

コンクリートの物性が遠心鑄造コンクリートくいの 圧縮強度に及ぼす影響について

横 田 博 臣*

1. 緒 言

遠心鑄造高強度くい、特に高温高压養生 PC くい (AC くい) は、実体の圧縮強度が使用コンクリートの標準供試体もしくは遠心供試体のそれを下回り (85~75%)、あるいは打撃打込中に圧潰することなく縦割れによって崩壊することがしばしば見受けられる。

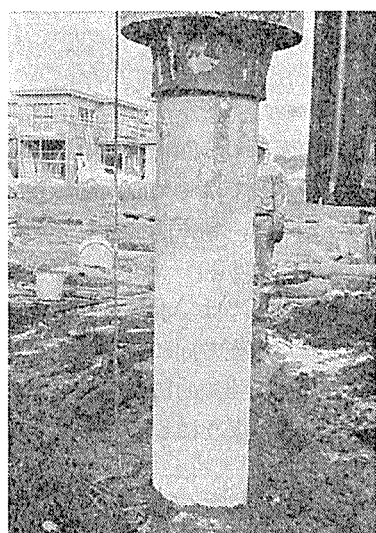


写真-1 500φ-11下+7上の上ぐいに縦割れ発生
きれつ 幅: 10 mm, 長さ: 頭部より
3 m の間

筆者の見解によれば、この主因はポアソン効果に基づく円周方向引張ひずみがある限界値を超えると、圧縮強度を発現する以前に縦割れ崩壊を起すためと考えられる。また打撃打込中に見受けられる縦割れ現象は、前記のポアソン引張ひずみが静的限界値に到達しないでも、数十回以上の繰返し打撃によって時間疲労破壊を起したためと考えられる。これに対し標準供試体もしくは小型遠心供試体は径長比が小さい (前者で 2, 後方で 1.5 または 1) ため、供試体の上下面と試験機の載荷面との間の摩擦力がポアソン効果による端面の変位を減殺し、いわゆる拘束効果によって供試体の縦割れ崩壊を防止するためと考えられる。

また岡島¹⁾が行った液体圧力 (スピンドル油 # 150

使用) による周圧下での標準供試体 (100φ×200 L) の圧縮試験の結果によると、横ひずみ (ポアソン引張ひずみ) がほぼ 1 軸圧縮実験時のそれに達した時点で破壊し、かつ、きれつは周圧の小さい時は鉛直方向に、周圧が大きくなるに従い、上下端部の局所的破壊を伴って水平方向に多く起ることが分った。これは最大主ひずみ破壊説を示唆するとともに本論文の論拠ともなる。

本論文においては軸対象等分布荷重を受ける薄肉シリンダの微小分割セグメントを断面とするストリップの挙動は、そのストリップを弾性支承上の梁とみなして扱うことができるという理論²⁾を壁厚対外径比が 1/8~1/5 に恒る厚肉シリンダの JIS PC くいに適用して、両端の拘束効果と径長比の関係を検討するとともに、高強度コンクリートくいがその標準供試体強度を完全に発揮するに必要なコンクリートの物性について言及する。

2. 標準供試体による応力 - ひずみ線図

一般に標準供試体の圧縮破壊試験における応力 - ひずみ曲線は図-1 に示すような形状をとるが、完全弾索性体とみなした場合には点線のようにになる。

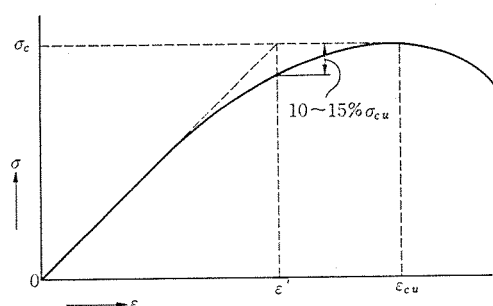


図-1

いま σ_{cu} : コンクリートの圧縮破壊強度 kg/cm^2

ϵ_{cu} : σ_{cu} に対応する圧縮破壊ひずみ (極限応力に対応)

ϵ_{cb} : 曲げ圧縮破壊ひずみ (極限応力に対応)

ϵ_{tu} : 引張破壊ひずみ (極限応力に対応)

ϵ_{tb} : 曲げ引張破壊ひずみ (極限応力に対応)

ϵ' : 完全弾索性体の場合の降伏点圧縮ひずみ

* 東急コンクリート工業株式会社技術顧問

$\epsilon_t' : \epsilon'$ に対応するポアソン引張りひずみ

ν : コンクリートのポアソン比

E : コンクリートのヤング係数 kg/cm^2

σ_c : コンクリートの圧縮応力度 kg/cm^2

とすると, $\epsilon' = \sigma_{cu}/E$, $\epsilon_t' = \nu\epsilon' = \nu\sigma_{cu}/E$, 一般に $\nu = 1/6$ ($\sigma_c < \sigma_{cu}/3$ の場合), $\nu = 1/5 \sim 1/3.5$ ($\sigma_c > 2/3 \cdot \sigma_{cu}$ で, σ_c とともに増加の傾向がある)。

土木学会 P C 設計施工指針によると, 上記の数値は表—1 のようになる。

表—1

$\sigma_{cu} \text{ kg/cm}^2$	$E \text{ kg/cm}^2$	ϵ'	$\epsilon_t' (\nu=1/4 \text{ として})$
300	3.0×10^5	1.00×10^{-3}	2.50×10^{-4}
400	3.5 "	1.14 "	2.85 "
500	4.0 "	1.25 "	3.13 "
600	4.5 "	1.33 "	3.33 "

$E \propto \sigma_{cu}$ の場合には ϵ' および ϵ_t' は σ_{cu} の値にかかわらず, 一定値をとるが, 一般的には ϵ' および ϵ_t' は σ_{cu} とともに増加し, この場合のポアソン引張りひずみの限界値は ϵ_t' との関連において, 極限引張応力度によって生ずる ϵ_{tu} より若干高く 6×10^{-4} 程度と考えられる³⁾。

次に P C および A C くい用コンクリートの物性値を表—2 に示す。

表—2

種 別	P C くい	A C くい
σ_{cu}	$> 500 \text{ kg/cm}^2$	$> 800 \text{ kg/cm}^2$
ϵ_{cu}	$1.6 \sim 2.1 \times 10^{-3}$	
ϵ_{tu}	$1.7 \sim 2.3 \times 10^{-4}$	
ϵ_{cb}	$3.0 \sim 3.5 \times 10^{-3}$	
ϵ_{tb}	$3.0 \sim 3.5 \times 10^{-4}$	
E	$3.5 \sim 4.0 \times 10^5$	

すなわち ϵ_{cu} , ϵ_{tu} および E は両者の間でほとんど変わらないので, 表—3 から明らかなように, A C くいには圧縮破壊に先行してポアソン引張りひずみによる縦割れ崩壊を起す危険性が多分にある。

表—3

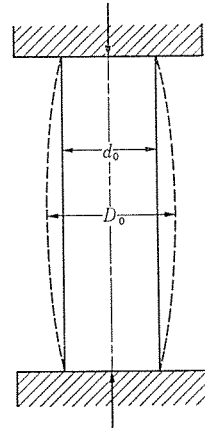
種 別	P C くい	A C くい
ϵ'	$1.43 \sim 1.25 \times 10^{-3}$	$2.29 \sim 2.0 \times 10^{-3}$
$\epsilon_t' (\nu=1/4)$	$3.58 \sim 3.13 \times 10^{-4}$	$5.73 \sim 5.0 \times 10^{-3}$

3. 円筒形コンクリート供試体の径長比が 圧縮強度に及ぼす影響の理論的検討

3.1 基本式

軸対象等分布荷重を受ける薄肉円筒の微小分割セグメントを断面とするストリップの挙動は, そのストリップを弾性支承上の梁とみなして扱うことができる²⁾。

圧縮試験に際し供試体はその両端面と載荷板との間の摩擦によって拘束されるので, ポアソン効果によって図—2 のように変形し, 原外径 d_0 は次式に従って外径 D_0 に膨らむ。



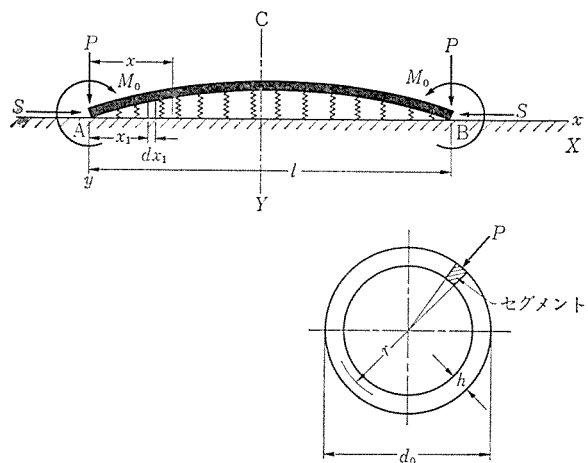
図—2

$$(D_0 - d_0)/d_0 = \nu \sigma_c / E$$

この際母線は両端面に対し回転自由の状態にある。これに対し実際の P C くいではくいの両端に強固な継手金具が嵌装されているので, 軸方向荷重を受けると両端は回転完全固定の状態となる。

問題の取扱い方としては, ポアソン引張りひずみによって全長に恒り一たん半径方向に一様に膨張した円筒が, 両端において原直径に強制的に戻されたものとして母線の変位を計算し, このようにして拘束効果の影響範囲を調査する手順をとる。

3.1.1 両端円周縁を半径方向に拘束し, 軸方向荷重を加えた際の円筒母線の挙動



図—3

図—3 において

P : 両端における平均半径円の単位周長当りの半径方向拘束力 kg/cm

S : 両端における平均半径円の単位周長当りの軸方向力 kg/cm

M_0 : 両端における平均半径円の単位周長当りの固定曲げモーメント kg-cm/cm

l : 円筒の全長 cm

I : 単位幅セグメントの断面 2 次モーメント cm⁴/cm

k : 弾性支承単位幅のばね常数 kg/cm²/cm
とすれば, ストリップの任意断面における曲げモーメント釣合から

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -S(y - y_{x=0}) + Px - \int_0^x ky dx_1 (x - x_1) - M_0 \dots\dots\dots (1)$$

これを逐次微分すると,

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = -S \frac{d^2 y}{dx^2} - ky \dots\dots\dots (2)$$

いま $p^2 = S/EI$, $k/EI = 4\beta^4$ (3)

と置くと式 (2) は

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + p^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 4\beta^4 y = 0 \dots\dots\dots (4)$$

また N : 円筒に働く軸方向荷重 kg

r : 円筒断面の平均半径 cm

h : 円筒の壁厚 cm とすると,

$$\left. \begin{aligned} S &= N/2 \quad H r = \sigma_c \quad 2 H r h/2 \quad H r = \sigma_c h \\ &= \sigma_c d_0 (h/d_0) \\ EI &= E h^3/12(1-\nu^2) = E d_0^3 (h/d_0)^3/12(1-\nu^2) \\ p^2 &= S/EI = 12(1-\nu^2) \sigma_c/E \cdot (d_0/h)^2/d_0^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots (5)$$

薄肉円筒の場合には

$$\left. \begin{aligned} k &= E h/r^2 = 4 E (h/d_0)/d_0 \{1 - (h/d_0)\}^2 \\ \beta &= (k/4 EI)^{1/4} = \left\{ \frac{12(1-\nu^2)}{\left\{1 - \left(\frac{h}{d_0}\right)\right\}^2 (h/d_0)^2} \right\}^{1/4} \\ &\cdot \frac{1}{d_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots (6)$$

いま数値計算例として普通の JIS PC くいに対し $\nu=1/6$, $E=4 \times 10^5$ kg/cm², $(h/d_0)=1/6$ とすると, 式 (6) から $k=4 \times 4 \times 10^5 \times 1/6/d_0(1-1/6)^2=3.84 \times 10^5/d_0$ kg/cm³; $\beta=\left[\frac{12(1-1/36)}{\{1-1/6\}^2/36}\right]^{1/4} \cdot 1/d_0=4.959/d_0$ cm⁻¹; 式 (3) から $k/EI=4\beta^4=4 \times 4.959^4/d_0^4=2419/d_0^4$, 式 (5) から $p^2=\frac{12(1-1/36)}{4 \times 10^5} \cdot 36 \cdot \sigma_c/d_0^2=1.05 \times 10^{-3} \sigma_c/d_0^2$, しかるに $\sigma_c < 1000$ kg/cm² であるから, 常に $4\beta^4 \gg p^2/4$, $\beta^2 \gg p^2/4$ である。

式 (4) の一般解は $y = \sum C e^{\lambda x}$ の形で与えられ, さらに λ は次式の根として与えられる。

$$\lambda^4 + p^2 \lambda^2 + 4\beta^4 = 0$$

$$\therefore \lambda = \pm \sqrt{-p^2/2 \pm i \sqrt{4\beta^4 - p^4/4}}$$

$$\text{いま } \left. \begin{aligned} a &= \sqrt{\beta^2 - p^2/4} \\ b &= \sqrt{\beta^2 + p^2/4} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

と置くと, λ の 4 個の根は次のように表わされる。

$$\lambda = a \pm ib, \lambda_{3,4} = -(a \pm ib)$$

$$\therefore y^{1,2} = e^{ax} (C_1 \sin bx + C_2 \cos bx) + e^{-ax} (C_3 \sin bx + C_4 \cos bx) \dots\dots\dots (8)$$

円筒の中央点 C に関する対称性を利用するため, 図-3 における x 座標の原点を A から C に移し, この場合の新座標を Y, X とすると, 新旧座標の間には次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} Y &= y; X = x - l/2 \quad (-l/2 < X < +l/2) \\ x &= X + l/2 \quad (0 < x < l) \end{aligned} \right\} \dots\dots (9)$$

式 (8) に式 (9) を代入して整理し, かつ新たな積分常数を導入すると,

$$Y = e^{aX} (C_1' \sin bX + C_2' \cos bX) + e^{-aX} (C_3' \sin bX + C_4' \cos bX) \dots\dots\dots (10)$$

したがって式 (9) によって x 座標の原点の移動を行っても, 式 (8) と式 (10) およびそれらの逐次微分係数はそれぞれ全く同形である。

円筒の中央点 C に関する対称性から

$$\left. \begin{aligned} ① \quad & y_A = y_B; Y_A = Y_B \\ ② \quad & \left(\frac{dy}{dx}\right)_A = -\left(\frac{dy}{dx}\right)_B; \left(\frac{dY}{dX}\right)_A = -\left(\frac{dY}{dX}\right)_B \\ ③ \quad & \left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right)_A = -\left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right)_B; \left(\frac{d^2 Y}{dX^2}\right)_A = -\left(\frac{d^2 Y}{dX^2}\right)_B \\ ④ \quad & \left(\frac{d^3 y}{dx^3}\right)_A = \left(\frac{d^3 y}{dx^3}\right)_B; \left(\frac{d^3 Y}{dX^3}\right)_A = \left(\frac{d^3 Y}{dX^3}\right)_B \end{aligned} \right\} \dots\dots (11)$$

式 (11) は次式が成立すると, 常に満足される。

$$C_1' = -C_3'; C_2' = C_4' \dots\dots\dots (12)$$

次に式 (10) に式 (12) を代入し, かつ $2C_1' = C_1$, $2C_2' = C_2$ と置くと,

$$Y = C_1 \sin bX \sinh aX + C_2 \cos bX \cosh aX \dots\dots (13)$$

$$\frac{dY}{dX} = \cos bX \sinh aX (bC_1 + aC_2) + \sin bX \cosh aX (aC_1 - bC_2) \dots\dots\dots (14)$$

$$\frac{d^2 Y}{dX^2} = \sin bX \sinh aX \{(a^2 - b^2)C_1 - 2abC_2\} + \cos bX \cosh aX \{2abC_1 + (a^2 - b^2)C_2\} \dots\dots\dots (15)$$

$$\frac{d^3 Y}{dX^3} = \sin bX \cosh aX \{a(a^2 - 3b^2)C_1 - b(3a^2 - b^2)C_2\} + \cos bX \sinh aX$$

$$\{b(3a^2-b^2)C_1+a(a^2-3b^2)C_2\} \dots\dots\dots(16)$$

式 (13)~(16) における積分常数 C_1 および C_2 は両端 A, B における拘束条件によって決定される。

3.1.2 両端回転自由の場合

この場合の両端の拘束条件は

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{d^2 Y}{dX^2}\right)_{X=\pm l/2} &= 0 \quad (M_0=0) \\ \left(\frac{d^3 Y}{dX^3}\right)_{X=l/2} &= -\left(\frac{d^3 Y}{dX^3}\right)_{X=-l/2} = -P/EI \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

式 (17) を式 (15) および式 (16) に代入し、両式から C_1 および C_2 を求めると、

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= -(a^2+b^2)^2/2 \cdot (b \sinh al + a \sin bl) \\ \Delta C_1 &= P/EI \cdot \{(a^2-b^2) \cos bl/2 \cosh al/2 \\ &\quad - 2ab \sin bl/2 \sinh al/2\} \\ \Delta C_2 &= -P/EI \cdot \{(a^2-b^2) \sin bl/2 \sinh al/2 \\ &\quad + 2ab \cos bl/2 \cosh al/2\} \\ C_1 &= \Delta C_1/\Delta; \quad C_2 = \Delta C_2/\Delta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

式 (13) に式 (18) を代入して整理すると

$$\begin{aligned} Y &= P/EI \cdot [\{(a^2-b^2) \sin bl/2 \sinh al/2 \\ &\quad + 2ab \cos bl/2 \cosh al/2\} \cdot \cosh aX \cos bX \\ &\quad - \{(a^2-b^2) \cos bl/2 \cosh al/2 \\ &\quad - 2ab \sin bl/2 \sinh al/2\} \cdot \sinh aX \sin bX] / \\ &\quad [(a^2+b^2)^2(b \sinh al + a \sin bl)] \dots\dots\dots(19) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} Y_A &= Y_{X=-l/2} = Y_B = Y_{X=l/2} \\ &= \frac{2P}{EI} \cdot \frac{ab}{(a^2+B^2)^2} \cdot \frac{\cosh al + \cos bl}{b \sinh al + a \sin bl} \\ Y_C &= Y_{X=0} = 2P/EI \cdot [(a^2-b^2) \sin bl/2 \\ &\quad 2 \sinh al/2 + 2ab \cos bl/2 \cosh al/2] / \\ &\quad [(a^2+b^2)^2(b \sinh al + a \sin bl)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(20)$$

式 (14) に式 (18) を代入して整理すると

$$\begin{aligned} \frac{dY}{dX} &= \frac{2P}{EI} \cdot \frac{1}{a^2+b^2} \cdot \frac{1}{b \sinh al + a \sin bl} \\ &\quad \cdot \left[\left\{ b \cos \frac{bl}{2} \cosh \frac{al}{2} + a \sin \frac{bl}{2} \sinh \frac{al}{2} \right\} \right. \\ &\quad \left. \cos bX \sinh aX \right. \\ &\quad \left. - \left\{ a \cos \frac{bl}{2} \cosh \frac{al}{2} - b \sin \frac{bl}{2} \sinh \frac{al}{2} \right\} \right. \\ &\quad \left. \sin bX \cosh aX \right] \dots\dots\dots(21) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{dY}{dX}\right)_A &= \left(\frac{dY}{dX}\right)_{X=-l/2} = -\left(\frac{dY}{dX}\right)_{X=l/2} \\ &= -\left(\frac{dY}{dX}\right)_B = -\frac{P/EI}{a^2+b^2} \\ &\quad \cdot \frac{b \sinh al - a \sin bl}{b \sinh al + a \sin bl} = -\frac{P/EI}{a^2+b^2} \\ \left(\frac{dY}{dX}\right)_C &= \left(\frac{dY}{dX}\right)_{X=0} = \left(\frac{dY}{dX}\right)_{X=l/2} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(22)$$

式 (15) に式 (18) を代入して整理すると

$$\begin{aligned} \frac{d^2 Y}{dX^2} &= \frac{2P/EI}{b \sinh al + a \sin bl} \left(\sinh \frac{al}{2} \sin \frac{bl}{2} \right. \\ &\quad \left. \cosh aX \cos bX - \cosh \frac{al}{2} \cos \frac{bl}{2} \sinh aX \sin bX \right) \\ &\quad \dots\dots\dots(23) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{d^2 Y}{dX^2}\right)_A &= \left(\frac{d^2 Y}{dX^2}\right)_B = \left(\frac{d^2 Y}{dX^2}\right)_{X=\pm l/2} = 0 \\ \left(\frac{d^2 Y}{dX^2}\right)_C &= \left(\frac{d^2 Y}{dX^2}\right)_{X=0} = \left(\frac{d^2 Y}{dX^2}\right)_{X=l/2} \\ &= \frac{2P}{EI} \cdot \frac{\sinh al/2 \sin bl/2}{b \sinh al + a \sin bl} \\ &= \frac{P}{EI} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{\sin bl/2}{\cosh al/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24)$$

式 (16) に式 (18) を代入して整理すると

$$\begin{aligned} \frac{d^3 Y}{dX^3} &= \frac{-2P/EI}{b \sinh al + a \sin bl} \\ &\quad \cdot [(a \cos bl/2 \cosh al/2 + b \sin bl/2 \sinh al/2) \\ &\quad \sin bX \cosh aX + (b \cos bl/2 \cosh al/2 - a \sin \\ &\quad bl/2 \sinh al/2) \cos bX \sinh aX] \dots\dots\dots(25) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{d^3 Y}{dX^3}\right)_B &= \left(\frac{d^3 Y}{dX^3}\right)_{X=l/2} = -\left(\frac{d^3 Y}{dX^3}\right)_A \\ &= -\left(\frac{d^3 Y}{dX^3}\right)_{X=-l/2} = -P/EI \\ \left(\frac{d^3 Y}{dX^3}\right)_C &= \left(\frac{d^3 Y}{dX^3}\right)_{X=0} = \left(\frac{d^3 Y}{dX^3}\right)_{X=l/2} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26)$$

次に座標原点を C より A に移すと、式 (9) と式 (19) とから

$$\begin{aligned} y &= 2P/EI \cdot [ab \{ \cosh a(l-x) \cos bx \\ &\quad + \cosh ax \cos b(l-x) \} + (a^2-b^2)/2 \cdot \{ \sinh a(l-x) \\ &\quad \sin bx + \sinh ax \sin b(l-x) \}] / [(a^2+b^2)^2(b \sinh al \\ &\quad + a \sin bl)] \dots\dots\dots(19)' \end{aligned}$$

3.1.3 両端回転固定の場合

この場合の両端の拘束条件は

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{dY}{dX}\right)_{X=\pm l/2} &= 0 \quad (\text{回転固定}) \\ \left(\frac{d^3 Y}{dX^3}\right)_{X=l/2} &= -\left(\frac{d^3 Y}{dX^3}\right)_{X=-l/2} = -P/EI \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(27)$$

式 (27) を式 (14) および式 (16) に代入し、両式から C_1 および C_2 を求めると、

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= -ab(a^2+b^2)(\cosh al - \cos bl) \\ \Delta C_1 &= P/EI \cdot (a \cos bl/2 \sinh al/2 \\ &\quad - b \sin bl/2 \cosh al/2) \\ \Delta C_2 &= -P/EI \cdot (b \cos bl/2 \sinh al/2 \\ &\quad + a \sin bl/2 \cosh al/2) \\ C_1 &= \Delta C_1/\Delta; \quad C_2 = \Delta C_2/\Delta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(28)$$

式 (13) に式 (28) を代入して整理すると

$$Y = \frac{P/EI}{ab(a^2+b^2)} \cdot \frac{1}{\cosh al - \cos bl}$$

$$\begin{aligned} & \cdot [(b \cos bl/2 \sinh al/2 + a \sin bl/2 \cosh al/2) \\ & \cos bX \cosh aX - (a \cos bl/2 \sinh al/2 - b \sin \\ & bl/2 \cosh al/2) \sin bX \sinh aX] \dots\dots\dots(29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_A = Y_{X=-l/2} = Y_B = Y_{X=l/2} \\ = \frac{P/2 EI}{ab(a^2+b^2)} \cdot \frac{b \sinh al + a \sin bl}{\cosh al - \cos bl} \\ \leq \frac{P/2 EI}{a(a^2+b^2)} \\ Y_C = Y_{X=0} = \frac{P/EI}{ab(a^2+b^2)} \\ \cdot \frac{b \cos bl/2 \sinh al/2 + a \sin bl/2 \cosh al/2}{\cosh al - \cos bl} \end{aligned} \dots\dots(30)$$

式 (15) に式 (28) を代入して整理すると

$$\begin{aligned} \frac{d^2 Y}{dX^2} = -\frac{P/EI}{ab} \cdot \frac{1}{\cosh al - \cos bl} \\ \cdot [(a \cos bl/2 \sinh al/2 + b \sin bl/2 \cosh al/2) \\ \sin bX \sinh aX + (b \cos bl/2 \sinh al/2 \\ - a \sin bl/2 \cosh al/2) \cos bX \cosh aX] \dots\dots(31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2 Y}{dX^2}\right)_A = \left(\frac{d^2 Y}{dX^2}\right)_{X=-l/2} = \left(\frac{d^2 Y}{dX^2}\right)_B \\ = \left(\frac{d^2 Y}{dX^2}\right)_{X=l/2} = -\frac{P/EI}{2ab} \\ \cdot \frac{b \sinh al - a \sin bl}{\cosh al - \cos bl} \leq -P/2 aEI \\ \left(\frac{d^2 Y}{dX^2}\right)_C = \left(\frac{d^2 Y}{dX^2}\right)_{X=0} = \frac{P/EI}{ab} \\ \cdot \frac{a \cosh al/2 \sin bl/2 - b \sinh al/2 \cos bl/2}{\cosh al - \cos bl} \\ \doteq \frac{P/EI}{2ab} \cdot a \sin bl/2 / \sinh al/2 \\ - b \frac{\cos bl/2}{\cosh al/2} \end{aligned} \dots\dots(32)$$

式 (16) に式 (28) を代入して整理すると

$$\begin{aligned} \frac{d^3 Y}{dX^3} = -\frac{P/EI}{ab(\cosh al - \cos bl)} \\ \cdot [\{(a^2 - b^2) \cos bl/2 \sinh al/2 \\ + 2ab \sin bl/2 \cosh al/2\} \sin bX \cosh aX \\ + \{2ab \cos bl/2 \sinh al/2 - (a^2 - b^2) \\ \sin bl/2 \cosh al/2\} \cos bX \sinh aX] \dots\dots(33) \\ -EI \left(\frac{d^3 Y}{dX^3}\right)_A = -P = EI \left(\frac{d^3 Y}{dX^3}\right)_B \\ -EI \left(\frac{d^3 Y}{dX^3}\right)_C = 0 \end{aligned} \dots\dots(34)$$

次に座標原点をCよりAに移すと、式 (9) と式 (29) とから

$$\begin{aligned} y = P/2 EI \\ \cdot [b \sinh a(l-x) \cos bx + a \cosh a(l-x) \sin bx \\ + a \cosh ax \sin b(l-x) + b \sinh ax \cos b(l-x)] \\ / [ab(a^2+b^2)(\cosh al - \cos bl)] \dots\dots\dots(29)' \end{aligned}$$

3.2 数値計算例 (ACくいの場合)

3.2.1 ACくいにおける基準値

$$\begin{aligned} E = 4 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, \nu = 1/6 \text{ } (\sigma_c < \sigma_{cu} \beta \text{ に対し}), \\ h = d_0/6, r = d_0/2.4 \text{ とすれば式 (6) から} \\ \beta = [12(1-1/36)/\{1-1/6\}^2 \cdot 36]^{1/4} / d_0 \\ = 4.959/d_0 \text{ cm}^{-1} \\ k = 4 \times 4 \times 10^5 \times 1/6 / \{1-1/6\}^2 / d_0 \\ = 3.84 \times 10^5 / d_0 \text{ kg/cm}^3 \\ \beta/k = 4.959/3.84 \times 10^{-5} = 1.291 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{kg} \end{aligned} \dots\dots(35)$$

式 (5) から

$$\begin{aligned} p^2 = 12(1-1/36)/4 \cdot 10^{-5} \cdot 36 \sigma_c / d_0^2 = 1.05 \times 10^{-3} \sigma_c / d_0^2 \\ \dots\dots\dots(36) \end{aligned}$$

しかるに $\sigma_c < 1000 \text{ kg/cm}^2$ であるから、 p^2 の最大値は $1.05 \times 10^{-3} \times 1000 / d_0^2 \doteq 1.05 / d_0^2$ となり、この場合式 (7) から $a = \sqrt{4.959^2 - 1.05/4} / d_0 = 4.932/d_0 = 0.995 \beta$, $b = \sqrt{4.959^2 + 1.05/4} / d_0 = 4.985/d_0 = 1.005 \beta$ となる。いま 0.5% の最大誤差を認めるならば、 $a=b=\beta$ となり、軸方向力 N , したがって S および p^2 の影響を無視することができる。JIS PC (AC) くいを取扱う以下の計算においては簡単のために次のように置く。

$$\begin{aligned} a = b = \beta = 5/d_0 \text{ cm}^{-1} \\ l = \xi d_0 \text{ } (\xi > 0) \\ x = \zeta l/2 = \xi \zeta d_0/2 \text{ } (0 < \zeta < 2) \\ X = x - l/2 = \xi(\zeta - 1)d_0/2 \\ \zeta + \zeta' = 2; al = bl = 5\xi \end{aligned} \dots\dots(37)$$

3.2.2 両端回転自由の場合

これは材料試験機による小型遠心供試体の圧縮試験の場合に適用される。

(1) 変位 y

式 (19) に式 (9) および式 (37) を代入すると

$$\begin{aligned} y \doteq P \frac{5.2 \times 10^{-5}}{\sinh 5\xi + \sin 5\xi} \cdot [\cos 2.5\xi \cosh 2.5\xi \\ \cosh 2.5\xi(\zeta-1) \cos 2.5\xi(\zeta-1) \\ + \sin 2.5\xi \sinh 2.5\xi \sinh 2.5\xi(\zeta-1) \\ \sin 2.5\xi(\zeta-1)] \dots\dots\dots(38) \end{aligned}$$

$\xi > 2$ の場合には

$$\begin{aligned} y \doteq P \frac{2.6 \times 10^{-5}}{\sinh 2.5\xi} [\cos 2.5\xi \cosh 2.5\xi(\zeta-1) \\ \cos 2.5\xi(\zeta-1) + \sin 2.5\xi \sinh 2.5\xi(\zeta-1) \\ \sin 2.5\xi(\zeta-1)] \dots\dots\dots(38)' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_C = (y)_{\zeta=1} \doteq P \times 5.2 \times 10^{-5} \cos 2.5\xi \cosh 2.5\xi / \\ (\sinh 5\xi + \sin 5\xi) \dots\dots\dots(39) \\ \doteq P \times 2.6 \times 10^{-5} \cos 2.5\xi / \sinh 2.5\xi \text{ } (\xi > 2) \\ \dots\dots\dots(39)' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_A = y_B = (y)_{\zeta=0 \text{ or } \zeta=2} \doteq P \times 2.6 \times 10^{-5} \\ (\cos 5\xi + \cosh 5\xi) / (\sin 5\xi + \sinh 5\xi) \dots\dots(40) \\ \doteq P \times 2.6 \times 10^{-5} \text{ } (\xi > 2) \end{aligned}$$

表-4 変位の極大・極小値等 (両端回転自由の場合)

ξ	ζ	ζ'	$y\zeta\zeta'$	ξ	ζ	ζ'	$y\zeta\zeta'$	
0.5	1	y_C	1	4.0	1.13	0.87	$-P \times 0.03 \times 10^{-7}$	
	(1.5)	(0.5)	$P \times 0.92 \times 10^{-5}$		1.45	0.55	$P \times 0.03 \times 10^{-6}$	
	2	$y_{A, B}$	0		(1.60)	(0.40)	$-P \times 0.03 \times 10^{-5}$	
1.0	1	y_C	1		1.76	0.24	$-P \times 0.17 \times 10^{-5}$	
	(1.5)	(0.5)	$P \times 0.18 \times 10^{-5}$		(1.88)	(0.12)	$P \times 0.28 \times 10^{-5}$	
	2	$y_{A, B}$	0		2	$y_{A, B}$	0	$P \times 2.60 \times 10^{-5}$
1.5	1	y_C	1	20.0	1	y_C	1	$P \times 0.01 \times 10^{-24}$
	(1.18)	(0.82)	$-P \times 0.13 \times 10^{-5}$		1.07	0.93	$-P \times 0.01 \times 10^{-23}$	
	1.37	0.63	$-P \times 0.17 \times 10^{-5}$		1.14	0.86	$P \times 0.03 \times 10^{-22}$	
	(1.68)	(0.32)	$P \times 0.29 \times 10^{-5}$		1.20	0.80	$-P \times 0.07 \times 10^{-21}$	
	2	$y_{A, B}$	0		1.26	0.74	$P \times 0.17 \times 10^{-20}$	
			$P \times 2.60 \times 10^{-5}$		1.33	0.67	$-P \times 0.40 \times 10^{-20}$	
2.0	1	y_C	1		1.39	0.61	$P \times 0.92 \times 10^{-16}$	
	(1.27)	(0.73)	$-P \times 0.05 \times 10^{-5}$		1.45	0.55	$-P \times 0.21 \times 10^{-16}$	
	1.53	0.47	$-P \times 0.17 \times 10^{-5}$		1.51	0.49	$P \times 0.90 \times 10^{-15}$	
	(1.77)	(0.23)	$P \times 0.34 \times 10^{-5}$		1.58	0.42	$-P \times 0.01 \times 10^{-12}$	
	2	$y_{A, B}$	0		1.64	0.36	$P \times 0.26 \times 10^{-12}$	
			$P \times 2.60 \times 10^{-5}$		1.70	0.30	$-P \times 0.06 \times 10^{-10}$	
3.0	1	y_C	1		1.76	0.24	$P \times 0.07 \times 10^{-9}$	
	(1.13)	(0.87)	$P \times 0.04 \times 10^{-6}$		1.83	0.17	$-P \times 0.33 \times 10^{-8}$	
	1.27	0.73	$P \times 0.01 \times 10^{-5}$		1.89	0.11	$P \times 0.01 \times 10^{-5}$	
	(1.48)	(0.52)	$-P \times 0.04 \times 10^{-5}$		(1.92)	(0.08)	$-P \times 0.04 \times 10^{-5}$	
	1.69	0.31	$-P \times 0.17 \times 10^{-5}$		1.95	0.05	$-P \times 0.17 \times 10^{-5}$	
	(1.85)	(0.15)	$P \times 0.37 \times 10^{-5}$		(1.98)	(0.02)	$P \times 0.24 \times 10^{-5}$	
	2	$y_{A, B}$	0		2	$y_{A, B}$	0	$P \times 2.60 \times 10^{-5}$
			$P \times 2.60 \times 10^{-5}$					
4.0	1	y_C	1					
			$-P \times 0.02 \times 10^{-7}$					

注 1. $\zeta + \zeta' = 2$

注 2. () 内は中間値

注 3. その他は極大・極小値および両端の値

注 4. 図-4 に $y\zeta\zeta'$ vs x in d_0 がプロットにある。

表-5 曲げモーメントの極大・極小値等 (両端回転自由の場合)

ξ	ζ	ζ'	M	ξ	ζ	ζ'	M	
0.5	1	中央点	1	4.0	(1.77)	(0.23)	$Pd_0 \times 0.014$	
	(1.5)	(0.5)	$Pd_0 \times 0.075$		1.92	0.08	$Pd_0 \times 0.065$	
1.0	1	中央点	1	20	1	中央点	1	$-Pd_0 \times 2.02 \times 10^{-23}$
	(1.35)	(0.65)	$Pd_0 \times 0.047$		1.04	0.96	$-Pd_0 \times 2.16 \times 10^{-22}$	
	1.68	0.32	$Pd_0 \times 0.064$		1.11	0.89	$Pd_0 \times 0.51 \times 10^{-20}$	
1.5	1	中央点	1		1.17	0.83	$-Pd_0 \times 1.18 \times 10^{-19}$	
	(1.40)	(0.60)	$-Pd_0 \times 0.005$		1.23	0.77	$Pd_0 \times 2.73 \times 10^{-18}$	
	1.79	0.21	$Pd_0 \times 0.065$		1.29	0.71	$-Pd_0 \times 0.63 \times 10^{-16}$	
2.0	1	中央点	1		1.36	0.64	$Pd_0 \times 1.46 \times 10^{-15}$	
	1.19	0.81	$-Pd_0 \times 0.003$		1.42	0.58	$-Pd_0 \times 3.39 \times 10^{-14}$	
	(1.51)	(0.49)	$-Pd_0 \times 0.003$		1.48	0.52	$Pd_0 \times 0.78 \times 10^{-12}$	
	1.84	0.16	$Pd_0 \times 0.012$		1.55	0.45	$-Pd_0 \times 1.81 \times 10^{-11}$	
			$Pd_0 \times 0.065$		1.61	0.39	$Pd_0 \times 0.42 \times 10^{-9}$	
3.0	1	中央点	1		1.67	0.33	$-Pd_0 \times 0.97 \times 10^{-8}$	
	1.47	0.53	$-Pd_0 \times 0.003$		1.73	0.27	$Pd_0 \times 0.22 \times 10^{-6}$	
	(1.69)	(0.31)	$Pd_0 \times 0.013$		1.80	0.20	$-Pd_0 \times 0.52 \times 10^{-5}$	
	1.90	0.10	$Pd_0 \times 0.065$		1.86	0.14	$Pd_0 \times 0.12 \times 10^{-3}$	
4.0	1	中央点	1		1.92	0.08	$-Pd_0 \times 0.003$	
	1.29	0.71	$-Pd_0 \times 0.001 \times 10^{-2}$		(1.95)	(0.05)	$Pd_0 \times 0.014$	
	1.61	0.39	$-Pd_0 \times 0.003$		1.98	0.02	$Pd_0 \times 0.065$	

注 1. $\zeta + \zeta' = 2$

注 2. () 内は中間値

注 3. その他は極大・極小値

注 4. 図-5 に M vs x in d_0 がプロットしてある。

変位 y は $\frac{dy}{d(\xi\zeta)}=0$ を満足する $\xi\zeta=x/\frac{d_0}{2}$ の位置で極大・極小となる。式 (38) を $[2.5\xi(\zeta-1)]$ で微分してこれを 0 と置き、整理すると、この条件は

$$\begin{aligned} \tan 2.5\xi(\zeta-1) &= \tanh 2.5\xi(\zeta-1) \\ \{1 + \tan 2.5\xi \tanh 2.5\xi\} / \{1 - \tan 2.5\xi \tanh 2.5\xi\} & \dots\dots\dots (41) \end{aligned}$$

中央点 $\zeta=1$ もまた上式を満足する。式 (41) を満足する $[2.5\xi(\zeta-1)]$ の値は 3.6 より大きい場合 $\tan$ 関数の性質から π rad ずつ変化する。ただし $\xi\zeta < 2\xi$ の制限がある。この値を $\xi < 2$ の場合には式 (32) に、また $\xi > 2$ の場合には式 (32)' に代入することによって変位 y の極大・極小値が求められる (表—4 参照)。

(2) 曲げモーメント M

式 (23) に式 (9) および式 (37) を代入すると

$$\begin{aligned} M &= EI \frac{d^2 y}{dx^2} \\ &\approx 0.4 P d_0 / (\sinh 5\xi + \sin 5\xi) \\ &\cdot [\sinh 2.5\xi \sin 2.5\xi \cosh 2.5\xi(\zeta-1) \\ &\cos 2.5\xi(\zeta-1) - \cosh 2.5\xi \cos 2.5\xi \sinh 2.5\xi \\ &(\zeta-1) \sin 2.5\xi(\zeta-1)] \dots\dots\dots (42) \\ &\approx 0.2 P d_0 / \sinh 2.5\xi \\ &\cdot [\sin 2.5\xi \cosh 2.5\xi(\zeta-1) \cos 2.5\xi(\zeta-1) \\ &- \cos 2.5\xi \sinh 2.5\xi(\zeta-1) \sin 2.5\xi(\zeta-1)] \\ &(\xi > 2) \dots\dots\dots (42)' \end{aligned}$$

曲げモーメント M は $\frac{d}{d(\xi\zeta)}\left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right)=0$ を満足する $\xi\zeta=x/\frac{d_0}{2}$ の位置で極大・極小となる。式 (42) を $[2.5\xi(\zeta-1)]$ で微分してこれを 0 と置き、整理すると、この条件は

$$\begin{aligned} \tan 2.5\xi(\zeta-1) &= \tanh 2.5\xi(\zeta-1) \{ \tanh 2.5\xi \tan \\ 2.5\xi-1 \} / \{ \tanh 2.5\xi \tan 2.5\xi+1 \} & \dots\dots\dots (43) \end{aligned}$$

中央点 $\zeta=1$ もまた上式を満足する。式 (43) を満足する $[2.5\xi(\zeta-1)]$ の値は 3.6 より大きい場合、 $\tan$ 関数の性質から π rad ずつ変化する。ただし $\xi\zeta < 2\xi$ なる制限がある。この値を $\xi < 2$ の場合には式 (42) に、

また $\xi > 2$ の場合には式 (42)' に代入することによって曲げモーメントの極大・極小値が求められる (表—5 参照)。

(3) 両端拘束効果の影響範囲

表—4 から y の、また 表—5 から M の最大値およびその発生位置 $\zeta'\xi=x/\frac{d_0}{2}$ を摘録すると 表—6 のようになる。

これより明らかなように $\xi < 1$ では両端の拘束効果は全長におよぶ。また $\xi > 1.5$ では変位の最大値 $y_{\max}$ およびその発生位置 $x=\zeta'\xi d_0/2$ は計算誤差を考慮に入れると ξ にかかわらず一定値を取り、その値はそれぞれ $-P \times 0.17 \times 10^{-5}$ および $0.94 \times d_0/2 = 0.47 d_0$ である。

同様に曲げモーメントの最大値およびその発生位置は $\xi > 1.0$ では ξ にかかわらず一定値を取り、その値はそれぞれ $P d_0 \times 0.065$ および $0.32 \times d_0/2 = 0.16 d_0$ である。

(4) ポアソン効果による膨張ひずみ ϵ_h

軸方向応力 σ_c を受けている円筒を載荷前の位置まで両端を変位して拘束したと考えると、この場合の両端変位は

$$\begin{aligned} y_A &= y_B = \nu r \sigma_c / E \\ &= \nu \sigma_c d_0 / (2.4 \times 4 \times 10^5) = 0.104 \times 10^{-5} \nu \sigma_c d_0 \\ &\dots\dots\dots (44) \end{aligned}$$

いま AC 600 ϕ くの $N=950\,000$ kg における $\sigma_c=605$ kg/cm² と $\sigma_{cu}/3$ に対応する $\nu=1/6$ を用いると、

$$\left. \begin{aligned} Y_{A,B} &= 0.104 \times 10^{-5} \times 605 \times 1/6 \times d_0 \\ &= 10.503 \times 10^{-5} \omega d_0 \text{ cm} \\ \omega &= \sigma_c / 605 \cdot 6 \nu = 0.0 / \sigma_c \nu : \text{換算係数} \end{aligned} \right\} \dots\dots (44)'$$

表—7 各種 ξ に対する P と d_0 との関係 (両端回転自由の場合)

ξ	$y_{A,B}$ (表—4 より)	$y_{A,B}$ [(式 44)' より]	P kg/cm
0.5	$P \times 2.09 \times 10^{-5}$	$10.503 \times 10^{-5} \omega d_0$	$5.03 \omega d_0$
1.0	$P \times 2.65 \times 10^{-5}$	"	$3.96 \omega d_0$
>1.5	$P \times 2.60 \times 10^{-5}$	"	$4.04 \omega d_0$

注 $\omega=0.01 \sigma_c \nu$

表—6 変位の最大値および曲げモーメントの最大値ならびにそれらの発生位置 (両端回転自由の場合)

ξ	変 位 y		曲 げ モ ー メ ン ト M	
	最 大 値 $y_{\max}$	位 置 $\zeta'\xi=x/\frac{d_0}{2}$	最 大 値 $M_{\max}$	位 置 $\zeta'\xi=x/\frac{d_0}{2}$
0.5	$P \times 0.47 \times 10^{-5}$	$1 \times 0.5 = 0.5$	$P d_0 \times 0.101$	$1 \times 0.5 = 0.5$
1.0	$-P \times 0.35 \times 10^{-5}$	$1 \times 1.0 = 1.0$	$P d_0 \times 0.065$	$0.32 \times 1.0 = 0.32$
1.5	$-P \times 0.17 \times 10^{-5}$	$0.635 \times 1.5 = 0.95$	"	$0.21 \times 1.5 = 0.32$
2.0	"	$0.470 \times 2.0 = 0.94$	"	$0.16 \times 2.0 = 0.32$
3.0	"	$0.314 \times 3.0 = 0.94$	"	$0.106 \times 3.0 = 0.32$
4.0	"	$0.238 \times 4.0 = 0.95$	"	$0.08 \times 4.0 = 0.32$
20.0	"	$0.047 \times 20 = 0.94$	"	$0.016 \times 20 = 0.32$

式(44)'を表-4の各種 ξ に対する $y_{A,B}$ と等価に置くことにより、両端単位周長当りの半径力 P を円筒外径 d_0 によって表わすことができる(表-7参照)。

軸方向任意点 ζ, ζ' における膨張ひずみ(円周方向および半径方向のポアソン引張ひずみ) ε_h は

$$\varepsilon_h = (y_{A,B} - y_{\zeta\zeta'})/r = (y_{A,B} - y_{\zeta\zeta'}) \times 2.4/d_0 \dots (45)$$

式(45)に式(44)'を代入すると

$$\begin{aligned} \varepsilon_h &= (10.503 \times 10^{-5} \omega d_0 - y_{\zeta\zeta'}) \times 2.4/d_0 \\ &= 25.207 \times 10^{-5} \omega - 2.4 y_{\zeta\zeta'} / d_0 \dots (45)' \end{aligned}$$

式(45)'に表-4の $y_{\zeta\zeta'}$ および表-7の P の値を代入すると表-8の ε_h が求められ、さらに表-8から ε_h の最大値 $\varepsilon_{h \max}$ とその発生位置を摘録すると表-9のようになる。

表-8から明らかなように、 $\xi=0.5$ 付近ではコンクリート円筒は両端の拘束効果が全長に及ぶので、 ε_h はその基準値 252ω in μ を下回る。これに反し $\xi=1$ の付近では $\varepsilon_{h \max}$ は $\xi>1$ の場合に比較して最大となる。

表-9より明らかなように、 $\xi>1.5$ の場合 $\varepsilon_{h \max}$ は

表-8 変位の極大・極小位置における膨張ひずみ
 ε_h (両端回転自由の場合)

ξ	ζ	ζ'	$y_{\zeta\zeta'}$ in cm	ε_h in μ
0.5	1	y_C 1	$2.353 \times 10^{-5} \omega d_0$	196 ω
1.0	1	y_C 1	$-1.384 \times 10^{-5} \omega d_0$	285 ω
1.5	1	y_C 1	$-0.408 \times 10^{-5} \omega d_0$	262 ω
	1.37	0.63	$-0.678 \times 10^{-5} \omega d_0$	268 ω
2.0	1	y_C 1	$4.017 \times 10^{-7} \omega d_0$	251 ω
	1.53	0.47	$-0.702 \times 10^{-5} \omega d_0$	269 ω
3.0	1	y_C 1	$4.029 \times 10^{-8} \omega d_0$	252 ω
	1.27	0.73	$0.032 \times 10^{-5} \omega d_0$	251 ω
	1.69	0.31	$-0.706 \times 10^{-5} \omega d_0$	269 ω
4.0	1	y_C 1	$-0.800 \times 10^{-8} \omega d_0$	252 ω
	1.13	0.87	$-0.130 \times 10^{-7} \omega d_0$	252 ω
	1.45	0.55	$0.012 \times 10^{-5} \omega d_0$	252 ω
	1.76	0.24	$-0.702 \times 10^{-5} \omega d_0$	269 ω
20.0	1	y_C 1	$0.391 \times 10^{-25} \omega d_0$	252 ω
	1.07	0.93	$-0.565 \times 10^{-24} \omega d_0$	"
	1.14	0.86	$1.291 \times 10^{-23} \omega d_0$	"
	1.20	0.80	$-2.976 \times 10^{-22} \omega d_0$	"
	1.26	0.74	$0.690 \times 10^{-20} \omega d_0$	"
	1.33	0.67	$-0.160 \times 10^{-19} \omega d_0$	"
	1.39	0.61	$0.369 \times 10^{-15} \omega d_0$	"
	1.45	0.55	$-0.085 \times 10^{-15} \omega d_0$	"
	1.51	0.49	$0.361 \times 10^{-14} \omega d_0$	"
	1.58	0.42	$-0.444 \times 10^{-13} \omega d_0$	"
	1.64	0.36	$1.061 \times 10^{-12} \omega d_0$	"
	1.70	0.30	$-0.239 \times 10^{-10} \omega d_0$	"
	1.76	0.24	$0.282 \times 10^{-9} \omega d_0$	"
	1.83	0.17	$-1.319 \times 10^{-8} \omega d_0$	"
	1.89	0.11	$0.032 \times 10^{-5} \omega d_0$	251 ω
	1.95	0.05	$-0.702 \times 10^{-5} \omega d_0$	269 ω

注 $\omega=0.001 \sigma_c \nu$, $\sigma_c=600 \text{ kg/cm}^2$, $\nu=1/6$ の際は $\omega=1$ となる。

表-9 ε_h の最大値およびその発生位置
(両端回転自由の場合)

ξ	$\varepsilon_{h \max}$ in μ	$\zeta' \xi = x / \frac{d_0}{2}$	$x \varepsilon_{h \max}$
0.5	196 ω (297)	$1 \times 0.5 = 0.5$	$0.25 d_0$
1.0	285 ω (431)	$1 \times 1.0 = 1$	$0.5 d_0$
1.5	268 ω (405)	$0.635 \times 1.5 = 0.95$	$0.47 d_0$
2.0	269 ω (407)	$0.470 \times 2.0 = 0.94$	"
3.0	269 ω (")	$0.314 \times 3.0 = 0.94$	"
4.0	269 ω (")	$0.238 \times 4.0 = 0.95$	"
20.0	269 ω (")	$0.047 \times 20 = 0.94$	"

注 1. $\omega=0.01 \sigma_c \nu$

注 2. () 内数値は $\sigma_c=605 \text{ kg/cm}^2$, $\nu=1/4$, $\omega=1.513$ の場合

269 ω in μ の一定値を取り、かつその発生位置は両端より $0.47 d_0$ の一定距離にある。

(5) 曲げ応力、直応力、合成応力および合成ひずみ極大・極小曲げモーメント位置における曲げ応力度 σ_b は

$$\sigma_b = \pm M \times 6/h^2 = \pm 216M/d_0^2 \dots (46)$$

ここに上段符号は円筒内面、下段符号は円筒外面の縁応力度を示し、かつ+記号は圧縮、-記号は引張を意味する。また

$$\begin{aligned} \sigma_c &= N/2 \pi r h = N/(2 \pi d_0/2 \cdot 4 \cdot d_0/6) = 2.29 N/d_0^2 \\ &\dots (47) \end{aligned}$$

軸方向荷重 N による直圧縮応力ひずみ ε_N は

$$\begin{aligned} \varepsilon_N &= \sigma_c/E = 2.29 N/d_0^2 / (4 \times 10^5) = 5.73 N/d_0^2 \text{ in } \mu \\ &\dots (48) \end{aligned}$$

合成応力度 σ_R および合成ひずみ ε_R は

$$\sigma_R = \sigma_c + \sigma_b, \varepsilon_R = \sigma_R/E \dots (49)$$

$\sigma_c=605 \text{ kg/cm}^2$ の場合には $\nu=1/4$ となり

$$\begin{aligned} \varepsilon_N &= 605/(4 \times 10^5) = 1.513 \text{ in } \mu \\ \omega &= 0.01 \times 605 \times 1/4 = 1.513 \end{aligned} \quad \dots (48)'$$

表-5の M に表-7の P を代入して M を d_0^2 の関数で表わし、さらにこれを用いて式(46)により σ_b を、また式(49)により σ_R および ε_R の外周値を求め、これらを表示すると表-10が得られる。

3.2.3 両端回転固定の場合

これは両端に継手を有するACくい一般の場合に適用される。

(1) 変位 y

式(29)に式(9)および式(37)を代入すると

$$\begin{aligned} y &= P \times 2.6 \times 10^{-5} / (\cosh 5 \xi - \cos 5 \xi) \\ &\quad \cdot [(\cos 2.5 \xi \sinh 2.5 \xi + \sin 2.5 \xi \cosh 2.5 \xi) \\ &\quad \cos 2.5 \xi (\zeta - 1) \cosh 2.5 \xi (\zeta - 1) - (\cos 2.5 \xi \sinh \\ &\quad 2.5 \xi - \sin 2.5 \xi \cosh 2.5 \xi) \sin 2.5 \xi (\zeta - 1) \sinh \\ &\quad 2.5 \xi (\zeta - 1)] \dots (50) \end{aligned}$$

$\xi>2$ の場合には

$$\begin{aligned} y &= P \times 1.3 \times 10^{-5} / \sinh 2.5 \xi \\ &\quad \cdot [(\cos 2.5 \xi + \sin 2.5 \xi) \cos 2.5 \xi (\zeta - 1) \cosh 2.5 \xi \end{aligned}$$

表—10 曲げモーメントの極大・極小値に対応する σ_b , σ_R , ε_R (両端回転自由の場合) $(\sigma_c=605 \text{ kg/cm}^2, \nu=1/4, \omega=1.513 \text{ の場合})$

ξ	ζ	ζ'	$M \text{ kg-cm/cm}$	$\sigma_b \text{ kg/cm}^2$	$\sigma_R \text{ kg/cm}^2$		$\varepsilon_R \text{ in } \mu$
0.5	1 中央点	1	$0.508 d_0^2 \omega$	$\pm 110 \omega$	(外周) 439	(内周) 771	(外周) 1098
1.0	1 中央点	1	$0.079 d_0^2 \omega$	$\pm 17 \omega$	579	631	1448
1.5	1 中央点	1	$-0.022 d_0^2 \omega$	$\mp 5 \omega$	612	598	1530
	1.79	0.21	$0.260 d_0^2 \omega$	$\mp 56 \omega$	520	690	1300
2.0	1 中央点	1	$-0.011 d_0^2 \omega$	$\mp 2.3 \omega$	609	601	1523
	1.19	0.81	$-0.012 d_0^2 \omega$	$\mp 2.5 \omega$	609	601	1523
	1.84	0.16	$0.260 d_0^2 \omega$	$\pm 56 \omega$	520	690	1300
3.0	1 中央点	1	$0.001 d_0^2 \omega$	$\pm 0.2 \omega$	605	605	1513
	1.48	0.52	$-0.011 d_0^2 \omega$	$\mp 2.4 \omega$	609	601	1523
	1.90	0.10	$0.260 d_0^2 \omega$	$\mp 56 \omega$	520	690	1300
4.0	1 中央点	1	$-0.000 d_0^2 \omega$	$\mp 0 \omega$	605	605	1513
	1.29	0.71	$0.0005 d_0^2 \omega$	$\pm 0.1 \omega$	605	605	1513
	1.61	0.39	$-0.011 d_0^2 \omega$	$\mp 2.4 \omega$	609	601	1523
	1.92	0.08	$0.260 d_0^2 \omega$	$\pm 56 \omega$	520	690	1300
20.0	1 中央点	1	$-0.82 \times 10^{-22} d_0^2 \omega$	0	605	605	1513
	1.04	0.96	$-0.87 \times 10^{-21} d_0^2 \omega$	"	"	"	"
	1.11	0.89	$0.21 \times 10^{-19} d_0^2 \omega$	"	"	"	"
	1.17	0.83	$-0.43 \times 10^{-18} d_0^2 \omega$	"	"	"	"
	1.23	0.77	$0.11 \times 10^{-16} d_0^2 \omega$	"	"	"	"
	1.29	0.71	$-0.23 \times 10^{-15} d_0^2 \omega$	"	"	"	"
	1.36	0.64	$0.59 \times 10^{-16} d_0^2 \omega$	"	"	"	"
	1.42	0.58	$-0.14 \times 10^{-12} d_0^2 \omega$	"	"	"	"
	1.48	0.52	$0.32 \times 10^{-11} d_0^2 \omega$	"	"	"	"
	1.55	0.45	$-0.73 \times 10^{-10} d_0^2 \omega$	"	"	"	"
	1.61	0.39	$0.17 \times 10^{-8} d_0^2 \omega$	"	"	"	"
	1.67	0.33	$-0.39 \times 10^{-7} d_0^2 \omega$	"	"	"	"
	1.73	0.27	$0.91 \times 10^{-6} d_0^2 \omega$	"	"	"	"
	1.80	0.20	$-0.21 \times 10^{-4} d_0^2 \omega$	"	"	"	"
	1.86	0.14	$0.49 \times 10^{-3} d_0^2 \omega$	$\pm 0.1 \omega$	605	605	1513
	1.92	0.08	$-0.0111 d_0^2 \omega$	$\mp 2.4 \omega$	609	601	1523
	1.98	0.02	$0.2601 d_0^2 \omega$	$\pm 56 \omega$	520	690	1300

$$(\zeta-1) - (\cos 2.5 \xi - \sin 2.5 \xi) \sin 2.5 \xi (\zeta-1)$$

$$\sinh 2.5 \xi (\zeta-1)] \dots\dots\dots (50)'$$

また中央点の変位 y_C は $\zeta=1$ と置くことにより

$$y_C = P \times 2.6 \times 10^{-5} / (\cosh 5 \xi - \cos 5 \xi) \\ \cdot (\cos 2.5 \xi \sinh 2.5 \xi + \sin 2.5 \xi \cosh 2.5 \xi) \\ \dots\dots\dots (51)$$

$$= P \times 1.3 \times 10^{-5} (\cos 2.5 \xi + \sin 2.5 \xi) / \sinh 2.5 \xi \\ (\xi > 2) \dots\dots (51)'$$

両端の変位 $y_A = y_B$ は, $\zeta=0$ または $\zeta=2$ と置くことにより

$$y_A = y_B = P \times 1.3 \times 10^{-5} (\sinh 5 \xi + \sin 5 \xi) / \\ (\cosh 5 \xi - \cos 5 \xi) \dots\dots (52) \\ = P \times 1.3 \times 10^{-5} (\xi > 2)$$

変位 y は $\frac{dy}{d(\xi \zeta)} = 0$ を満足する $\xi \zeta = x / \frac{d_0}{2}$ の位置で極大・極小となる。式 (50) を $[2.5 \xi (\zeta-1)]$ で微分してこれを 0 と置き, 整理するとこの条件は式 (53) で与えられる。

$$\tan 2.5 \xi (\zeta-1) = \tanh 2.5 \xi (\zeta-1) \tan 2.5 \xi /$$

$$\tanh 2.5 \xi \dots\dots\dots (53)$$

中央点 $\zeta=1$ もまた上式を満足する。式 (53) において, これを満足する $[2.5 \xi (\zeta-1)]$ の値は 3.6 より大なる場合 $\tan$ 関数の性質から π rad ずつ変化する。ただし $\xi \zeta < 2 \xi$ なる制限がある。この値を $\xi < 2$ の場合には式 (50) に, また $\xi > 2$ の場合には式 (50)' に代入することによって変位 y の極大・極小値が求められる (表—11 参照)。

(2) 曲げモーメント M

式 (31) に式 (9) および式 (37) を代入すると

$$M = EI \frac{d^2 y}{dx^2} \\ = -0.2 P d_0 / (\cosh 5 \xi - \cos 5 \xi) \\ \cdot [(\cos 2.5 \xi \sinh 2.5 \xi + \sin 2.5 \xi \cosh 2.5 \xi) \\ \sin 2.5 \xi (\zeta-1) \sinh 2.5 \xi (\zeta-1) + (\cos 2.5 \xi \\ \sinh 2.5 \xi - \sin 2.5 \xi \cosh 2.5 \xi) \cos 2.5 \xi \\ (\zeta-1) \cosh 2.5 \xi (\zeta-1)] \dots\dots\dots (54)$$

表—11 変位の極大・極小値等（両端回転固定の場合）

ξ	ζ	ζ'	$y_{\zeta\zeta'}$	ξ	ζ	ζ'	$y_{\zeta\zeta'}$	
0.5	1	y_C	1	4.0	1.37	0.63	$P \times 0.0024 \times 10^{-5}$	
	(1.5)		(0.5)		(1.53)	(0.47)	$-P \times 0.009 \times 10^{-5}$	
	2	$y_{A,B}$	0		1.69	0.31	$-P \times 0.056 \times 10^{-5}$	
1.0	1	y_C	1		(1.84)	(0.16)	$P \times 0.27 \times 10^{-5}$	
	(1.5)		(0.5)	(1.92)	(0.08)	$P \times 0.84 \times 10^{-5}$		
	2	$y_{A,B}$	0	2	$y_{A,B}$	0	$P \times 1.30 \times 10^{-5}$	
1.5	1	y_C	1	20.0	1	y_C	1	$P \times 0.35 \times 10^{-26}$
	(1.5)		(0.5)		1.06	0.94	$-P \times 0.44 \times 10^{-25}$	
	(1.75)		(0.25)		1.12	0.88	$P \times 1.02 \times 10^{-24}$	
	2	$y_{A,B}$	0		1.18	0.82	$-P \times 0.24 \times 10^{-22}$	
2.0	1	y_C	1		1.25	0.75	$P \times 0.55 \times 10^{-21}$	
	1.37		0.63		1.31	0.69	$-P \times 1.27 \times 10^{-20}$	
	(1.70)		(0.30)		1.37	0.63	$P \times 0.29 \times 10^{-18}$	
	(1.85)		(0.15)		1.44	0.56	$-P \times 0.68 \times 10^{-17}$	
	2	$y_{A,B}$	0		1.50	0.50	$P \times 1.57 \times 10^{-16}$	
					1.56	0.44	$-P \times 0.36 \times 10^{-14}$	
3.0	1	y_C	1		1.62	0.38	$P \times 0.84 \times 10^{-13}$	
	(1.08)		(0.92)		1.69	0.31	$-P \times 1.94 \times 10^{-12}$	
	1.15		0.85		1.75	0.25	$P \times 0.45 \times 10^{-10}$	
	1.58		0.42		1.81	0.19	$-P \times 0.24 \times 10^{-8}$	
	(1.69)		(0.31)		1.87	0.13	$P \times 0.24 \times 10^{-7}$	
	(1.79)		(0.21)		(1.90)	(0.10)	$-P \times 0.97 \times 10^{-7}$	
	(1.90)		(0.10)		1.94	0.06	$-P \times 0.56 \times 10^{-5}$	
	2	$y_{A,B}$	0		(1.95)	(0.05)	$P \times 0.001 \times 10^{-7}$	
4.0	1	y_C	1		(1.97)	(0.03)	$P \times 0.87 \times 10^{-5}$	
	(1.19)		(0.81)		2	$y_{A,B}$	0	$P \times 1.30 \times 10^{-5}$
							</	

注 1. $\zeta + \zeta' = 2$

注 2. () 内は中間値

注 3. その他に極大・極小値および両端の値

注 4. 図—6 に $y_{\zeta\zeta'}$ vs x in d_0 がプロットしてある。

$$\approx -0.1 P d_0 / \sinh 2.5 \xi$$

$$\cdot \{ (\cos 2.5 \xi + \sin 2.5 \xi) \sin 2.5 \xi (\zeta - 1) \sinh 2.5 \xi (\zeta - 1) + (\cos 2.5 \xi - \sin 2.5 \xi) \cos 2.5 \xi (\zeta - 1) \cosh 2.5 \xi (\zeta - 1) \} \quad (\xi > 2) \dots (54)'$$

両端における固定モーメント M_0 は $\zeta = 0$ または $\zeta = 2$ と置くことにより

$$M_0 \approx -0.1 P d_0 (\sinh 5 \xi - \sin 5 \xi) / (\cosh 5 \xi - \cos 5 \xi) \approx -0.1 P d_0 \quad (\xi > 2) \dots (55)$$

$$\text{曲げモーメント } M \text{ は } \frac{d}{d(\xi \zeta)} \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right) = 0 \text{ を満足する}$$

$\xi \zeta = x / \frac{d_0}{2}$ の位置で極大・極小となる。式 (54) を $[2.5 \xi (\zeta - 1)]$ で微分してこれを 0 と置き、整理するとこの条件は式 (56) で与えられる。

$$\tan 2.5 \xi (\zeta - 1) = -\tanh 2.5 \xi (\zeta - 1) \tanh 2.5 \xi / \tan 2.5 \xi \dots (56)$$

中央点 $\zeta = 1$ もまた上式を満足する。式 (56) において、これを満足する $[2.5 \xi (\zeta - 1)]$ の値は 3.6 より大きい場合 $\tan$ 関数の性質から π rad ずつ変化する。ただし $\xi \zeta < 2 \xi$ なる制限がある。この値を $\xi < 2$ の場合には式 (54) に、また $\xi > 2$ の場合には式 (54)' に代入することによって、曲げモーメントの極大・極小値が求め

られる（表—12 参照）。

(3) 両端拘束効果の影響範囲

表—11 から変位 y の、また表—12 から曲げモーメントの最大値およびその発生位置 $\xi' \xi = x / \frac{d_0}{2}$ を摘録すると表—13 のようになる。これより明らかなように $\xi < 1$ では両端の拘束効果は全長に及ぶ。

また $\xi > 1.5$ では変位の最大値 $y_{\max}$ およびその発生位置は計算誤差を考慮に入れると ξ にかかわらず一定値を取り、その値はそれぞれ $-P \times 0.056 \times 10^{-5}$ および $1.26 \times d_0 / 2 = 0.63 d_0$ である。同様に曲げモーメントの最大値 $M_{\max}$ およびその発生位置は $\xi > 1$ では、計算誤差を考慮に入れると ξ にかかわらず一定値を取り、その値はそれぞれ $P d_0 \times 0.021$ および $0.62 \times d_0 / 2 = 0.31 d_0$ である。

(4) ポアソン効果による膨張ひずみ ϵ_h

式 (44)' を表—11 の各種 ξ に対する $y_{A,B}$ と等価に置くことにより、両端単位周長あたりの半径力 P を円筒外径 d_0 によって表わすことができる（表—14 参照）。式 (45)' に表—11 の $y_{\zeta, \zeta'}$ および表—14 の P の値を代入すると表—15 の ϵ_h が求められ、さらに表—15 から ϵ_h の最大値 $\epsilon_{h \max}$ とそれらの両端からの発生

表—12 曲げモーメントの極大・極小値等（両端回転固定の場合）

ξ	ζ	ζ'	M	ξ	ζ	ζ'	M
0.5	1 中央点	1	$M_c = Pd_0 \times 0.037$	4.0	(1.37)	(0.63)	$-Pd_0 \times 0.00019$
	(1.5)	(0.5)	$Pd_0 \times 0.014$		1.53	0.47	$-Pd_0 \times 0.0009$
	2 両端	0	$M_0 = -Pd_0 \times 0.079$		(1.69)	(0.31)	$Pd_0 \times 0.0043$
1.0	1 中央点	1	$M_c = Pd_0 \times 0.023$	20.0	1.84	0.16	$Pd_0 \times 0.0208$
	1.37	0.63	$Pd_0 \times 0.024$		(1.92)	(0.08)	$-Pd_0 \times 0.0004$
	(1.5)	(0.5)	$Pd_0 \times 0.011$		2 両端	0	$M_0 = -Pd_0 \times 0.1$
1.5	1 中央点	1	$M_c = Pd_0 \times 0.001$	20.0	1 中央点	1	$M_c = -Pd_0 \times 4.74 \times 10^{-23}$
	(1.29)	(0.71)	$Pd_0 \times 0.011$		1.03	0.97	$-Pd_0 \times 6.00 \times 10^{-23}$
	1.58	0.42	$Pd_0 \times 0.021$		1.09	0.91	$Pd_0 \times 6.44 \times 10^{-22}$
2.0	(1.79)	(0.21)	$-Pd_0 \times 0.00001$		1.15	0.85	$-Pd_0 \times 3.79 \times 10^{-20}$
	2 両端	0	$M_0 = -Pd_0 \times 0.1$		1.22	0.78	$Pd_0 \times 8.77 \times 10^{-19}$
3.0	1 中央点	1	$M_c = -Pd_0 \times 0.002$		1.28	0.72	$-Pd_0 \times 2.03 \times 10^{-17}$
	(1.34)	(0.66)	$Pd_0 \times 0.003$		1.34	0.66	$Pd_0 \times 4.70 \times 10^{-16}$
	1.69	0.31	$Pd_0 \times 0.021$		1.40	0.60	$-Pd_0 \times 1.09 \times 10^{-14}$
4.0	(1.84)	(0.16)	$-Pd_0 \times 0.00001$		1.47	0.53	$Pd_0 \times 2.52 \times 10^{-13}$
	2 両端	0	$M_0 = -Pd_0 \times 0.1$		1.53	0.47	$-Pd_0 \times 5.82 \times 10^{-12}$
20.0	1 中央点	1	$M_c = Pd_0 \times 0.00007$		1.59	0.41	$Pd_0 \times 1.35 \times 10^{-10}$
	(1.19)	(0.81)	$-Pd_0 \times 0.0003$		1.65	0.35	$-Pd_0 \times 3.12 \times 10^{-9}$
	1.37	0.63	$-Pd_0 \times 0.0009$		1.72	0.28	$Pd_0 \times 7.21 \times 10^{-8}$
20.0	(1.58)	(0.42)	$Pd_0 \times 0.0043$		1.78	0.22	$-Pd_0 \times 1.67 \times 10^{-6}$
	1.79	0.21	$Pd_0 \times 0.0208$		(1.81)	(0.19)	$Pd_0 \times 0.75 \times 10^{-5}$
	(1.90)	(0.10)	$-Pd_0 \times 0.0024$		1.84	0.16	$Pd_0 \times 3.86 \times 10^{-5}$
20.0	2 両端	0	$M_0 = -Pd_0 \times 0.1$		(1.87)	(0.13)	$-Pd_0 \times 0.00018$
	1 中央点	1	$M_c = Pd_0 \times 0.00001$		1.91	0.09	$-Pd_0 \times 0.001$
	(1.11)	(0.89)	$Pd_0 \times 0.00002$		(1.99)	(0.01)	$-Pd_0 \times 0.002$
	1.22	0.78	$Pd_0 \times 0.00004$		1.97	0.03	$Pd_0 \times 0.021$
					2 両端	0	$M_0 = -Pd_0 \times 0.1$

注 1. $\zeta + \zeta' = 2$

注 2. () 内は中間値

注 3. その他は極大・極小値および両端の値

注 4. 図-7 に M vs x in d_0 がプロットしてある

表—13 変位の最大値および曲げモーメントの最大値ならびにそれらの発生位置（両端回転固定の場合）

ξ	変 位 y		曲 げ モ ー メ ン ト M	
	最 大 値 $y_{\max}$	位 置 $\zeta'\xi = \frac{x}{d_0/2}$	最 大 値 $M_{\max}$	位 置 $\zeta'\xi = \frac{x}{d_0/2}$
0.5	$P \times 0.86 \times 10^{-5}$	$1 \times 0.5 = 0.5$	$Pd_0 \times 0.037$	$1 \times 0.5 = 0.5$
1.0	$-P \times 0.04 \times 10^{-5}$	$1 \times 1.0 = 1.0$	$Pd_0 \times 0.024$	$0.63 \times 1.0 = 0.63$
1.5	$-P \times 0.09 \times 10^{-5}$	$1 \times 1.5 = 1.5$	$Pd_0 \times 0.021$	$0.42 \times 1.5 = 0.63$
2.0	$-P \times 0.056 \times 10^{-5}$	$0.63 \times 2.0 = 1.26$	$Pd_0 \times 0.021$	$0.31 \times 2.0 = 0.63$
3.0	$-P \times 0.056 \times 10^{-5}$	$0.42 \times 3.0 = 1.26$	$Pd_0 \times 0.021$	$0.21 \times 3.0 = 0.63$
4.0	$-P \times 0.056 \times 10^{-5}$	$0.315 \times 4.0 = 1.26$	$Pd_0 \times 0.021$	$0.157 \times 4.0 = 0.63$
20.0	$-P \times 0.056 \times 10^{-5}$	$0.063 \times 20 = 1.26$	$Pd_0 \times 0.021$	$0.031 \times 20.0 = 0.62$

表—14 各種 ξ に対する P と d_0 との関係（両端回転固定の場合）

ξ	$y_{A, B}$ (表-11 より)	$y_{A, B}$ [式(44)'] より]	P kg/cm
0.5	$P \times 1.25 \times 10^{-5}$	$10.503 \times 10^{-5} \omega d_0$	$8.40 \omega d_0$
>1.0	$P \times 1.30 \times 10^{-5}$	"	$8.08 \omega d_0$

注. $\omega = 0.01 \sigma_c \nu$ 位置 $\zeta'\xi = x / \frac{d_0}{2}$ を摘録すると 表—16 のようになる。表—15 から明らかなように、 $\xi = 0.5$ 付近ではコンク

リート円筒は両端の拘束効果が全長に及ぶので、 ε_h はその基準値 252ω in μ を下回る。これに反し $\xi = 1.5$ の付近では $\varepsilon_{h \max}$ は $\xi > 1.5$ の場合に比較して最大となる。

表—16 から明らかなように、 $\xi > 2.0$ の場合 $\varepsilon_{h \max}$ は 263ω in μ の一定値を取り、かつその発生位置は両端から $0.63 d_0$ の一定距離にある。

(5) 曲げ応力、直応力、合成応力および合成ひずみ
極大・極小モーメント位置における曲げ応力 σ_b は式

表—15 変位の極大・極小位置における膨張ひずみ ε_h (両端回転固定の場合)

ξ	ζ	ζ'	$y\zeta\zeta'$ in cm	ε_h in μ	
0.5	1	y_C	1	$7.257 \times 10^{-5} \omega d_0$	78ω
1.0	1	y_C	1	$-0.331 \times 10^{-5} \omega d_0$	260ω
1.5	1	y_C	1	$-0.686 \times 10^{-5} \omega d_0$	269ω
2.0	1	y_C	1	$-0.097 \times 10^{-5} \omega d_0$	254ω
	1.374	0.626	$-0.436 \times 10^{-5} \omega d_0$	263ω	
3.0	1	y_C	1	$0.0153 \times 10^{-5} \omega d_0$	252ω
	1.153	0.847	$0.0194 \times 10^{-5} \omega d_0$	252ω	
	1.581	0.419	$-0.454 \times 10^{-5} \omega d_0$	263ω	
4.0	1	y_C	1	$-0.0013 \times 10^{-5} \omega d_0$	252ω
	1.372	0.628	$0.0196 \times 10^{-5} \omega d_0$	252ω	
	1.686	0.314	$-0.454 \times 10^{-5} \omega d_0$	263ω	
20.0	1	y_C	1	$2.848 \times 10^{-26} \omega d_0$	252ω
	1.058	0.942	$-3.566 \times 10^{-25} \omega d_0$	"	
	1.120	0.880	$8.228 \times 10^{-24} \omega d_0$	"	
	1.183	0.817	$-1.904 \times 10^{-22} \omega d_0$	"	
	1.246	0.754	$4.413 \times 10^{-21} \omega d_0$	"	
	1.309	0.691	$-1.020 \times 10^{-19} \omega d_0$	"	
	1.372	0.628	$2.364 \times 10^{-18} \omega d_0$	"	
	1.435	0.565	$-5.461 \times 10^{-17} \omega d_0$	"	
	1.497	0.503	$1.264 \times 10^{-15} \omega d_0$	"	
	1.560	0.440	$-2.928 \times 10^{-14} \omega d_0$	"	
	1.623	0.377	$6.776 \times 10^{-13} \omega d_0$	"	
	1.686	0.314	$-1.567 \times 10^{-11} \omega d_0$	"	
	1.749	0.251	$3.630 \times 10^{-10} \omega d_0$	"	
	1.812	0.188	$-1.928 \times 10^{-8} \omega d_0$	252ω	
	1.872	0.128	$1.912 \times 10^{-7} \omega d_0$	252ω	
1.937	0.063	$-4.493 \times 10^{-6} \omega d_0$	263ω		

注 1. $\zeta + \zeta' = 2$ 注 2. $\omega = 0.01 \sigma_c \nu$ 表—16 ε_h の最大値およびその発生位置 (両端回転固定の場合)

ξ	$\varepsilon_h \max$ in μ	$\zeta'\xi = x / \frac{d_0}{2}$	$x\varepsilon_h \max$ in cm
0.5	78ω (118)	$1 \times 0.5 = 0.5$	$0.25 d_0$
1.0	260ω (393)	$1 \times 1.0 = 1.0$	$0.5 d_0$
1.5	269ω (407)	$1 \times 1.5 = 1.5$	$0.75 d_0$
2.0	263ω (398)	$0.626 \times 2.0 = 1.252$	$0.63 d_0$
3.0	263ω (")	$0.419 \times 3.0 = 1.257$	$0.63 d_0$
4.0	263ω (")	$0.314 \times 4.0 = 1.256$	$0.63 d_0$
20.0	263ω (")	$0.063 \times 20 = 1.26$	$0.63 d_0$

注 1. $\omega = 0.01 \sigma_c \nu$ 注 2. () 内数値は $\sigma_c = 605 \text{ kg/cm}^2$, $\nu = 1/4$, $\omega = 1.513$ の場合

(46), 直応力 σ_c は式 (47), 直圧縮応力ひずみ ε_N は式 (48) または式 (48)', 合成応力度 σ_R および合成ひずみ ε_R は式 (49) によって計算される。

表—12 の M に 表—14 の P を代入して, M を d_0^2 の関数で表わし, さらにこれを用いて式 (46) により σ_b , 式 (49) により σ_R および ε_R の外周値を求め, これらを表示すると 表—17 が求められる。

4. 考察ならびに結論

4.1 理論的解析結果について

4.1.1 一般的事項

(1) 変位 Y , y , 曲げモーメント M (固定モーメントを含む), 曲げ応力度 σ_b および半径方向ならびに円周方向の膨張ひずみ ε_h はすべて $\nu\sigma_c$ に正比例して変化

表—17 (その 1) 曲げモーメントの極大・極小値に対応する σ_b , σ_R , ε_R (両端回転固定の場合)($\sigma_c = 605 \text{ kg/cm}^2$, $\nu = 1/4$, $\omega = 1.513$ の場合)

ξ	ζ	ζ'	$M \text{ kg-cm/cm}$	$\sigma_b \text{ kg/cm}^2$	$\sigma_R \text{ kg/cm}^2$		ε_R in μ
0.5	1	中央点	$M_c = 0.312 \omega d_0^2$	$\pm 67 \omega$	(外周) 503	(内周) 707	(外周) 1258
	2	両端	$M_0 = -0.661 \omega d_0^2$	$\mp 143 \omega$	821	383	2053
1.0	1	中央点	$M_c = 0.186 \omega d_0^2$	$\pm 40 \omega$	544	666	1360
	2	両端	$M_0 = -0.807 \omega d_0^2$	$\mp 174 \omega$	869	341	2173
1.5	1	中央点	$M_c = 0.010 \omega d_0^2$	$\pm 2 \omega$	602	608	1505
	1.58	0.42	$0.165 \omega d_0^2$	$\pm 36 \omega$	554	659	1385
	2	両端	$M_0 = -0.807 \omega d_0^2$	$\mp 174 \omega$	869	341	2173
2.0	1	中央点	$M_c = -0.014 \omega d_0^2$	$\mp 3 \omega$	610	600	1525
	1.69	0.31	$0.167 \omega d_0^2$	$\pm 36 \omega$	550	660	1375
	2	両端	$M_0 = -0.807 \omega d_0^2$	$\mp 174 \omega$	869	341	2173
3.0	1	中央点	$M_c = 0.001 \omega d_0^2$	$\mp 2 \omega$	607	603	1513
	1.37	0.63	$-0.007 \omega d_0^2$	$\mp 2 \omega$	607	603	1518
	1.79	0.21	$0.168 \omega d_0^2$	$\pm 36 \omega$	550	660	1375
	2	両端	$M_0 = -0.807 \omega d_0^2$	$\mp 179 \omega$	869	341	2173
4.0	1	中央点	$M_c = 0.0001 \omega d_0^2$	± 0	605	605	1513
	1.22	0.78	$0.0003 \omega d_0^2$	± 0	605	605	1513
	1.53	0.47	$-0.0073 \omega d_0^2$	$\mp 2 \omega$	607	603	1517
	1.84	0.16	$0.168 \omega d_0^2$	$\pm 36 \omega$	550	660	1375
	2	両端	$M_0 = -0.807 \omega d_0^2$	$\mp 174 \omega$	869	341	2173

注 1. $\zeta + \zeta' = 2$ 注 2. $\omega = 0.01 \sigma_c \nu$

表—17 (その2) 曲げモーメントの極大・極小値に対応する σ_b , σ_R , ε_R (両端回転固定の場合) $(\sigma_c=605 \text{ kg/cm}^2, \nu=1/4, \omega=1.513 \text{ の場合})$

ξ	ζ	ζ'	$M \text{ kg-cm/cm}$	$\sigma_b \text{ kg/cm}^2$	$\sigma_R \text{ kg/cm}^2$		$\varepsilon_R \text{ in } \mu$
20	1 中央点	1	$M_c = -0.382 \times 10^{-21} \omega d_0^2$	$\mp 0 \omega$	(外周) 605	(内周) 605	(外周) 1513
	1.03	0.97	$-0.482 \times 10^{-21} \omega d_0^2$	"	"	"	"
	1.09	0.91	$0.519 \times 10^{-20} \omega d_0^2$	"	"	"	"
	1.15	0.85	$-0.306 \times 10^{-18} \omega d_0^2$	"	"	"	"
	1.22	0.78	$0.708 \times 10^{-17} \omega d_0^2$	"	"	"	"
	1.28	0.72	$-0.164 \times 10^{-15} \omega d_0^2$	"	"	"	"
	1.34	0.66	$0.379 \times 10^{-14} \omega d_0^2$	"	"	"	"
	1.40	0.60	$-0.88 \times 10^{-13} \omega d_0^2$	"	"	"	"
	1.47	0.53	$0.203 \times 10^{-11} \omega d_0^2$	"	"	"	"
	1.53	0.47	$-0.469 \times 10^{-10} \omega d_0^2$	"	"	"	"
	1.59	0.41	$0.109 \times 10^{-18} \omega d_0^2$	"	"	"	"
	1.65	0.35	$-0.251 \times 10^{-7} \omega d_0^2$	"	"	"	"
	1.72	0.28	$0.582 \times 10^{-6} \omega d_0^2$	"	"	"	"
	1.78	0.22	$-0.135 \times 10^{-4} \omega d_0^2$	"	"	"	"
	1.84	0.16	$0.312 \times 10^{-3} \omega d_0^2$	$\pm 0 \omega$	"	"	"
	1.91	0.09	$-0.802 \times 10^{-2} \omega d_0^2$	$\mp 2 \omega$	608	602	1520
	1.97	0.03	$0.167 \omega d_0^2$	$\pm 36 \omega$	550	660	1375
	2 両端	0	$M_0 = -0.807 \omega d_0^2$	$\mp 264 \omega$	869	341	2173

注 1. $\zeta+\zeta'=2$ 注 2. $\omega=0.01 \sigma_c \nu$

し、また合成応力度 σ_R および合成ひずみ ε_R は σ_c に正比例して変化する。

(2) JIS PC および AC くい の比例寸法 ($h/d_0 \approx 1/6$) で、かつ $\sigma_c=605 \text{ kg/cm}^2$ の場合の計算結果を示した表—8, 表—10, 表—15 および 表—17 における諸数値はこれに $\omega=0.01 \nu \sigma_c$ を乗ずることによって、他の σ_c および ν に対応する値となる。

(3) σ_c の値が変わっても、 y , M , ε_h などの極大・極小値の端面からの距離は変化しないし、かつそれを外径 d_0 を単位として表わすと、 d_0 に無関係に一定である (図—4, 図—5 参照)。

4.1.2 両端の拘束効果

(1) 変位の最大値 (第1極大値) は両端回転自由の場合、 $\xi > 1.5$ において $-0.687 \omega d_0 \times 10^{-5} \text{ cm}$, その両端からの距離は $0.47 d_0 \text{ cm}$ (図—4), また両端回転固定の場合、 $\xi > 2$ において $-0.452 \omega d_0 \times 10^{-5} \text{ cm}$, その両端からの距離は $0.63 d_0 \text{ cm}$ である。

膨張ひずみの最大値は変位が最大値となる位置に生じ、その値は両端回転自由の場合 $269 \omega \text{ in } \mu$ (表—9 参照), また両端回転固定の場合 $263 \omega \text{ in } \mu$ (表—16 参照) である。ただし基準膨張率はいずれの場合も $252 \omega \text{ in } \mu$ である。

(2) 両端の拘束効果を変位の第1極小点までとすれば、その両端からの距離は両端回転自由の場合 $1.1 d_0 \text{ cm}$, また両端回転固定の場合 $1.3 d_0 \text{ cm}$ となり (表—8, 表—16 参照), 回転固定の場合の方が大きい。

(3) 完全拘束は回転自由の場合 $\xi \leq 0.5$, 回転固定の

場合 $\xi \leq 1$ の際に起り、変位および膨張ひずみの最大値は基準値を下回る (図—4, 図—5 参照)。

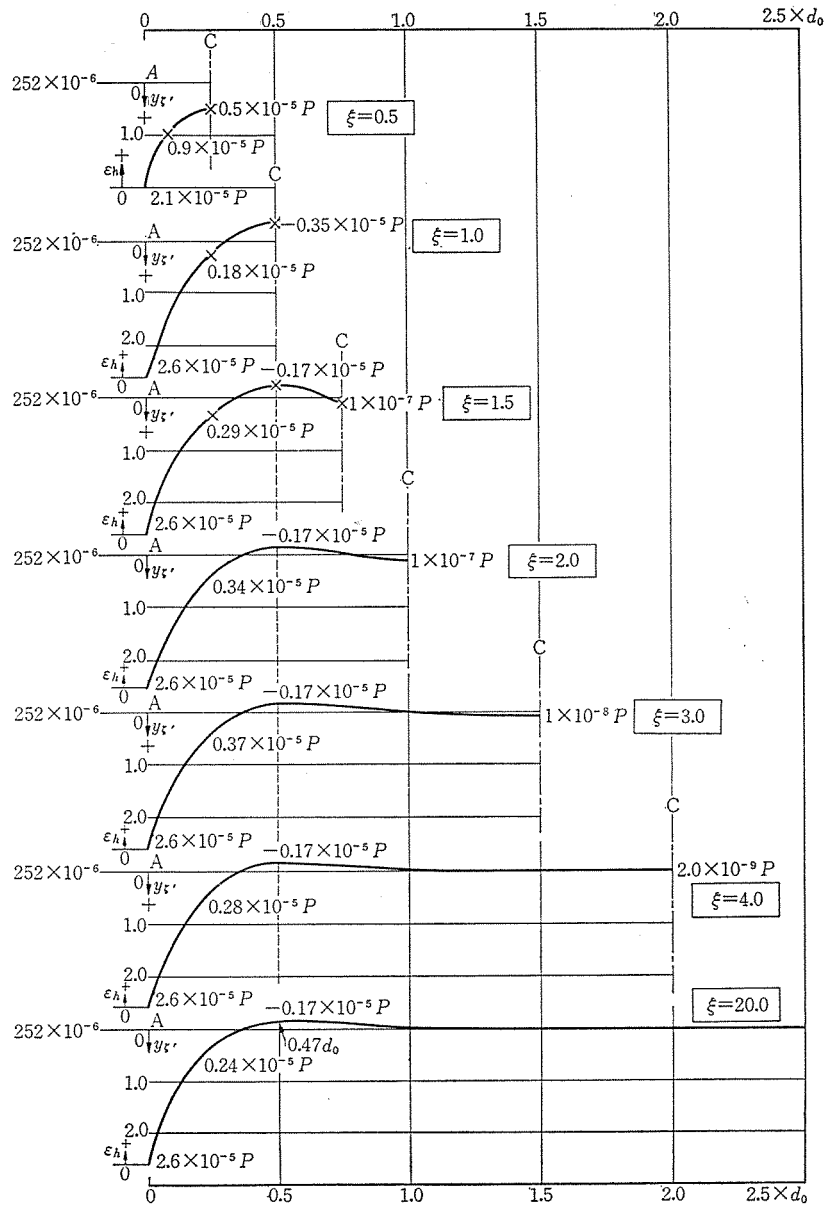
(4) 変位および膨張ひずみの最大値は回転自由の場合 $\xi \approx 1.0$, また回転固定の場合は $\xi \approx 1.5$ の際に起る (図—4, 図—5 参照)。

(5) 曲げモーメントの極大・極小点の両端からの距離は、変位のそれらより大幅に小さく、かつ最大値は両端回転自由の場合 $+0.263 \omega d_0^2 \text{ kg-cm/cm}$ で、その両端からの距離は $0.16 d_0 \text{ cm}$ であり (表—5 参照), また回転固定の場合は両端における固定モーメント M_0 として生じ、その値は $\xi \geq 1$ の際には $-0.808 \omega d_0^2 \text{ kg-cm/cm}$ の一定値を取る。また次の極大値は $+0.170 \omega d_0^2 \text{ kg-cm/cm}$ で、その両端からの距離は $0.31 d_0 \text{ cm}$ である (表—12 参照)。

(6) JIS PC くいの場合、単位くいの両端に取付けた継手金具は非常に頑丈なので、その拘束効果は両端回転固定の場合に相当し、また小型遠心供試体の圧縮試験の場合は両端回転自由の場合に相当する。

(7) 図—5 から明らかなように、 $\xi \leq 1.5$ ではくい体の膨張ひずみはくい体中央点を境として両端に向って傾斜 (減少) しているので、この場合のポアソン引張ひずみの制限値には曲げ引張破壊ひずみ ε_{tb} が関連し、したがって $\sigma_c=605 \text{ kg/cm}^2$ の場合の基準膨張ひずみ $252 \omega \text{ in } \mu=380 \mu$ ($\sigma_c=605 \text{ kg/cm}^2, \nu=1/4, \omega=1.513$) によって縦割れによる崩壊の起る恐れはない (表—2 参照)。

(8) しかるに $\xi \geq 4$ の場合、 $\sigma_c=605 \text{ kg/cm}^2$ に対応



図—4 半径方向 y_c' (両端回転自由の場合) (表—7 より)
膨張率 ε_h ($\sigma_c=605 \text{ kg/cm}^2$ の場合) (表—10 より)

する基準膨張率 380μ は $2.8 d_0$ 以上の長さには恒って一様に分布するので、ポアソン引張ひずみの制限値としては ε_{tu} が関連するので、コンクリートは圧潰する以前に縦割れ崩壊を起す恐れがある。

4.2 600φ AC ぐいの圧縮試験結果の検討

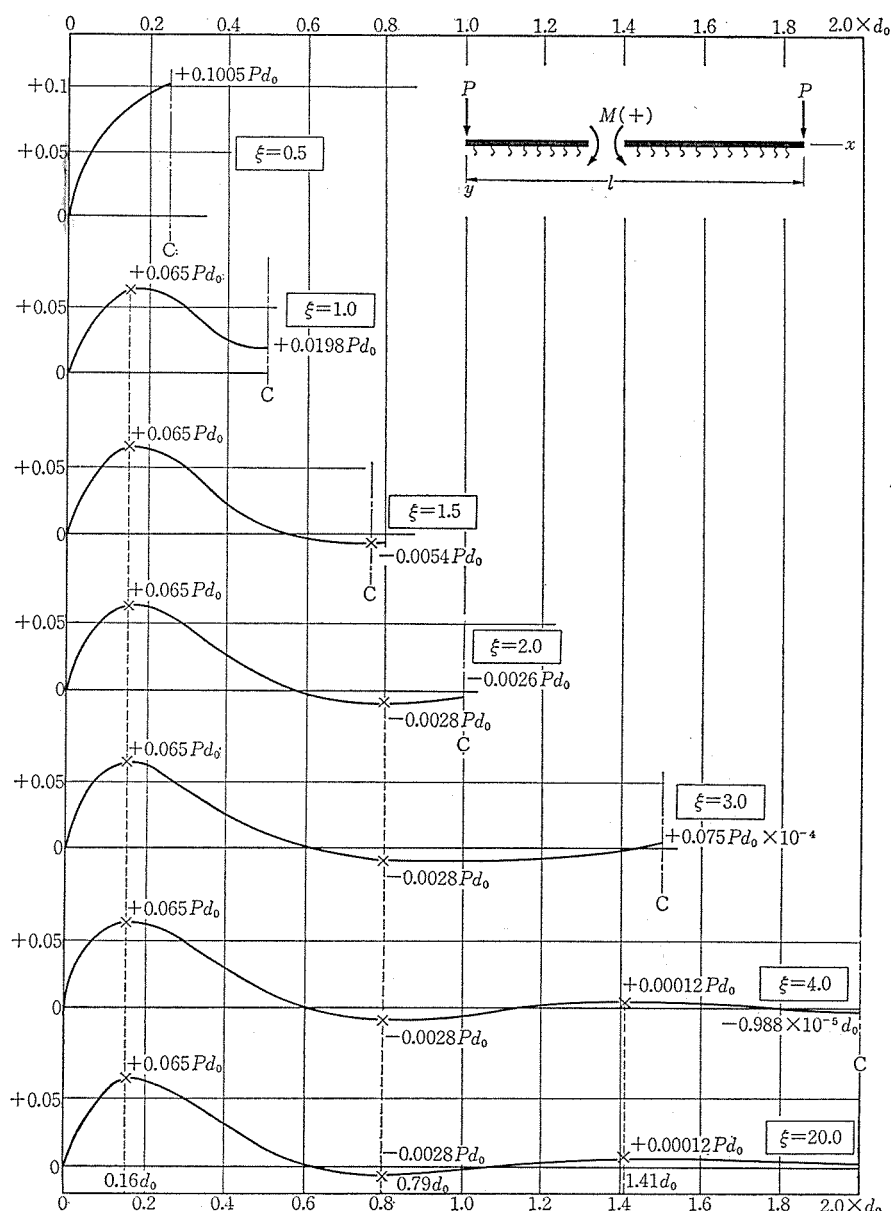
昭和 50 年 6 月東京大学大型構造物試験室において、長さ 2.5 m の A 種 AC ぐいに長さ 2.5 m の鋼管ぐい、あるいはコンクリート填充鋼管ぐいを溶接した長さ 5 m の 600φ 合成ぐいの圧縮破壊試験を行った結果によると、3 種類各 2 本合計 6 本の破壊荷重は 894~1170 t、平均 1022 t、これに対応する圧縮応力度はそれぞれ $\sigma_c = 570 \sim 745 \text{ kg/cm}^2$ 、平均 651 kg/cm^2 であった。破壊は

コンクリート部に生じ、両端近傍の圧潰が 3 本あったが、全数を通じて縦割れ崩壊が観測された。

2.5 m 長の 600φ AC ぐいの径長比は $\xi \approx 4$ と考えられるので、前記 4.1.2 (8) 項の考察がこれに適用でき、また端部近傍における圧潰は表—17 の端部合成応力度 $\sigma_R = 869 \text{ kg/cm}^2$ から推察できる。なお供試ぐいと同時に作製した 300φ×300 l の遠心供試体 ($\xi=1$) の圧縮強度は $\sigma_{cu} \approx 900 \text{ kg/cm}^2$ で、これを 600φ AC ぐいの軸荷重に換算すると $N=1414 \text{ t}$ となる。

4.3 AC ぐい用遠心供試体の圧縮試験結果の検討

昭和 51 年 2 月、次の 2 種類の実験を社内で行ったが、本論文に関連する部分を摘録すると次のとおりであ



図—5 曲げモーメントの極大・極小 (表—8, 両端回転自由の場合)

る。

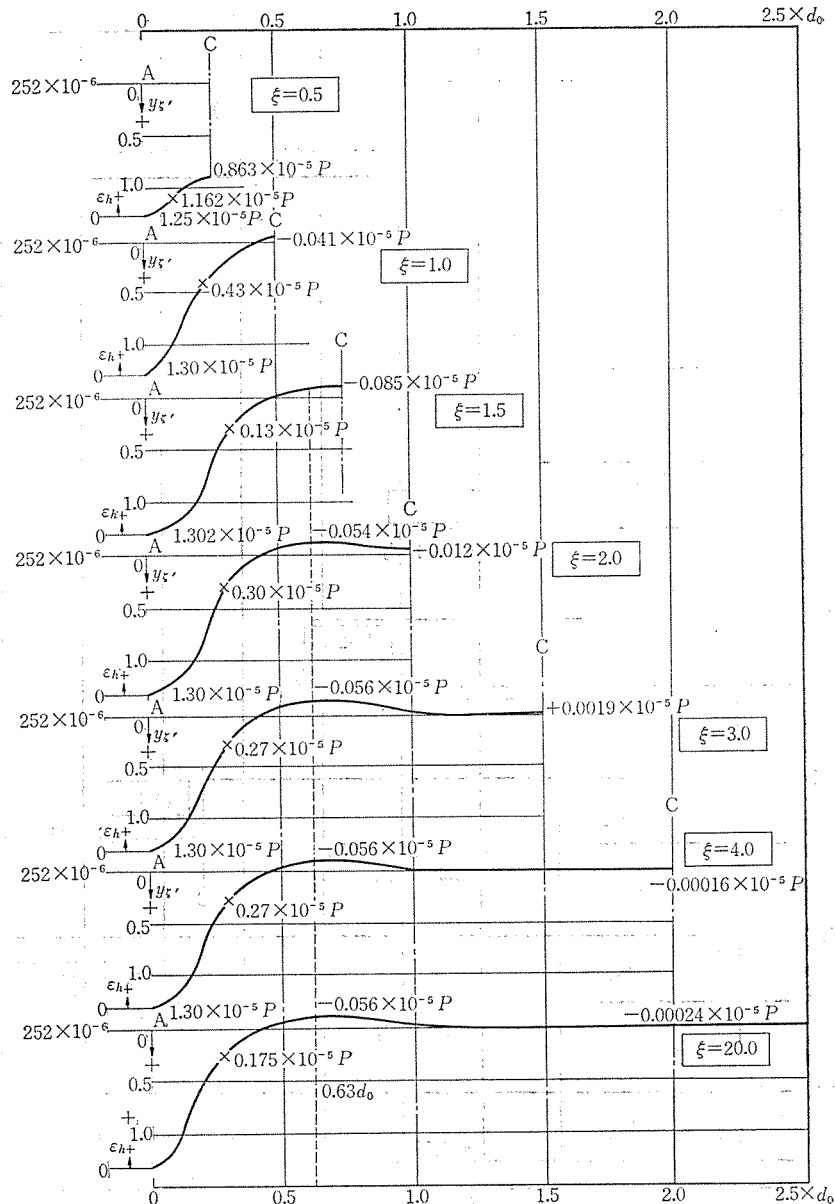
(1) ACくい用無筋遠心供試体の圧縮強度に及ぼす
径長比 ξ の影響調査

300 ϕ $\times$ 60 h のACくい用無筋遠心供試体の長さ l を 300 ($\xi=1$), 500 ($\xi=1.67$), 1000 ($\xi=3.33$) および 1300 ($\xi=4.33$) mm の4種類に変えたもの各2本について圧縮破壊試験を行い、これらと 100 ϕ $\times$ 200 l の標準供試体の σ_{cu} (平均 933 kg/cm²) と対比したところ、それぞれ 95.4%, 85.4%, 86.5%, および 86.6% に強度が低下した。これより $\xi > 2$ ならばほぼ実物ぐいの強度を代表するものと判断した。

破壊状況は 500 l , 1000 l および 1300 l の各1本は縦割れ破壊で、他はすべて中央点付近の圧潰であった。

またすべての供試体に添付した軸方向および円周方向の上中下3段 [中央点および上下端から 100 mm (0.33 d_0)], 全周3等分3列の線ひずみゲージ6枚の指示によると、標準供試体の場合 $\varepsilon_{cu}=3.3 \times 10^{-3}$, $\varepsilon_{tu} > 5.5 \times 10^{-4}$, $E=3.5 \times 10^5$ kg/cm², また遠心供試体の場合 $\varepsilon_{cu}=2.3 \sim 2.8 \times 10^{-3}$, $\varepsilon_{tu} > 4.2 \times 10^{-4}$, $E=3.8 \times 10^5$ kg/cm², $\nu=0.175$ であり、本論文に引用した物性値 (表—2) より優れていた。

さらに $\sigma_c=265$ kg/cm² (約 $\sigma_{cu}/3$) の荷重時における 500 l , 1000 l および 1300 l 供試体の軸方向圧縮ひずみは平均上部 700 μ , 中央点 750 μ , 下部 680 μ で、図—5の曲げモーメント分布曲線の示す曲げ引張応力の影響が看取され、かつ 表—10 の σ_b を用いて計算すると、そ



図—6 半径方向変位 y_z' (両端固定回転の場合) (表—13 より)
膨張率 ε_h ($\sigma_c = 605 \text{ kg/cm}^2$ の場合) (表—16 より)

の値はよく観測値と一致した。

(2) 上下端を継手金物によって回転完全固定した A C 300 ϕ A 種相当遠心供試体の圧縮強度に及ぼす径長比 ξ の影響調査

300 $\phi \times 60 h$ の AC 300 ϕ A 種相当遠心供試体の長さ l を 600 ($\xi = 1.67$), 800 ($\xi = 2.33$) および 1200 ($\xi = 3.67$) mm の 3 種類に変えて圧縮破壊試験を行った結果, 1200 l の 3 体全数は圧潰, 800 l の 1 体 (全数) および 600 l の 2 体中 1 体は縦割れ, 他の 1 体は圧潰によって破壊した。

各長さ l の供試体に対応する 300 $\phi \times 300 l$ の無筋遠心供試体の圧縮強度は $\sigma_{cu} = 751 \sim 826 \text{ kg/cm}^2$, 平均

800.5 kg/cm^2 に対し, 1200 l は 808 kg/cm^2 , 800 l は 717 kg/cm^2 , 600 l は縦割れのもの 643 kg/cm^2 , 圧潰のもの 754 kg/cm^2 で, 縦割れのものは常に低い強度を示した。これは縦割れの早期発生を示唆するものである。

4.4 ポアソン効果による膨張ひずみ ε_h in μ に及ぼすプレストレス σ_{ce} の影響

JIS P C くい種別によるプレストレス σ_{ce} の平均値は次のとおりである。

種別	$\sigma_{ce} \text{ kg/cm}^2$	$\nu \sigma_{ce} / E \text{ in } \mu$	p_p
A	40	16.7	0.005
B	80	33.3	0.010
C	100	41.7	0.012

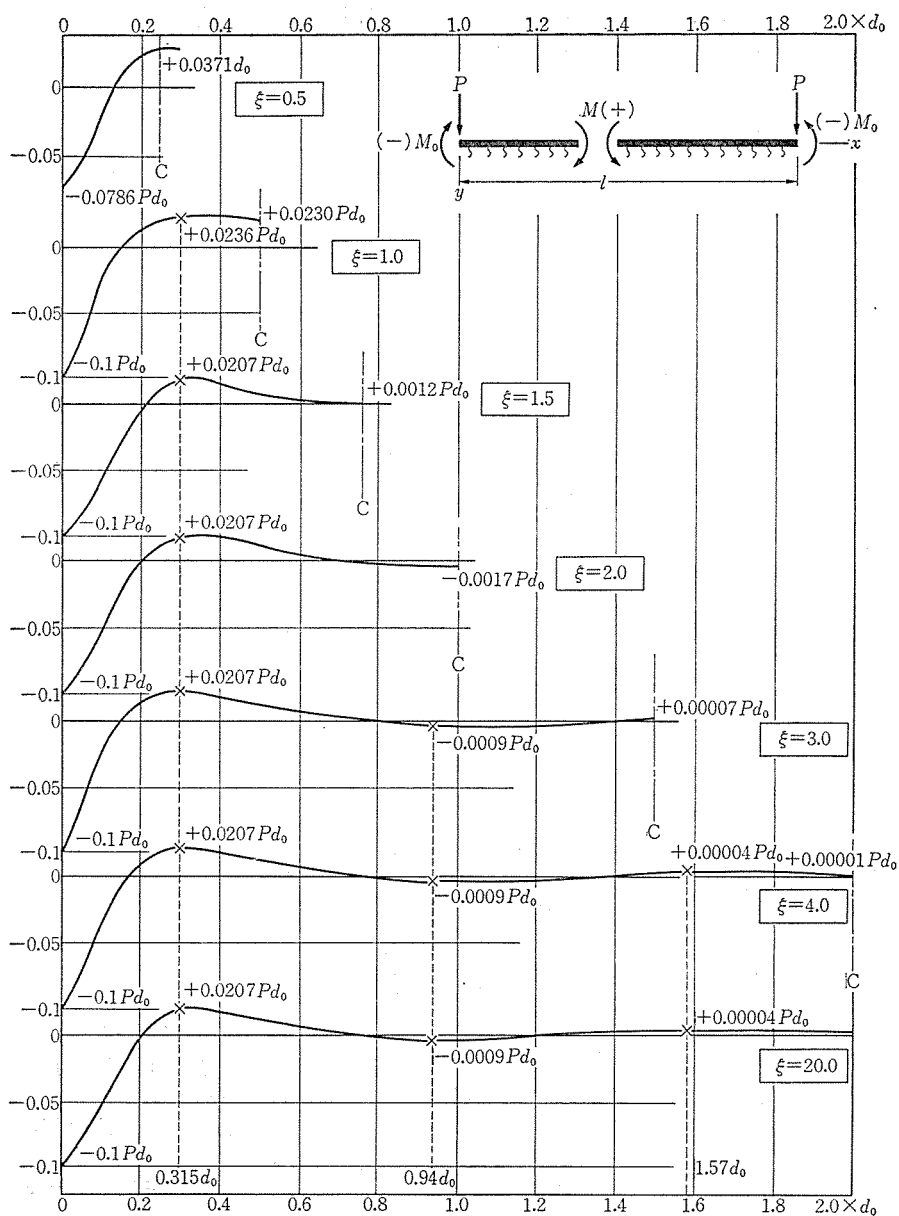


図-7 曲げモーメントの極大・極小 (表-14, 両端回転固定の場合)

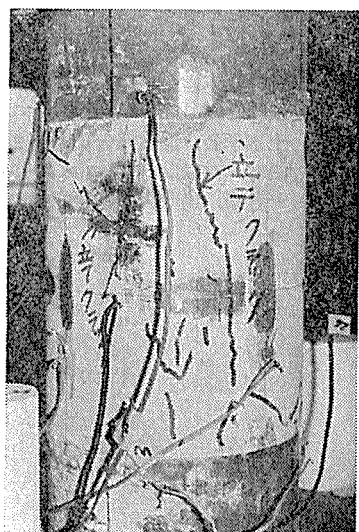


写真-2 300φ×600ℓ, 3.2φ スパイラル筋, 10φ ウルボン 4本, $h=78$ mm 両端回転固定供試体
破壊荷重=350 t, 破壊時圧縮応力度=643 kg/cm²,
破壊性状: 縦割れ

(D) 120 50.1 0.015

単純計算の場合は外力 N に基づく膨張ひずみ ε_h in μ に σ_{ce} による膨張ひずみ $\nu\sigma_{ce}/E$ が重畳するものとすれば、これは安全側にある。精密計算の場合には、外力 N による ε_h in μ に加算すべき σ_{ce} による膨張ひずみ $d\varepsilon_h$ は

$$d\varepsilon_h = \nu\sigma_{ce}/E - \nu\sigma_{ce}/E \cdot np_p / (1 + np_p)$$

ここに p_p : P C 鋼材の鉄筋比

$$\sigma_c: N/A$$

$n=5$: 鋼対コンクリートのヤング係数比

したがって総膨張ひずみは $\varepsilon_h + d\varepsilon_h = \nu\sigma_c/E(1 + np_p) + \nu\sigma_{ce}/E$ となる。

4.5 厚肉円筒を薄肉円筒として取扱うことによる誤差について

本論文においては薄肉円筒における定理を $k/d_0=1/6 \sim 1/5$ の外圧のみを受ける厚肉円筒に適用しているが、これに基づく誤差は次のように考えられる。

いま薄肉円筒として $h/d_0=1/60$ の場合を基準にとり、これに対して $h/d_0=1/6$ および $1/5$ の場合を順に比較すると、

(1) 外周面と内周面の半径方向変位差の平均半径における半径方向変位に対する比 du/u は -0.5% に対して $+1.4\%$ および $+4.4\%$ となる (－は壁厚の縮み、＋は壁厚の膨み)。

(2) 厚肉円筒におけるストリップ断面の形状は梯形(t)であるのに対し、薄肉円筒におけるそれは、平均幅を有する矩形(r)とみなすが、これによる誤差は、

(イ) 断面2次モーメントの増加率 (I_r/I_t-1) は 0% に対して、 $+1.4\%$ および 2.1% 、したがって (β_r/β_t-1) は 0% に対して $+0.33\%$ および $+0.5\%$ となる。

(ロ) 断面係数の増加率 (Z_r/Z_t-1) については -0.56% に対して、外面では -5.4% および -6.4% となり、したがってそれだけ曲げ応力度 σ_b の過大評価となり、また内面では $+0.57\%$ に対して $+8.1\%$ および $+10.6\%$ となり、したがってそれだけ σ_b の過小評価となる。

以上の検討結果から、通常の P C ぐいの範囲では本論文の適用が容認されるものと考えられる。

4.6 結 論

(1) 特殊製法(高温高压養生など)によって製造された超高強度コンクリート ($\sigma_{cu} > 800 \text{ kg/cm}^2$) を使用しても、そのヤング係数 E もしくは引張破壊ひずみ ε_{tu} が $\sigma_{cu}=500 \text{ kg/cm}^2$ の P C ぐい用コンクリートのそれらと変らない限り、径長比が $\xi > 2$ ではポアソン引張ひずみによる縦割れ崩壊を起して、ぐいはその全強を発揮できない恐れが多分にある。

(2) 全強を発揮するためには E もしくは ε_{tu} が σ_{cu} に比例して増大することが必要である。

(3) A C ぐいの打撃打込中に生ずる打撃応力度の最大値は 400 kg/cm^2 程度で、これに対応するポアソン引張ひずみは $\varepsilon_h = 400/400000 \times 10^6/4 \times 10^{-6} + d\varepsilon_h = 250 \mu + d\varepsilon_h$ in μ 程度であるが、これが数十回以上繰返し作用する場合には、時間疲労によって縦割れを発生する。これは A C ぐいの打撃打込中にしばしば見られる現象である。

(4) 前記の傾向は偏心荷重に際し圧縮応力増大側に増幅されて現われる。

(5) 前(2)項の不可能な場合には、膨張セメントを使用し、かつスパイラル筋の鉄筋比を著増して、ぐい体の円周方向にプレストレスを与えることにより、縦割れの早期発生を防止するならば、超高強度コンクリートぐいの圧縮強度を標準供試体のそれまで高めることが可能となる。

参 考 文 献

- 岡島, 川元, 辻野: 複合応力(軸対称3軸圧縮)を受けるコンクリートの破壊条件
その1 実験方法およびひずみ測定結果, 日本建築学会論文報告集, 第189号, 46.11
その2 普通骨材コンクリートと人工軽量コンクリートとの比較, 日本建築学会, 論文報告集, 第202号, 47.12
- S. Timoshenko: Strength of Materials Part 2 §26, Local Bending Stresses in Thin Vessels
- 例えば
西林, 木山: コンクリートの破壊前後の応力-ひずみ挙動, 土木学会, 論文報告集, 第240号, 1975.8
西林, 木山: コンクリートの応力緩和に関する一研究, 土木学会, 論文報告集, 第241号, 1975.9
西林, 木山, 他: コンクリートの引張緩和現象に関する一考察, 鳥取大学, 研究報告, 第7巻1号, 昭和51.9
1977. 11. 18・受付