

不静定 PC 構造物のクリープによる影響

本 間 秀 世*
森 田 雄 三**

1. はじめに

橋梁の分野におけるプレストレストコンクリート橋の発展は目覚しく、構造形式も大型化、複雑化してきており、その施工性、経済性から全支保工打設は難しく、分割施工される場合が多い。このような不静定 PC 構造物の設計は、弾性理論で計算することは勿論であるが、クリープの影響を十分に考慮する必要がある。また、施工ブロックごとにクリープ速度に差異を生じるため、施工ブロック間のクリープ差も十分に考慮しなければならない。そこで、本報告では、猪股博士が先に発表された論文¹⁾を基として、任意の平面骨組 PC 構造物のクリープによって発生する不静定力と変位量の解析を変位法により導くものである。

従来、行われている方法²⁾では、多元連立微分方程式による解法であり、4次およびそれ以上の高次の不静定構造物では、解析的に解を求めるのは難しく、構造系がかわるごとに式の展開が必要である。ここでは、任意の平面骨組構造を変位法で解析する弾性理論と同様な方法でクリープを考慮した計算式を導き、不静定 PC 構造物のクリープによって発生する不静定力と変位量の計算を容易にするものである。さらに、主桁内に配置されたプレストレスの緊張力が、クリープおよび乾燥収縮によって減少しプレストレスの2次反力も当然変化していくため不静定 PC 構造物におけるクリープによるプレストレスの減少量と2次反力の変化量の計算も行ってみる。

また、導いた計算式は非常に繁雑なものになるため、それを簡略化した式も導き、数値計算例を基として、簡略式の妥当性を証明し、持続荷重、プレストレス内力のクリープによる影響を手計算で容易に推測できることを説明するものである。

なお、数値計算例として、3径間連続桁の分割施工を例にとり、従来の理論、本報告の計算式、簡略式との比較を行う。また、斜張橋の簡単なモデルを選定してクリープによる不静定力の計算も行ってみる。主桁コンクリートのヤング率は、時間の変化とともに、変化しないも

のとする。

2. クリープによるひずみ

コンクリートのクリープひずみは回復クリープと非回復クリープとからなっていることが明らかにされており、クリープひずみが作用応力度と比例する比例クリープ則が成立する範囲において、クリープひずみは、

$$\varepsilon_\varphi = \frac{\sigma_0}{E} \cdot \varphi_t \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

と表わされる。さらに、先の論文によれば、応力変化 $\Delta\sigma_t$ を伴う、クリープひずみ変化 $\Delta\varepsilon_\varphi$ は、次のようになる。

$$\Delta\varepsilon_\varphi = \frac{\sigma_{t_0}}{E} \cdot \varphi_t + \frac{\Delta\sigma_t}{E} \cdot \frac{\varphi_t}{1 - e^{-\varphi t}} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

ここで、 σ_{t_0} : $t=t_0$ での応力度

$\Delta\sigma_t$: $t=t_0 \sim t=t$ までに発生する応力度

φ_t : $t=t_0 \sim t=t$ までのクリープ係数

(2) 式を変形して、クリープひずみ変化 $\Delta\varepsilon_\varphi$ に伴う、応力変化 $\Delta\sigma_t$ は次のようになる。

$$\Delta\sigma_t = E \cdot \frac{1 - e^{-\varphi t}}{\varphi_t} \cdot \Delta\varepsilon_\varphi - (1 - e^{-\varphi t}) \cdot \sigma_{t_0} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

以上の式を基本とし、任意の平面骨組構造物の計算式を導くが回復クリープについては考慮していない。

3. 計算式の誘導

3.1 作用している断面力が時間とともに変化

しない場合

一定断面力 (N_0, M_0) における、コンクリート断面と鋼材断面に作用する力 N_c, M_c, N_p, M_p は

$$\left. \begin{aligned} N_c &= N_0 \frac{1}{1+n\mu} - M_0 \frac{1}{e} \cdot \frac{k-1}{k+n \left(\frac{I_p}{I_c} \right)} \\ M_c &= M_0 \frac{1}{k+n \left(\frac{I_p}{I_c} \right)} \\ N_p &= N_0 \frac{n\mu}{1+n\mu} + M_0 \frac{1}{e} \cdot \frac{k-1}{k+n \left(\frac{I_p}{I_c} \right)} \\ M_p &= M_0 \frac{n \left(\frac{I_p}{I_c} \right)}{k+n \left(\frac{I_p}{I_c} \right)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \quad (4)$$

となる。

* 住友建設株式会社 土木部橋梁設計課

** " "

ここで、 e : コンクリート断面図心と鋼材断面図心との距離

$$n : E_p/E_c \text{ (ヤング係数比)}$$

$$\mu : A_p/A_c \text{ (断面積比)}$$

$$k : 1 + \frac{n\mu}{1+n\mu} \cdot \frac{e^2}{r_c^2}$$

I_c : コンクリートの断面2次モーメント

I_p : 鋼材の断面2次モーメント

A_c : コンクリートの断面積

A_p : 鋼材の断面積

$$r_c : I_c/A_c \text{ (コンクリート断面の断面2次半径)}$$

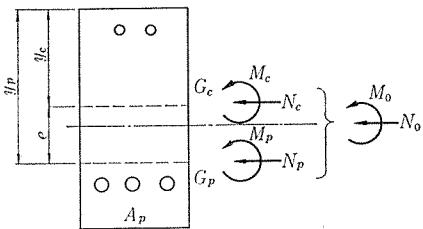


図-1 コンクリートと鋼材に作用する断面力

なお、(4)式は鋼材とコンクリートが付着している場合であり、鋼材に作用する断面力は、弾性変形によるプレストレスの変化量を示している。

次に、一定断面力(N_0, M_0)におけるコンクリートのクリープおよび乾燥収縮による断面力の変化量をコンクリート断面では、 $\Delta N_c, \Delta M_c$ とし、鋼材断面では、 $\Delta N_p, \Delta M_p$ とすると、

$$\left. \begin{aligned} \Delta N_c &= -\Delta N_p = -r \left\{ (E_p A_p \varepsilon_{cs} + \varphi n \mu N_c) \right. \\ &\quad \left. \cdot \left(1 + n \frac{I_p}{I_c} \cdot \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \right) + \varphi n \mu \frac{e^2}{r_c^2} \cdot \frac{M_c}{e} \right\} \\ \Delta M_c &= -r \left\{ (E_p A_p \varepsilon_{cs} + \varphi n \mu N_c) \cdot e + \varphi \left(n \mu \frac{e^2}{r_c^2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + n \left(\frac{I_p}{I_c} \right) \left(1 + \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \cdot n \mu \right) \cdot M_c \right) \right\} \\ \Delta M_p &= r n \left(\frac{I_p}{I_c} \right) \left\{ - (E_p A_p \varepsilon_{cs} + \varphi n \mu N_c) \right. \\ &\quad \left. \cdot \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \cdot e + \varphi \left(1 + n \mu \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \right) \cdot M_c \right\} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

となる。

ここで ε_{cs} : 乾燥収縮度

$$\begin{aligned} r &= \left\{ 1 + n \mu \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \left(1 + \frac{e^2}{r_c^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + n \left(\frac{I_p}{I_c} \right) \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \left(1 + n \mu \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \right) \right\} \end{aligned}$$

(5)式で $I_p = 0$ とし、鋼材に作用する力(ΔN_p)を変形すると

$$\frac{\Delta N_p}{A_p} = \frac{n \varphi \sigma_{cp} + E_p \varepsilon_s}{1 + n \frac{\sigma_{cpt}}{\sigma_{pt}} \left(\frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \right)} \quad (6)$$

となり、現行の設計で行われているクリープおよび乾燥収縮によるプレストレスの減少量($\sigma_{p\varphi}$)とほとんど同じになる。

$$\sigma_{p\varphi} = \frac{n \varphi \sigma_{cp} + E_p \varepsilon_s}{1 + n \frac{\sigma_{cpt}}{\sigma_{pt}} \left(1 + \frac{\varphi}{2} \right)} \quad (7)$$

なお、(4)式、(5)式の展開は、先の論文から引用したものである。

3.2 作用している断面力が時間とともに変化する場合

コンクリートのクリープおよび乾燥収縮が時間とともに進行するに従って断面に作用する力が変化(変化量 $\Delta M_0, \Delta N_0$)するとき、コンクリート断面と鋼材断面の変化量($\Delta N_c, \Delta M_c, \Delta N_p, \Delta M_p$)を求める

内力の約合条件

$$\left. \begin{aligned} \Delta N_c + \Delta N_p &= \Delta N_0 \\ \Delta M_c + \Delta M_p + \Delta N_p \cdot e &= \Delta M_0 + \Delta N_0 \cdot e \frac{n \mu}{1 + n \mu} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ひずみ変化と曲率変化の適合条件

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta N_p}{E_p A_p} &= \left(\frac{N_c}{E_c A_c} + \frac{M_c}{E_c I_c} \cdot e \right) \varphi \\ &\quad + \left(\frac{\Delta N_c}{E_c A_c} + \frac{\Delta M_c}{E_c I_c} \cdot e \right) \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} + \varepsilon_{cs} \\ \frac{\Delta M_p}{E_p I_p} &= \frac{M_c}{E_c I_c} \cdot \varphi + \frac{\Delta M_c}{E_c I_c} \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

(8), (9)式を解いて

$$\left. \begin{aligned} \Delta N_c &= -r \left\{ (E_p A_p \varepsilon_{cs} + \varphi n \mu N_c) \left(1 + n \left(\frac{I_p}{I_c} \right) \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \right) \right. \\ &\quad \left. + \varphi n \mu \frac{e^2}{r_c^2} \cdot \frac{M_c}{e} \right. \\ &\quad \left. - \left(1 + n \left(\frac{I_p}{I_c} \right) \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} + \frac{n \mu}{1 + n \mu} \cdot \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot \frac{e^2}{r_c^2} \right) \Delta N_0 + n \mu \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \cdot \frac{e^2}{r_c^2} \cdot \frac{\Delta M_0}{e} \right\} \\ \Delta M_c &= -r \left\{ (E_p A_p \varepsilon_{cs} + \varphi n \mu N_c) e \right. \\ &\quad \left. + \varphi \left(n \mu \frac{e^2}{r_c^2} + n \left(\frac{I_p}{I_c} \right) \left(1 + n \mu \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \right) \right) M_c \right. \\ &\quad \left. + \left(n \mu \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \cdot e - \left(1 + n \mu \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \right) e \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot \frac{n \mu}{1 + n \mu} \right) \cdot \Delta N_0 - \left(1 + n \mu \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \cdot \Delta M_0 \right) \right\} \\ \Delta N_p &= r \left\{ (E_p A_p \varepsilon_{cs} + \varphi n \mu N_c) \right. \\ &\quad \left. \cdot \left(1 + n \left(\frac{I_p}{I_c} \right) \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \right) + \varphi n \mu \frac{e^2}{r_c^2} \cdot \frac{M_c}{e} \right. \\ &\quad \left. + n \mu \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \left(1 + n \frac{I_p}{I_c} \right) \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} + \frac{e^2}{r_c^2} \right. \\ &\quad \left. \cdot \frac{n \mu}{1 + n \mu} \right) \Delta N_0 + n \mu \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \cdot \frac{e^2}{r_c^2} \cdot \frac{\Delta M_0}{e} \right\} \end{aligned} \right\}$$

$$\Delta M_p = \gamma n \frac{I_p}{I_c} \left\{ -(E_p A_p \varepsilon_{cs} + \varphi n \mu N_c) \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}} \cdot e + \varphi \left(1 + n \mu \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}} \right) M_c + \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}} \cdot e \left(\left(1 + n \mu \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}} \right) \frac{n \mu}{1+n \mu} - n \mu \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}} \right) \cdot \Delta N_0 + \left(1 + n \mu \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}} \right) \Delta M_0 \right\} \quad \dots \dots \dots (10)$$

となる。

3.3 不静定P-C構造物の解法

変位法によるクリープによって発生する不静定力と変位量の計算式

1) 鋼材を考慮しない場合

(3) 式より、ひずみ変化に対する応力変化は、

$$\Delta \sigma_t = E \cdot \frac{1-e^{-\varphi t}}{\varphi t} \cdot \Delta \varepsilon_\varphi - (1-e^{-\varphi t}) \sigma_{t0}$$

であり、応力、ひずみは力、変位量と線形関係にあるので、力と変位量に関する(3)式と同形の変形条件式が求まる。

$$F = \frac{1-e^{-\varphi t}}{\varphi t} \cdot K \Delta - (1-e^{-\varphi t}) F_f \quad \dots \dots \dots (11)$$

ここで、 $\frac{1-e^{-\varphi t}}{\varphi t} \cdot K$: 部材のクリープを考慮した剛性マトリックス

Δ : クリープによる変位量

F_f : クリープ進行直前に作用している断面力による両端固定梁としての固定端力

(11) 式の $\frac{1-e^{-\varphi t}}{\varphi t} \cdot K$ を K_φ , $-(1-e^{-\varphi t}) F_f$ を $F_{f\varphi}$ とすると、

$$F = K_\varphi \Delta + F_{f\varphi} \quad \dots \dots \dots (12)$$

となり、弾性理論による変位法と同形の式となる。任意の平面骨組構造の場合、(12)式の部材系の成分を、構造全体に関して、全部材を統一して取り扱うため、構造全体の固定座標系に変換し、節点にあつまる部材について重ね合せ、約合条件により、1格点について3つの変位(x, y, θ)に関する連立方程式を得る。さらに、構造全

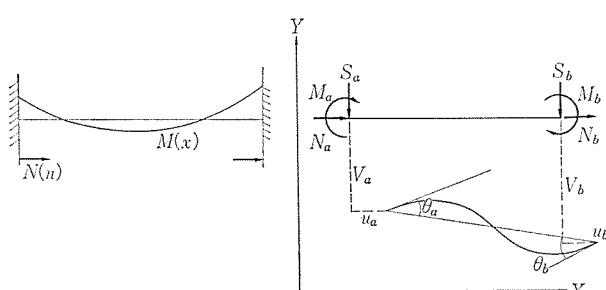


図-2 固定端力

体のクリープを考慮した剛性行列に支点条件を導入して解くと、クリープによって発生する変位量を求めることができ、部材の変位に変換することにより、クリープによって発生する部材力が求まる。

2) 鋼材を考慮する場合

(9), (10)式より断面のクリープおよび乾燥収縮による曲率変化とひずみ変化は、

$$\rho_\varphi = \left\{ \frac{M_c}{E_c I_c} \cdot \varphi + \frac{1}{E_c I_c} (\alpha_1 \varepsilon_{cs} + \alpha_2 N_c + \alpha_3 M_c) \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}} \right\} + \left\{ \frac{1}{E_c I_c} (\alpha_4 \Delta N_0 + \alpha_5 \Delta M_0) \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}} \right\} \quad \dots \dots \dots (13)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_\varphi = & \left\{ \left(\frac{N_c}{E_c A_c} + \frac{M_c}{E_c I_c} \cdot e \cdot \frac{n \mu}{1+n \mu} \right) \cdot \varphi + \varepsilon_{cs} \right. \\ & + \frac{1}{E_c A_c} (\beta_1 \varepsilon_{cs} + \beta_2 N_c + \beta_3 M_c) \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}} \\ & + \frac{1}{E_c I_c} (\alpha_1 \varepsilon_{cs} + \alpha_2 N_c + \alpha_3 M_c) \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}} \\ & \left. + \frac{1}{E_c A_c} (\beta_4 \Delta N_0 + \beta_5 \Delta M_0) \right. \\ & \left. + \frac{1}{E_c I_c} (\alpha_4 \Delta N_0 + \alpha_5 \Delta M_0) \right\} \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}} \quad \dots \dots \dots (14) \end{aligned}$$

となる。

ここで、 $\alpha_1 = -\gamma E_p A_p e$

$\alpha_2 = -\gamma n \mu e \varphi$

$\alpha_3 = -\gamma \left\{ n \mu \frac{e^2}{r_c^2} + n \left(\frac{I_p}{I_c} \right) \left(1 + n \mu \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}} \right) \right\} \varphi$

$\alpha_4 = -\gamma \left\{ n \mu e \cdot \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}} - \left(1 + n \mu \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}} \right) \cdot \frac{n \mu}{1+n \mu} \cdot e \right\}$

$\alpha_5 = \gamma \left(1 + n \mu \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}} \right)$

$\beta_1 = -\gamma E_p A_p \left(1 + n \left(\frac{I_p}{I_c} \right) \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}} \right)$

$\beta_2 = -\gamma \left(1 + n \left(\frac{I_p}{I_c} \right) \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}} \right) n \mu \varphi$

$\beta_3 = -\gamma n \mu \frac{e}{r_c^2}$

$\beta_4 = \gamma \left\{ 1 + n \left(\frac{I_p}{I_c} \right) \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}} + n \mu \frac{1}{1+n \mu} \cdot \frac{e^2}{r_c^2} \cdot \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}} \right\}$

$\beta_5 = -\gamma n \mu \cdot \frac{e}{r_c^2} \cdot \frac{\varphi}{1-e^{-\varphi}}$

軸力 N 、曲げモーメント M と軸ひずみ ε 、曲率 ρ との間の関係は、曲げに伴うせん断変形を無視すれば、

$$\begin{aligned} N &= EA\varepsilon \\ M &= EI\rho \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (15)$$

である。部材直角方向変位(V)、部材軸方向変位(U)と軸ひずみ ε 、曲率 ρ との間の関係は、微小項を無視すれ

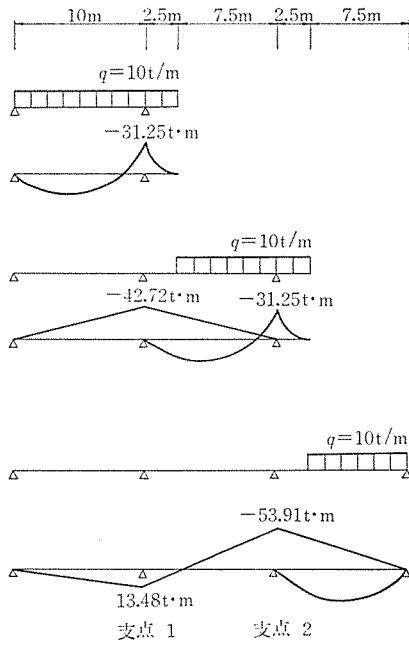
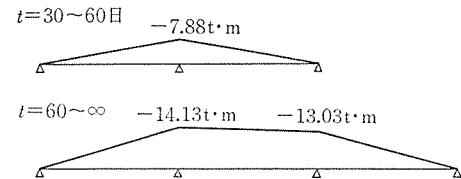


図-5 桁自重による弾性解(任意断面で分割)

解法〔I〕



解法〔III〕

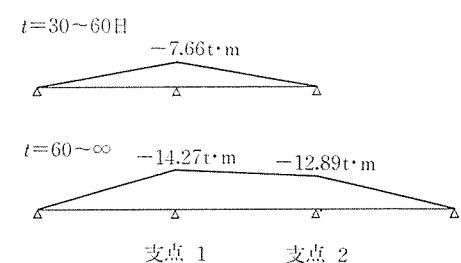


図-6 クリープによって発生する不静定力

4.2 計算例(2)

次に、実際の橋梁を例にとり、解法Ⅱと解法Ⅲによりクリープによって発生する不静定力の計算を行い比較する。

本橋は、3径間連続のPC橋であり、ケリュエストワーゲンによって施工されているものである。

支点上および径間中央断面における断面は表-2に示すとおりである。なお、前章で述べたように解法Ⅱにおいても解法Ⅲにおいても、主桁自重による解とプレストレス荷重による解が別々に扱えるため、それぞれの荷重

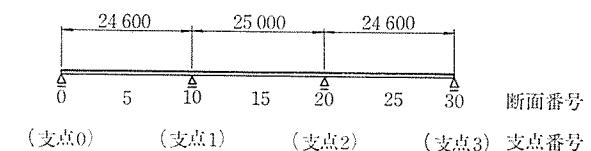
表-1 各解法による支点上の曲げモーメント

(単位:t·m)

支 点 上 で 連 結	弹性 解	解 法 I		解 法 III	
		支点1に 発生する 不静定モ ーメント	支点2に 発生する 不静定モ ーメント	支点1に 発生する 不静定モ ーメント	支点2に 発生する 不静定モ ーメント
		t=30日	-62.50		
ク リ エ ス ト ワ ー ゲ ン に よ り て 静 定 力 が 発 生 す る よ う よ る	t=60日	16.67	-66.67	同	左
		合 計	-45.83	-66.67	
		t=30~60日	-11.16		-11.17
任 意 断 面 で 連 結	t=60~∞日	-18.76	-22.53	-18.82	-22.70
		合 計	-29.92	-22.53	-29.99
		合 計	-75.75	-89.20	-75.82
ク リ エ ス ト ワ ー ゲ ン に よ り て 静 定 力 が 発 生 す る よ う よ る	t=30	-73.97			
		t=60	13.48	-85.16	同 左
		合 計	-60.49	-85.16	
ク リ エ ス ト ワ ー ゲ ン に よ り て 静 定 力 が 発 生 す る よ う よ る	t=30~60	-7.88		-7.66	
		t=60~∞	-14.13	-13.03	-14.27
		合 計	-22.01	-13.03	-21.27
ク リ エ ス ト ワ ー ゲ ン に よ り て 静 定 力 が 発 生 す る よ う よ る	t=80	-82.50	-98.19	-82.42	-98.05
		合 計	-82.50	-98.19	-82.42
		合 計	-82.50	-98.19	-82.42

表-2 断面諸値

断面	純断面諸値			換算断面諸値		
	断面積 $A_c(m^2)$	図心位置 $y_{oc}(m)$	断面2次モーメント $I_c(m^4)$	断面積 $A(m^2)$	図心位置 $y_0(m)$	断面2次モーメント $I(m^4)$
0	8.5115	0.5017	1.0320	8.6213	0.5031	1.0333
5	6.1716	0.4692	0.8498	6.3363	0.4808	0.8819
10	8.4807	0.5062	1.0222	8.6454	0.4997	1.0408
15	6.1716	0.4707	0.8571	6.3363	0.4797	0.8764
20	8.4807	0.5062	1.0222	8.6454	0.4997	1.0408
25	6.1716	0.4692	0.8498	6.3363	0.4808	0.8819
30	8.5115	0.5017	1.0320	8.6213	0.5031	1.0333



において、クリープによって発生する不静定力を比較検討する。

1) 桁自重について

① 弹性解

弹性解による値は図-7のようになる。

② クリープによって発生する不静定力

(23)式のクリープ曲線の係数 x を $1/70$ とし、第2径間支保工撤去は第1径間支保工撤去の 11 日後とし、第3径間支保工撤去は第1径間支保工撤去の 22 日後とする。

すなわち、

報 告

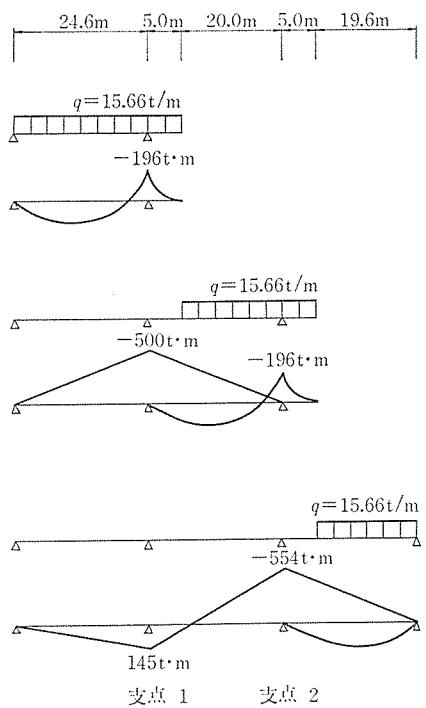


図-7 自重による弾性解

$$\varphi_t = \varphi_\infty (1 - e^{-xt})$$

において、 $x=1/70$, $\varphi_\infty=2.0$ とすると

$$\varphi_0 = 2.0(1 - e^0) = 0.0$$

$$\varphi_{11} = 2.0(1 - e^{-11/70}) = 0.2908$$

$$\varphi_{22} = 2.0(1 - e^{-22/70}) = 0.5394$$

となる。これより、第3径間支保工撤去直前における、第1径間、第2径間のクリープ係数を $\varphi_{22}^{(I)}$, $\varphi_{22}^{(II)}$ とする

$$\varphi_{22}^{(I)} = \varphi_{22} - \varphi_{11} = 0.2486$$

$$\varphi_{22}^{(II)} = \varphi_{11} - \varphi_0 = 0.2908$$

となる。また、クリープ終了時における第1径間、第2径間および第3径間のクリープ係数を、 $\varphi_\infty^{(I)}$, $\varphi_\infty^{(II)}$, $\varphi_\infty^{(III)}$ とすると、

$$\varphi_\infty^{(I)} = \varphi_\infty - \varphi_{22} = 1.4606$$

$$\varphi_\infty^{(II)} = \varphi_\infty - \varphi_{11} = 1.7092$$

$$\varphi_\infty^{(III)} = \varphi_\infty - \varphi_0 = 2.0$$

となる。解法Ⅱおよび解法Ⅲによって計算した結果を図-8に示す。

2) プレストレス荷重について

導入するプレストレスについては表-3に示すものである。なお、計算にあたって、便宜上径間内の連結部におけるプレストレスは、完全に分離して考えるものとする。

① 弾性解

弾性解による値は図-9のようになる。

解法〔II〕

第三径間支保工撤去直前 ($t=11\sim22$ 日)

$$-123 t \cdot m$$

第三径間支保工撤去後 ($t=22\sim\infty$)

$$-219 t \cdot m \quad -267 t \cdot m$$

解法〔III〕

第三径間支保工撤去直前 ($t=11\sim22$ 日)

$$-120 t \cdot m$$

第三径間支保工撤去後

$$-236 t \cdot m \quad -236 t \cdot m$$

支点 1 支点 2

図-8 クリープによって発生する不静定力

第二径間支保工撤去直後

$$392 t \cdot m$$

第三径間支保工撤去直後

$$-170 t \cdot m$$

支点 1 支点 2

図-9 プレストレスによる弾性解

表-3 鋼材データ

断面	1本当たり平均 緊張力 (t/本)	鋼材図心 位置 (m)	本数 (本)	鋼材による全 緊張力 (t)	鋼材による偏心モ ーメント (t·m)
0	101.11	0.6140	16	1 617.76	- 181.67
5	113.15	0.9170	24	2 715.60	- 1 216.04
10	108.58	0.1670	24	2 605.92	883.93
15	113.49	0.8170	24	2 723.76	- 943.24
20	110.25	0.1670	24	2 646.00	897.52
25	125.42	0.9170	24	3 010.08	- 1 347.91
30	115.27	0.6146	16	2 766.48	- 310.68

② クリープによって発生する不静定力

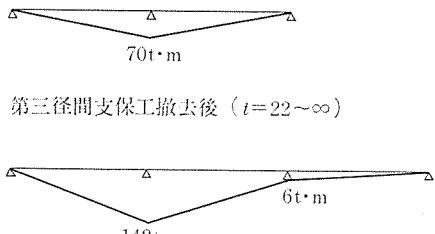
解法Ⅱおよび解法Ⅲによって計算した結果を図-10に示す。

3) 有効係数について

解法Ⅱにおける有効係数は前章で述べたように、各施

解法 (II)

第三徑間支保工撤去直前 ($t=11\sim22$ 日)



解法 (III)

第三逕間支保工撤去直前 ($t=11\sim22$ 日)

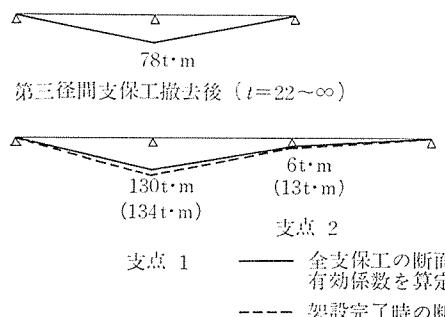


図-10 クリープによって発生する不静定力

工段階において求まる $4N_p$ を累加した値が緊張力の減少であり、 $4M_c$, $4N_c$ を計算すると同時に求まるものである。また、解法Ⅲにおいては、(20) 式に示すように $F_{L\eta}$ を前もって求めておかなければならぬ。図-10 の $t=22$ 日～∞において発生する不静定力の中で、実線で示した結果は $F_{L\eta}$ を全支保工状態における弾性解の断面力より求めた有効係数を用いて計算した結果であり、破線で示した結果は $F_{L\eta}$ を、架設完了時に発生している断面力より求めた有効係数を用いて計算した結果である。また $t=11$ 日～22日において、クリープによって発生する不静定力は、その期間が短いため、この期間における鋼材の緊張力を無視した。すなわち (20) 式において $F_{L\eta}=F_{Lp}$ として

$$F_{f\phi} = (1 - e^{-\varphi}) F_{Bp} \quad \dots \dots \dots \quad (24)$$

によって計算したものである。

上記のように、解法Ⅲにおいては、有効係数をどのように選ぶかが大きなポイントとなる。表-4で、解法Ⅱ

表—4 有 效 係 数

断面	解法Ⅱ	解法Ⅲ	
		全支保工状態の断面力で算定	架設完了時の断面力で算定
5	0.9178	0.9157	0.9191
10	0.9237	0.9221	0.9174
15	0.9229	0.9228	0.9304
20	0.9096	0.9178	0.9094
25	0.9161	0.9163	0.9219

表-5 各解法による支点上曲げモーメント

(单位: t·m)

			解 法 II		解 法 III			
					金支保工状態の断面力で有効係数を算定		架設完了時の断面力で有効係数を算定	
			支 点 1	支 点 2	支 点 1	支 点 2	支 点 1	支 点 2
橋 自 重	弹性 解	$t=11$ 日	- 696	- 196				
		$t=22$ 日	145	- 554	同	左	同	左
		合 計	- 551	- 750				
	ク ょ す 力 り つ る 一 て 不 ブ 発 静 に 生 定	$t=11\sim 22$ 日	- 123		- 120(2.44%)			
		$t=22\sim \infty$ 日	- 219	- 267	- 236(7.76%)	- 236(11.61%)	同	左
		合 計	- 342	- 267	- 356(4.09%)	- 236(11.61%)		
	合 計		- 893	- 1017	- 907(1.51%)	- 986(3.05%)		
プレ ス ト レ ス に よ る 2 次 力	弹性 解	$t=11$ 日	392					
		$t=22$ 日	- 170	651	同	左	同	左
		合 計	222	651				
	ク ょ す 力 り つ る 一 て 不 ブ 発 静 に 生 定	$t=11\sim 22$ 日	70		78(11.43%)		78(11.43%)	
		$t=22\sim \infty$ 日	142	6	130(8.45%)	6(0.0 %)	134(5.63%)	13(-)
		合 計	212	6	208(1.89%)	6(0.0 %)	212(0.0 %)	13(-)
	合 計		434	657	430(0.92%)	657(0.0 %)	434(0.0 %)	664(1.07%)
			- 459	- 360	- 477(3.92%)	- 329(8.61%)	- 473(3.05%)	- 322(10.56%)

* () 内は解法Ⅱとの差の百分率

報 告

において求まった有効係数と、全支保工状態における弾性解の断面力より求めた有効係数と架設完了時に発している断面力より求めた有効係数を比較する。

前表に示したように、桁自重により、クリープによって発生する不静定力において、第3径間支保工撤去直前まで、すなわち、 $t=11$ 日～22日までに発生する不静定モーメントの差は非常に小さい。これはコンクリートの材令差が11日であり、両解法の差があまり表われないためである。クリープ終了時、すなわち、 $t=22$ 日～∞における両解法の差は支点上で7.76%，11.61%とその差は認められるものの、支点上に発生している、全体のモーメントを比較した場合、両解法の差の絶対量が小さいため最大3%程度の差である。

また、プレストレス荷重により、クリープによって発生する不静定力においても比率では差はあるものの、全支保工状態の断面力を用いた解法Ⅲの場合の結果では、支点1において4t·mである。前述のように解法Ⅲにおいて有効係数を2通りの断面力により求めたが、プレストレス荷重による場合においては、どちらが解法Ⅱによる結果に近い値であるかは言えない。しかしながら桁自重とプレストレス荷重の両方による、支点上合計値をみた場合、解法Ⅲの全支保工状態における弾性解の断面力を用いて求めた有効係数を使って計算した結果の方がより解法Ⅱの結果に近いことがわかる。この場合の全体のモーメントの差は支点2において31t·mである。

次に、表-4に示した、有効係数の比較表をみると、解法Ⅱで得た結果と全支保工状態における弾性解の断面力を用いて求めた有効係数との差は高々1%程度ではなくどその差はみられない。クリープによって発生する不静定力と同様に、ここでも全支保工状態における断面力より得た有効係数の方が解法Ⅱの有効係数に近いことがわかる。

4.3 計算例(3)

4径間連続桁橋を例にして、解法Ⅱと解法Ⅲによる結果を比較検討する。

本橋は図-11のように、フォルバウワーゲンによりブロック施工され、第2径間と第3径間の中央部において連結される。なお、本橋は対称構造系であり、以下に示す断面諸値などについても、第1径間と第2径間にについてのみ記すものとする。また、本計算例も計算例(2)と同様に桁自重、プレストレス荷重について別々に計算を行う。

1) 桁自重について

① 弾性解

弾性解による値は図-12のようになる。

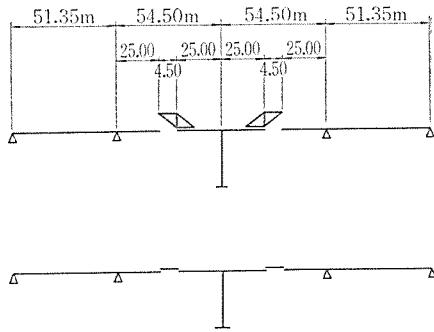


図-11 架設方法

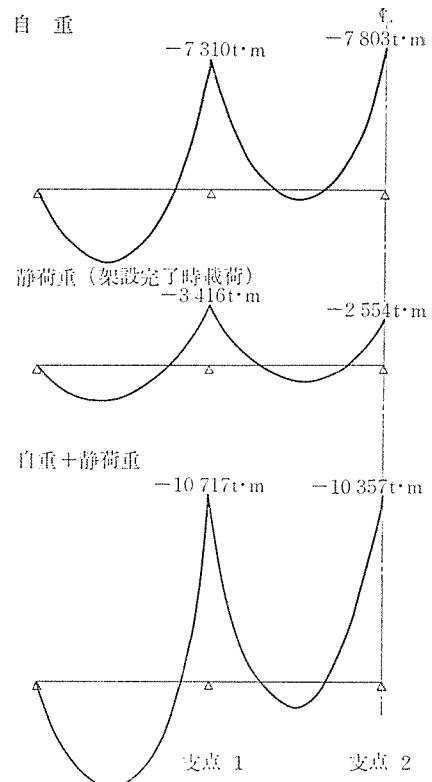
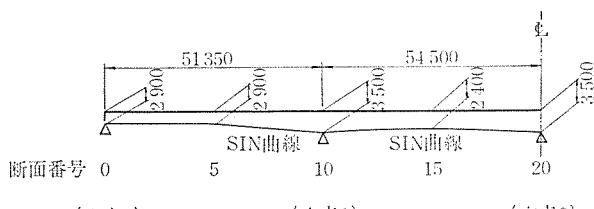


図-12 弾性解による断面力

表-6 断面諸値

断面	純断面諸値			換算断面諸値		
	断面積 $A_c(m^2)$	図心位置 $y_{oc}(m)$	断面2次モーメント $I_c(m^4)$	断面積 $A(m^2)$	図心位置 $y_0(m)$	断面2次モーメント $I(m^4)$
0	9.0532	1.1007	9.4836	9.0532	1.1007	9.4836
5	8.5190	1.0697	9.0520	8.8716	1.1313	9.8638
10	11.2327	1.5693	18.7660	11.6768	1.5218	19.4306
15	7.9649	0.8877	5.7289	8.2131	0.9272	6.1408
20	11.2461	1.5678	18.7871	11.6118	1.5286	19.3351



(支点0) (支点1) (支点2)

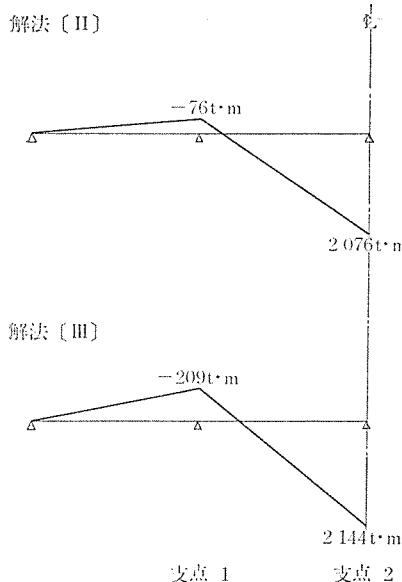


図-13 クリープによって発生する不静定力

② クリープによって発生する不静定力

クリープは第2径間中央および第3径間において連結された時点から進行するものとして、 $t = \infty$ 、すなわち、クリープ終了時においてクリープによって発生する不静定モーメントを求める。なお、クリープ係数は $\varphi_{\infty} = 2.0$ とする。

解法Ⅱおよび解法Ⅲによって計算した結果を 図-13 に示す。

2) プレストレス荷重について

プレストレス荷重として、表-7 に示す値とする。

① 弹性解

弹性解による値を 図-14 に示す。

② クリープによって発生する不静定力

解法Ⅱと解法Ⅲによって計算した結果を 図-15 に示すが、計算例(2)の場合と同様に、実線によって、全支保工状態における弹性解より求めた有効係数を用いた結果であり、破線によって、架設完了時における弹性解より求めた有効係数を用いた結果を示している。

3) 有効係数について

計算例(2)と同様に、上に述べた3者についての有効係数を、支点上と支間中央断面において表-8 で比較する。

本計算例においても解法Ⅱと解法Ⅲにおいて、クリープによって発生する不静定力の差は支点上における全モーメントからみた場合には非常に小さい値であり、計算例(2)と同様に解法Ⅲの全支保工状態における弹性解より求めた有効係数を使った結果の方が解法Ⅱに近いことがわかる。

有効係数算定において、解法Ⅲの方が全般的に小さい

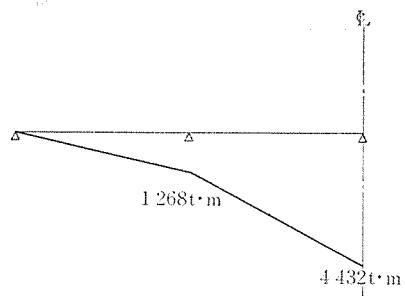


図-14 プレストレスによる弾性解

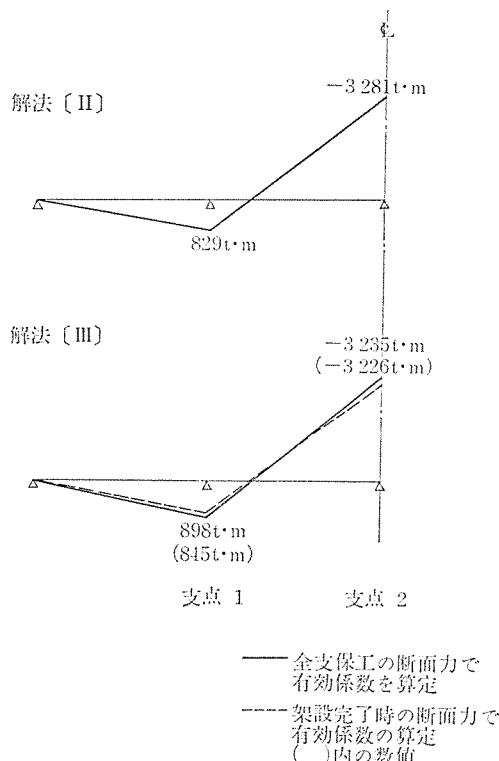


図-15 クリープによって発生する不静定力

表-7 鋼材データ

断面	1本当たり平均張力 張力 (t/本)	鋼材図心 位置(m)	本数 (本)	鋼材による全 緊張張力 (t)	鋼材による偏心モー メント(t·m)
0	0.0	0.0	0	0.00	0.00
5	105.0	2.618	54	5 670.00	-8 778.69
10	105.0	0.322	68	7 140.00	8 905.51
15	105.0	2.196	38	3 990.00	-5 220.31
20	105.0	0.324	56	588.00	7 313.43

表-8 有効係数

断面	解法Ⅱ	解法Ⅲ	
		全支保工状態の断面力で算定	架設完了時の断面力で算定
5	0.8748	0.8764	0.8660
10	0.9010	0.8978	0.9068
15	0.8929	0.8913	0.8917
20	0.9136	0.9128	0.9034

報告

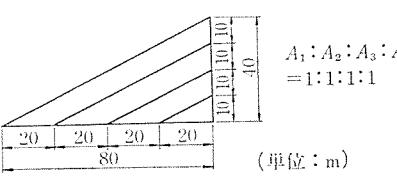
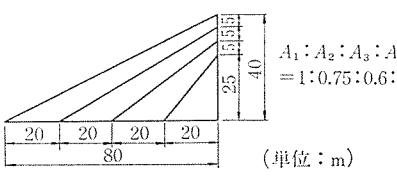
表-9 各解法による支点上曲げモーメント

(単位:t·m)

		解 法 II		解 法 III			
		支 点 1 支 点 2		支 点 1 支 点 2		支 点 1 支 点 2	
柾 静 自+荷 重 重	弾 性 解	-10 717	-10 357	同	左		
	クリープによって 発生する不静定力	- 76	2 076	- 209(—)	2 144(3.28%)	同	左
	合 計	-10 793	- 8 281	-10 926(1.23%)	- 8 213(0.82%)		
プレ レス ス荷 ト重	弾 性 解	1 268	4 432	同	左	同	左
	クリープによって 発生する不静定力	829	- 3 281	898(3.32%)	- 3 235(1.40%)	845(1.93%)	- 3 226(1.68%)
	合 計	2 097	1 151	2 166(3.29%)	1 197(4.00%)	2 122(1.19%)	1 206(4.78%)
合 計		- 3 696	- 7 130	- 8 760(0.74%)	- 7 016(1.60%)	- 8 804(1.24%)	- 7 007(1.73%)

* () 内は解法IIとの差の百分率

表-10 対象モデルと計算結果

	TYPE-B				TYPE-C				
	軸力を無視した場合		軸力を考慮した場合		軸力を無視した場合		軸力を考慮した場合		
	荷 重	クリープ	荷 重	クリープ	荷 重	クリープ	荷 重	クリープ	
1 $A_1=0.01309 \text{ m}^2$	$X_1=518.5 \text{ t}$ $X_2=486.8$ $X_3=413.0$ $X_4=264.1$ $M_{10}= -22 636$	$\Delta X_{1\varphi}=112.0 \text{ t}$ $\Delta X_{2\varphi}=156.2$ $\Delta X_{3\varphi}=181.4$ $\Delta X_{4\varphi}=148.0$ $\Delta M_{10\varphi}=12 766$	$X_1=517.9 \text{ t}$ $X_2=484.6$ $X_3=408.9$ $X_4=257.7$ $M_{10}= -22 849$	$\Delta X_{1\varphi}=114.1 \text{ t}$ $\Delta X_{2\varphi}=154.4$ $\Delta X_{3\varphi}=174.5$ $\Delta X_{4\varphi}=133.8$ $\Delta M_{10\varphi}=12 544$	$X_1=529.5 \text{ t}$ $X_2=405.8$ $X_3=303.5$ $X_4=163.8$ $M_{10}= -22 946$	$\Delta X_{1\varphi}=118.8 \text{ t}$ $\Delta X_{2\varphi}=134.0$ $\Delta X_{3\varphi}=135.6$ $\Delta X_{4\varphi}=92.0$ $\Delta M_{10\varphi}=12 988$	$X_1=528.3 \text{ t}$ $X_2=404.4$ $X_3=302.2$ $X_4=163.1$ $M_{10}= -23 073$	$\Delta X_{1\varphi}=118.6 \text{ t}$ $\Delta X_{2\varphi}=132.7$ $\Delta X_{3\varphi}=134.0$ $\Delta X_{4\varphi}=91.0$ $\Delta M_{10\varphi}=12 892$	
	$X_1=600.1 \text{ t}$ $X_2=614.4$ $X_3=559.1$ $X_4=395.1$ $M_{10}= -12 306$	$\Delta X_{1\varphi}=-16.0 \text{ t}$ $\Delta X_{2\varphi}=101.0$ $\Delta X_{3\varphi}=188.2$ $\Delta X_{4\varphi}=187.2$ $\Delta M_{10\varphi}=7 178$	$X_1=602.5 \text{ t}$ $X_2=610.6$ $X_3=558.5$ $X_4=374.8$ $M_{10}= -12 720$	$\Delta X_{1\varphi}=-9.3 \text{ t}$ $\Delta X_{2\varphi}=99.7$ $\Delta X_{3\varphi}=176.1$ $\Delta X_{4\varphi}=152.2$ $\Delta M_{10\varphi}=6 853$	$X_1=617.2 \text{ t}$ $X_2=515.4$ $X_3=419.9$ $X_4=245.1$ $M_{10}= -12 431$	$\Delta X_{1\varphi}=-13.4 \text{ t}$ $\Delta X_{2\varphi}=88.8$ $\Delta X_{3\varphi}=140.6$ $\Delta X_{4\varphi}=114.0$ $\Delta M_{10\varphi}=7 360$	$X_1=616.0 \text{ t}$ $X_2=512.9$ $X_3=417.4$ $X_4=243.4$ $M_{10}= -12 636$	$\Delta X_{1\varphi}=-11.4 \text{ t}$ $\Delta X_{2\varphi}=86.8$ $\Delta X_{3\varphi}=137.8$ $\Delta X_{4\varphi}=112.1$ $\Delta M_{10\varphi}=7 273$	
	$X_1=600.5 \text{ t}$ $X_2=656.8$ $X_3=643.6$ $X_4=467.9$ $M_{10}= -9 193$	$\Delta X_{1\varphi}=-56.2 \text{ t}$ $\Delta X_{2\varphi}=88.6$ $\Delta X_{3\varphi}=189.8$ $\Delta X_{4\varphi}=196.4$ $\Delta M_{10\varphi}=5 518$	$X_1=604.1 \text{ t}$ $X_2=652.4$ $X_3=628.3$ $X_4=435.2$ $M_{10}= -9 730$	$\Delta X_{1\varphi}=-48.3 \text{ t}$ $\Delta X_{2\varphi}=88.3$ $\Delta X_{3\varphi}=177.3$ $\Delta X_{4\varphi}=147.9$ $\Delta M_{10\varphi}=5 134$	$X_1=618.2 \text{ t}$ $X_2=552.5$ $X_3=475.6$ $X_4=289.6$ $M_{10}= -9 241$	$\Delta X_{1\varphi}=-55.6 \text{ t}$ $\Delta X_{2\varphi}=79.4$ $\Delta X_{3\varphi}=142.0$ $\Delta X_{4\varphi}=117.6$ $\Delta M_{10\varphi}=5 656$	$X_1=617.4 \text{ t}$ $X_2=546.3$ $X_3=470.0$ $X_4=299.9$ $M_{10}= -9 373$	$\Delta X_{1\varphi}=-51.8 \text{ t}$ $\Delta X_{2\varphi}=76.6$ $\Delta X_{3\varphi}=136.5$ $\Delta X_{4\varphi}=117.3$ $\Delta M_{10\varphi}=5 569$	
						(単位:m)		(単位:m)	

値を示して、その差はほとんどない。

なお、本計算例のように φ 一定 ($\varphi_\infty=2.0$) で、クリープ開始の時間差がない場合については、解法IIIの(18), (19)式と、(21), (22)式により簡単に計算できる。

4.4 計算例 (4)

解法IIIにより、モデル化された斜張橋を例にとり、クリープによって発生する不静定力を計算する。

なお、ここで扱うモデルは文献3)で用いたモデルと同一の構造系のものである。しかし文献3)においては、主桁に作用する軸力を無視した場合の計算結果を示したが、本計算例においては主桁に作用する軸力をも考慮し

てクリープによって発生する不静定力を計算した。表-10において文献3)で述べた結果と本計算例で得た結果を比較する。

文献3)による結果と比較した場合、クリープによって発生する不静定力において、ほとんどその差異はみられない。これは対象とした斜張橋モデルにおいて、軸力のコンクリートのクリープひずみに比べ、曲げモーメントのコンクリートのクリープひずみ(曲率変化)の方がはるかに大きく、クリープによって発生する不静定力は、ほとんど曲げひずみによるためである。なおこれは主桁の曲げ剛性とひずみ剛性との比率によって変化する

ものであり、どのような斜張橋においても、軸力によるコンクリートクリープひずみによる影響が小さいと言えるものではない。

5. ま と め

不静定PC構造物のクリープによって発生する不静定力と変位量の計算式は、解法Ⅰによる連立微分方程式では高次の不静定構造を解析的に求めることは難しく、また、構造形式が変るたびごとに、計算式を組立てる必要がある。解法Ⅱによれば、変位法と同様な手順を踏むことにより任意の構造系に適用できる計算式が導け、構造形式が変るたびごとに、計算式を組立てる必要はない。さらに、解法Ⅱを簡略化した解法Ⅲによれば、弹性解を求めるのと同程度の計算量で解が求まる。

また、数値計算例(1)～(3)によれば、主桁内の鋼材を無視した場合は解法Ⅰ、Ⅱ、Ⅲともほぼ同じ値となり、解法Ⅱ、Ⅲはまったく同じになる。主桁内の鋼材を考慮した場合は、解法Ⅱと解法Ⅲとでは、多少の差はみられるものの実用上、解法Ⅲを用いてもなんら問題はない。つまり数値計算例(2)、(3)の結果を比較してみると、持続荷重およびプレストレス荷重のクリープによって発生する不静定力による応力差は 1.5 kg/cm^2 程度あるが、有効係数を考慮した合成応力では 1 kg/cm^2 以内となり、実用上、なんら差し支えないものと考えられる。さらに、有効係数についてみると、数値計算例では全支保工状態における弹性解の断面力より求めた有効係数が解法Ⅱの値と近い値を示し、プレストレス荷重のクリープによって発生する不静定力もこの有効係数を用いた方がより近い値を示している。全支保工状態における断面から求めた有効係数と、架設完了時に生じている断面力から求めた有効係数の差が1%くらいしかないのは、プレストレスの2次力も含めた曲げモーメントの合

計値が、計算例(2)では約 $200 \text{ t}\cdot\text{m}$ 、計算例(3)では約 $1300 \text{ t}\cdot\text{m}$ の差しかなかったためである。

しかしながら、解法Ⅲを用いる場合、問題として残るのは他の構造形式または他の架設方法にも同じように、全支保工状態における弹性解の断面力より求めた有効係数を使ってクリープによって発生する不静定力および変位量が計算できるかどうかであるが、筆者らの計算によれば、実用上ほとんど問題とならない結果がでている。

以上、本報告で提案した簡略式(解法Ⅲ)によっても実用上、ほとんど問題とならない結果がでた。また、クリープおよび乾燥収縮によって発生する変位量についても同様である。なお、鋼材のレラクセーションについては、解法Ⅱではその効果を(13)、(14)式に含めることにより計算でき、解法Ⅲでは有効係数で考慮すれば計算可能である。

最後に、本報告に際し、諸先輩方の御意見などをいただけたら幸いであるとともに、関係各方面の方々に技術的援助を受けましたことを感謝するしだいです。

参 考 文 献

- 1) 猪股俊司：プレストレストコンクリートに対するクリープの影響、プレストレストコンクリート、Vol. 18, No. 2, 1976年4月
- 2) 猪股俊司：不静定コンクリート構造物においてクリープにより発生する不静定力の計算法、セメントコンクリート、No. 197, 1963年7月
- 3) 佐藤・本間：PC斜張橋の計画、設計、施工：橋梁、Vol. 13, No. 3, 1977年3月
- 4) 六車照：プレストレストコンクリート不静定架構のクリープ応力解析、プレストレストコンクリート、Vol. 7, No. 5, 1965年12月
- 5) F. Bauer: Zeitliche Änderungen der Schnittkräfte infolge Kriecherscheinungen bei Herstellung eines Bauwerkes in Abschnitten, Der Bauingenieur 41, (1966), Heft 4

1977.4.18・受付

◀刊行物案内▶

PCくい基礎の最近の進歩

—PCくいの正しい使い方—

体裁：A4判 246ページ
 定価：2000円（会員特価1800円）送料600円
 内容：1) PCくい、2) PCくい基礎の設計、3) PCくいの施工、4) 超高強度コンクリートくい、超大径くい

お申込みは代金を添え、(社)プレストレストコンクリート技術協会へ