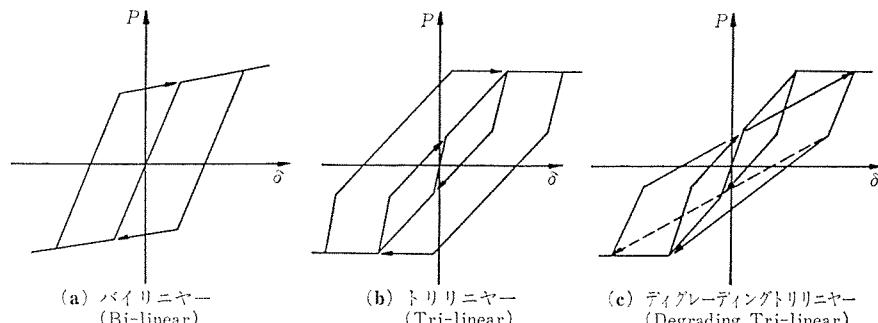


図-19 RC 部材の復元力特性モデル

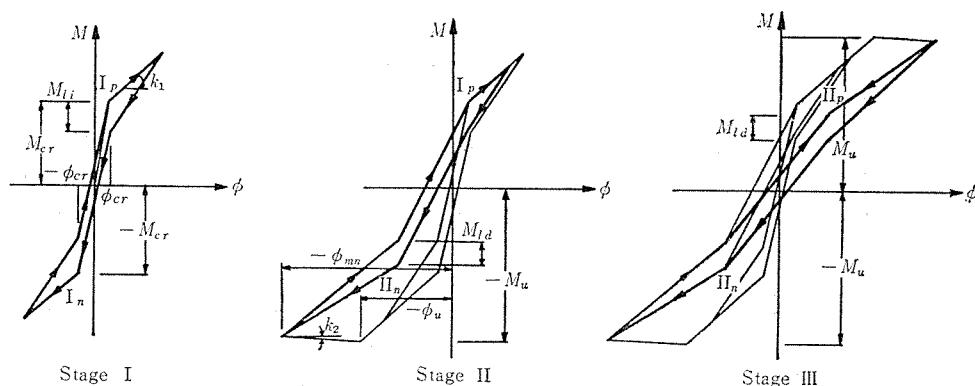


図-20 Blakeley Model

示す Blakeley Model によく近似している。

〈第Ⅰ段階 (Stage I)〉

初期剛性 $k_e = \frac{M_{cr}}{\phi_{cr}}$ で I_p 点まで進む。 I_p 点をこえてさらに載荷すると剛性は k_1 になる。 I_p 点をこえて除荷する時は点 $(M_{cr} - M_{li}, \phi_{cr})$ を目指す。さらに除荷し、負載荷する負の非弾性点 I_n を目指す。なお除荷時の $(M_{cr} - M_{li}, \phi_{cr})$ 点は引張側縁応力が 0 となる時のモーメントと ϕ_{cr} で表わされる。

〈第Ⅱ段階 (Stage II)〉

曲率が $\pm\phi_u$ 以後は剛性 k_2 になる。除荷の法則は第Ⅰ段階と似たものであるが、 M_{li} が M_{ld} に変化し、変曲点 I_n の座標は除荷時の曲率により決定される。

〈第Ⅲ段階 (Stage III)〉

曲率が $\pm\phi_u$ の両方をこえた時のパラメーター決定法は第Ⅱ段階と同じである。

5.3 PC 長大橋主桁断面の ($M \sim \phi$) ヒステレシス曲線

PC 長大実橋桁断面について ($M \sim \phi$) ヒステレシス曲線を数値計算した結果、それは 図-17, 18 に示すごとく、特異な形状をしている。

近々、動的応答解析は従来の弾性解析から、コンクリート部材の応答特性を加味した弾塑性応答解析が試みられるようになってきているが、PC 部材の場合、“ひびわれ”→“降伏”→“圧壊”的トライリニア (Tri-linear) またはディグレーディングトライリニア (Degrading Tri-linear) のような安易な部材剛性のモデル化は実際とはかなり性状が異なることを表わしており、十分な応答挙動特性の観察が必要である。PC の影響の強い部材は、Blakeley Model がよくあてはまるようである。

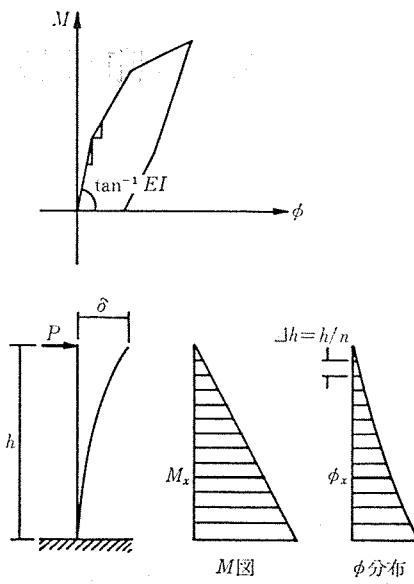
5.4 せん断力～たわみ ($P \sim \delta$) 関係数値計算プログラムの開発

弾塑性応答計算において、モーメント～曲率 ($M \sim \phi$) の関係を追跡することにより、部材剛性が応力の変化につれて刻々変化する様相を把握できるが、($M \sim \phi$) の特性は実用的にはせん断力と水平変位 ($P \sim \delta$) の関係に置き換えることが必要となる。

図-21 のようなカンチレバーの系の先端にせん断力 P の外力を受けた時のたわみを δ とすると、($P \sim \delta$) の関係を先に求めた ($M \sim \phi$) の関係から以下の手法で数値計算するプログラムを開発することが今後の問題となる。

謝 辞

この研究にあたり、当社猪股副社長には終始、御指導を賜り、また PC 梁の製作、実験には住友建設(株)の皆様に御援助いただいたことを深謝いたします。数値計



たわみ角 $\theta = \int \phi_x \cdot dx = \sum_{i=1}^n \phi_x \cdot \Delta h$

$$\text{たわみ } \delta = \int \theta_x \cdot dx = \sum_{i=1}^n \theta_x \cdot \Delta h$$

図-21 三角形分布モーメントと曲率

算プログラムに関して、当社酒井氏に御協力いただいたことを感謝いたします。なお、本研究には第2回斎藤記念プレストレストコンクリート技術研究奨励金が授与されたことに御礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) Inomata, S.: Comparative Study on Behavior of Pre-stressed & Reinforced Concrete Beams Subjected to Reversed Loadings, プレストレストコンクリート, Vol. 11, No. 1, 1969
- 2) Spencer, R.A.: Stiffness and Damping of Nine. Cyclically Loaded Prestressed Members, PCI Journal, Vol. 14, No. 3, 1969
- 3) Blakely, R.W.G. and R. Park: Prestressed Concrete Sections With Seismic Loadings, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 99, No. ST 8, 1973
- 4) Kato, B.: Mechanical properties of steel under Load Cycles idealizing Seismic Actions, AICAP-CEB Symposium Rome, 1979
- 5) Aoyama, H. and N. Noguchi: Mechanical Properties of Concrete Under Load Cycles idealizing Seismic Actions, AICAP CEB Symposium Rome, 1979
- 6) 武田寿一: 鉄筋コンクリート建物の動的計算, コンクリートジャーナル, Vol. 12, No. 8, 1974
- 7) 滝沢春男: 鉄筋コンクリート造建物の強震応答解析, コンクリートジャーナル, Vol. 11, No. 2, Feb. 1973
- 8) 梅村魁, 青山博之, 伊藤勝: 構造実験と構造設計, 技報堂
- 9) 太田実: 繰返し荷重下における鉄筋コンクリート橋脚の挙動に関する実験的研究, 土木学会論文報告集第292号, 1979年2月

【昭和 55 年 11 月 12 日受付】