

図-2

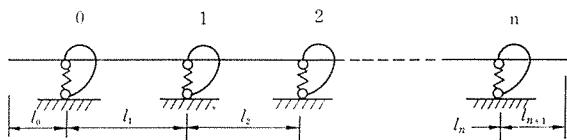


図-3

配、ねじれモーメント等が求められる。

主桁は有限の幅 2δ を有するから、主桁の変形は剛体変形のみと考えるものとし、横桁の曲げ剛度としては主桁区間では剛度を無限大と考える。すなわち、横桁の剛度は図-4のように分布すると考える。

第 i 径間について図-5の力の平衡条件より次式が成立する。

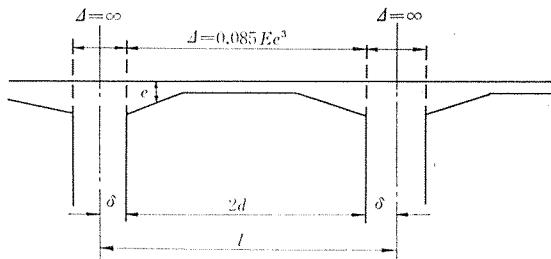


図-4

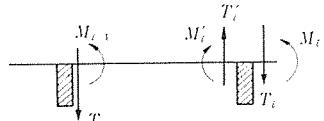


図-5

$$\left. \begin{aligned} T_{i-1} &= t_{i-1} + (M_i' - M_{i-1})/l_i \\ T_i' &= t_i' + (M_i' - M_{i-1})/l_i \\ \omega_{i-1} &= \theta_{i-1} - a_i M_{i-1} - b_i M_i' + (y_i - y_{i-1})/l_i \\ \omega_i &= \theta_i' + b_i M_{i-1} + c_i M_i' + (y_i - y_{i-1})/l_i \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

ここに、 t_{i-1} , t_i' および θ_{i-1} , θ_i' は第 i 径間荷重による単純桁としてのせん断力および端回転で a_i , b_i , c_i は図-6 に示すように、 $M=1$ の場合の角変位とする。

式(8)より

$$\begin{aligned} y_i - y_{i-1} &= l_i(\omega_{i-1} - \theta_{i-1} + a_i M_{i-1} + b_i M_i') \\ &= l_i\{\omega_{i-1} - \theta_{i-1} + a_i M_{i-1} + b_i(l_i T_{i-1} \\ &\quad - l_i t_{i-1} + M_{i-1})\} \end{aligned}$$

$$\therefore y_i = y_{i-1} + l_i \omega_{i-1} + l_i(a_i + b_i) M_{i-1} + l_i^2 b_i T_{i-1}$$

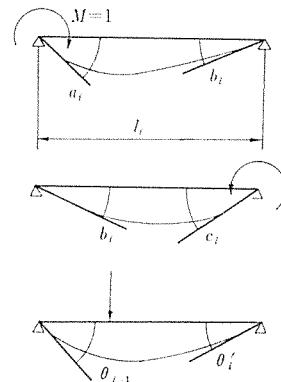


図-6

$$-l_i(\theta_{i-1} + b_i l_i t_{i-1})$$

また、

$$\begin{aligned} \omega_i - \omega_{i-1} &= \theta_i' - \theta_{i-1} + (a_i + b_i) M_{i-1} + (b_i + c_i) M_i' \\ &= \theta_i' - \theta_{i-1} + (a_i + b_i) M_{i-1} \\ &\quad + (b_i + c_i)(l_i T_{i-1} - l_i t_{i-1} + M_{i-1}) \end{aligned}$$

$$\therefore \omega_i = \omega_{i-1} + (a_i + 2b_i + c_i) M_{i-1} + l_i(b_i + c_i) T_{i-1}$$

$$+ (\theta_i' - \theta_{i-1})$$

$$M_i' = M_{i-1} + l_i T_{i-1} - l_i t_{i-1}$$

$$T_i' = T_{i-1} + (t_i' - t_{i-1})$$

よって径間右端のベクトルは左端のベクトルによって表わすことができる。すなわち、右端のベクトル Y_i' と左端のベクトル y_i との関係は次のようにあらわされる。

$$Y_i' \equiv \begin{bmatrix} Y_i \\ \omega_i \\ M_i' \\ T_i' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & l_i & (a_i + b_i)l_i & b_i l_i^2 & y_{i0} \\ 0 & 1 & (a_i + 2b_i + c_i) & (b_i + c_i)l_i & \omega_{i0} \\ 0 & 0 & 1 & l_i & M_{i0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T_{i0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} y_{i-1} \\ \omega_{i-1} \\ M_{i-1} \\ T_{i-1} \\ 1 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (9)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} y_{i0} &= -l_i(\theta_{i-1} + b_i l_i t_{i-1}) \\ \omega_{i0} &= \theta_i' - \theta_{i-1} \\ M_{i0} &= -l_i t_{i-1} \\ T_{i0} &= t_i' - t_{i-1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

すなわち、格間ベクトルを F_i で表わすと次のようになる。

$$Y_i' = F_i Y_{i-1}$$

$$F_i = \begin{bmatrix} 1 & l_i & (a_i + b_i)l_i & b_i l_i^2 & y_{i0} \\ 0 & 1 & (a_i + 2b_i + c_i) & (b_i + c_i)l_i & \omega_{i0} \\ 0 & 0 & 1 & l_i & M_{i0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T_{i0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\dots \dots \dots (11)$$

3. 端横桁のみを有する T 桁橋の模型試験

(1) 供試模型と試験の方法

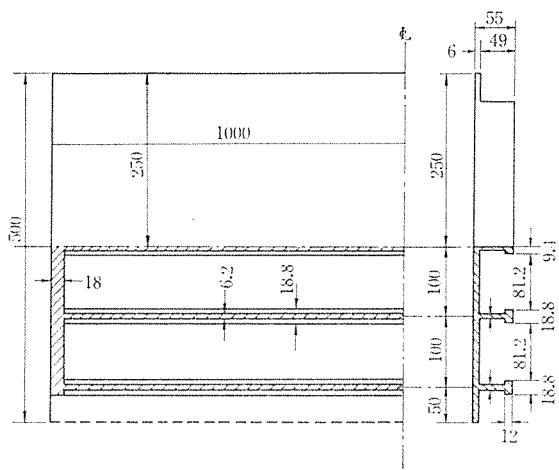
○供試模型の材料：ガラスマットとエポキシン樹脂の積層によるFRP板

○材料の物理的性質: 曲げ弾性係数 $E = 167\,200 \text{ kg/cm}^2$

ポアソン比 $\nu = 0.25$

ねじり弾性係数 $G = 66\,900 \text{ kg/cm}^2$

○供試体の寸法：スパン 30 m の PC 桁 1/30 を想定し、図-9 の寸法とした。



图—9

○試験装置：図-10 および 写真-1, 2。

供試模型の支端部を、コンクリート基礎上に据えた2本のIビーム上におき、支承は鋼製ローラーとし、各主桁ごとに独立させ、主桁下面とシェー上板の間には石膏をおいて遊げきをなくした。供試体端部は載荷により浮き上りを生じないよう、支点上で万力を用い供試体をIビームに締付けた。荷重は鋼製の円盤型の重錘で、これを載荷面積 $\phi 28$ mm の上に積み重ね、最終荷重は約 52 kg とした。たわみ

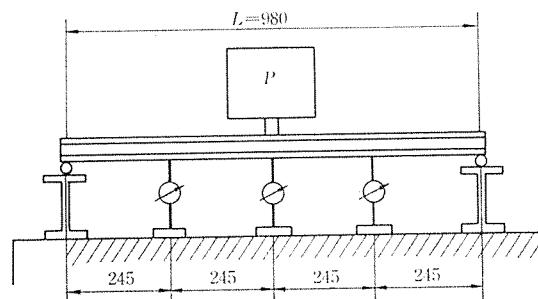
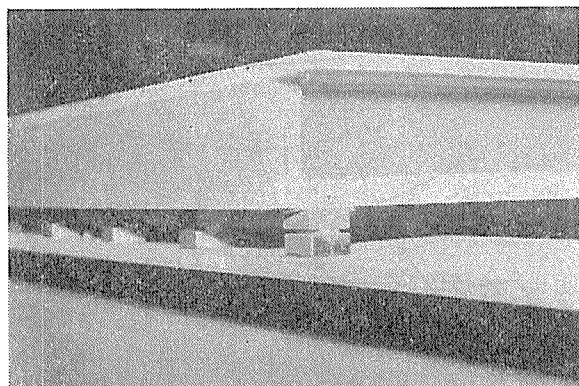


図-10



写真一 支 承 詳 細

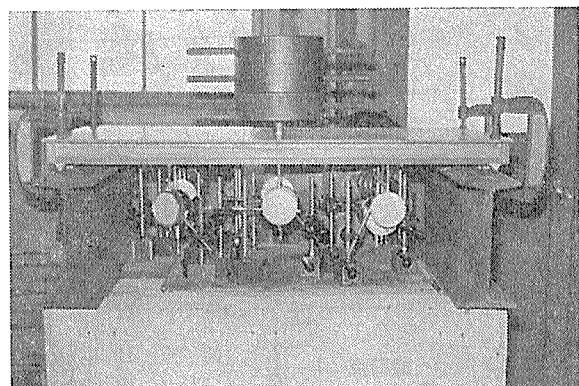


写真-2 載荷試験全量

の測定は基礎上において 1/100 mm よみダイアルゲージを用いた。

○試験の方法：載荷点としては支間中央と 1/4 点で、それぞれ主桁直上と主桁間隔中央を選び、数回の載荷により供試体に残留ひずみのないことを確かめた後、荷重を 0 より 51.95 kg まで 4 段階に分けて増加し、各段階における各主桁の支点中央および 1/4 点のたわみを測定した。

(2) 測定結果

主桁番号を図-11のようにとり、支間を L とし、 $1/4$

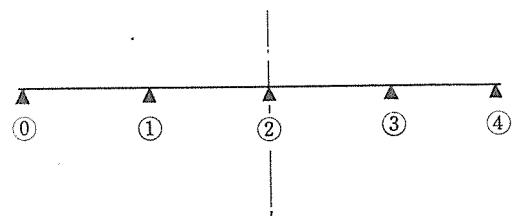


图-11

L , $1/2 L$, $3/4 L$ 各点のたわみ測定値の内、主桁直上載荷の場合の結果を表-1、および図-12 (a), (b), (c), (d), (e), (f) に示す。

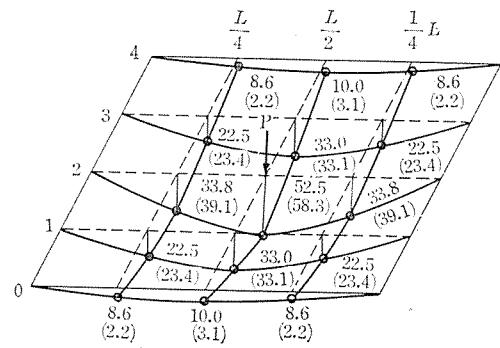
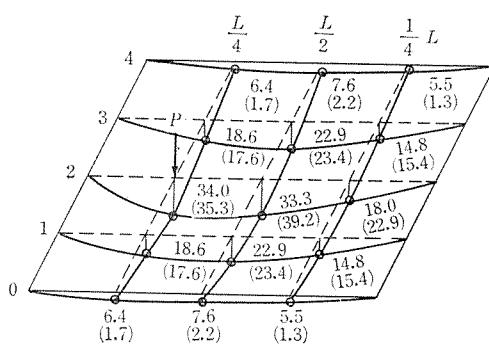
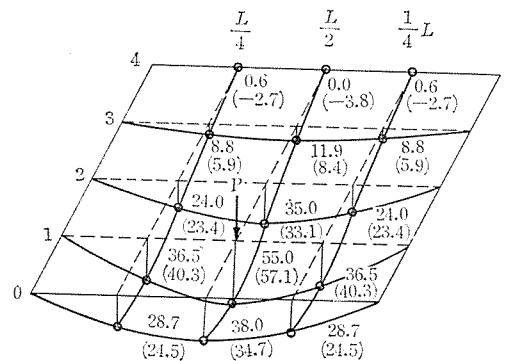
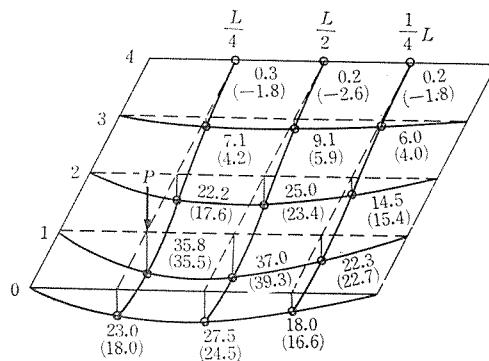
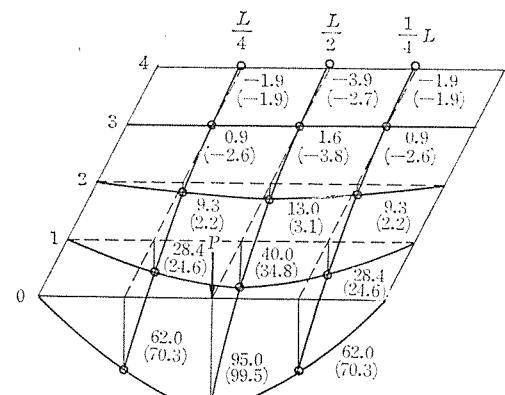
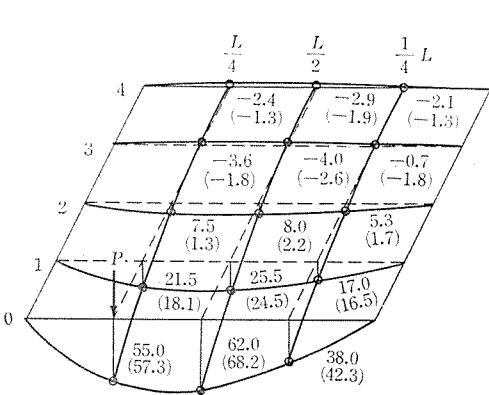
図-12 (a) 載荷点 $2 - \frac{L}{2}$ 荷重 51.95 kg
たわみ 10^{-2} mm図-12 (d) 載荷点 $2 - \frac{L}{4}$ 荷重 51.95 kg
たわみ 10^{-2} mm図-12 (b) 載荷点 $1 - \frac{L}{2}$ 荷重 51.95 kg
たわみ 10^{-2} mm図-12 (e) 載荷点 $1 - \frac{L}{4}$ 荷重 51.95 kg
たわみ 10^{-2} mm図-12 (c) 載荷点 $0 - \frac{L}{2}$ 荷重 51.95 kg
たわみ 10^{-2} mm図-12 (f) 載荷点 $0 - \frac{L}{4}$ 荷重 51.95 kg
たわみ 10^{-2} mm

表-1 主桁直上載荷の場合のたわみ測定値 (1/100 mm) 荷重 51.95 kg

載荷桁	測定桁	中央載荷の場合			1/4点載荷の場合		
		$1/4 L$	$1/2 L$	$3/4 L$	$1/4 L$	$1/2 L$	$3/4 L$
(2)	②	33.8	52.5	33.8	34.0	33.3	18.0
	① ③	22.5	33.1	22.5	18.6	22.9	14.8
	④	2.2	3.1	2.2	6.4	7.6	5.5
(1)	①	28.7	38.0	28.7	23.0	27.5	18.0
	②	36.5	55.0	36.5	35.8	37.0	22.3
	③	24.0	35.0	24.0	22.2	25.0	14.5
	④	8.8	11.9	8.8	4.1	5.9	6.0
	⑤	0.6	0.0	0.6	0.3	0.2	0.2

①	①	62.0	95.0	62.0	55.0	62.0	38.0
	②	28.4	40.0	28.4	21.5	25.5	17.0
	③	9.3	13.0	9.3	7.5	8.0	5.3
	④	0.9	1.6	0.9	-3.6	-4.0	-0.7
		-1.9	-3.9	-1.9	-2.4	-2.9	-2.1

4. 模型試験に対する理論計算値

前述 2. の両端にのみ横桁を有する桁橋の解析理論について、前記模型試験の場合のたわみを計算する。

主桁の剛性計算には 図-13 の断面を用いた。

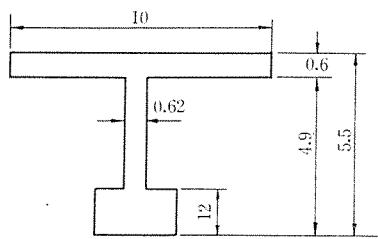


図-13

ここに

$$\text{曲げ剛度 } I = 39.192 \text{ cm}^4$$

$$\text{ねじり剛度 } J = 1609 \text{ cm}^4$$

$$\begin{aligned} \text{床版の曲げ剛度 } A &= Ee^3/12(1-v^2) \\ &= E \times 0.6^3/12(1-0.25^2) \\ &= 0.0192 E \end{aligned}$$

荷重をフーリエ級数に展開したときの、第 m 項のばね定数は式 (5) により

$$(\alpha_i)_m = \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 GJ$$

$$(K_i)_m = 1/(k_i)_m = EL / \left(\frac{L}{m\pi} \right)^4$$

ここに $E = 167200 \text{ kg/cm}^2$, $G = 66500 \text{ kg/cm}^2$ を適用すると、

$$\begin{aligned} \text{1st Harmonic } (K_i)_1 &= 8.17147 \\ (\alpha_i)_1 &= 120.2411 \end{aligned}$$

$$\text{2nd Harmonic } (K_i)_2 = 130.805$$

$$(\alpha_i)_2 = 480.964$$

$$\text{3rd Harmonic } (K_i)_3 = 662.223$$

$$(\alpha_i)_3 = 1082.170$$

以上のはね定数を用いて弾性支点上の 4 径間連続桁の各支点上に単位荷重の作用した場合の、支点の沈下を電算で求める。その結果をまとめると表-2 に示される値となる。

一点集中荷重 W が 図-14 に示す位置に作用するも

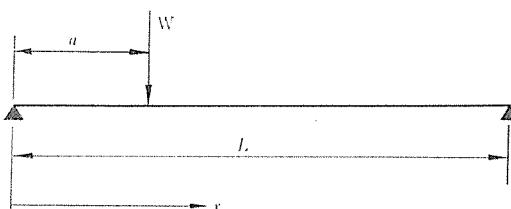


図-14

のとする。 W をフーリエ級数（第 3 項まで）で表わすと、

$$W = \frac{2W}{L} \left[\sin \frac{\pi}{L} a \sin \frac{\pi}{L} x + \sin \frac{2\pi}{L} a \sin \frac{2\pi}{L} x + \sin \frac{3\pi}{L} a \sin \frac{3\pi}{L} x \right] \dots \dots \dots \quad (18)$$

$$\text{1st Harmonic 荷重 } \frac{2W}{L} \sin \frac{\pi}{L} a$$

$$\text{2nd Harmonic 荷重 } \frac{2W}{L} \sin \frac{2\pi}{L} a$$

$$\text{3rd Harmonic 荷重 } \frac{2W}{L} \sin \frac{3\pi}{L} a$$

表-2 荷重 1 kg/cm の場合の支点たわみ (mm)

載荷桁	荷重項	支点番号				
		①	②	③	④	
②	1st Harmonic (\hat{o}_1)	0.0298	0.3131	0.5381	0.3131	0.0298
	2nd " (\hat{o}_2)	-0.0020	0.0106	0.0592	0.0106	-0.0020
	3rd " (\hat{o}_3)	-0.0000	0.0007	0.0140	0.0007	-0.0001
①	1st " (\hat{o}_1)	0.3281	0.5389	0.3131	0.0794	-0.0036
	2nd " (\hat{o}_2)	0.0073	0.0605	0.0106	-0.0018	-0.0001
	3rd " (\hat{o}_3)	0.0005	0.0141	0.0007	-0.0002	0.0000
①	1st " (\hat{o}_1)	0.9272	0.3281	0.0298	-0.0356	-0.0256
	2nd " (\hat{o}_2)	0.0712	0.0073	-0.0020	-0.0001	0.0000
	3rd " (\hat{o}_3)	0.0147	0.0005	-0.0001	0.0000	0.0000

報 告

本実験では

$$W=51.95 \text{ kg}, L=98.2 \text{ cm}$$

$$\therefore \frac{2W}{L}=2 \times 51.95/98.2=1.058 \text{ kg/cm}$$

(i) スパン中央載荷のとき,

$$a=L/2$$

$$\sin \frac{\pi}{L} a=1.000, \quad \sin \frac{2\pi}{L} a=0.000,$$

$$\sin \frac{3\pi}{L}=-1.000$$

$$1\text{st Harmonic 荷重}=1.058 \text{ kg/cm}$$

$$2\text{nd Harmonic 荷重}=0.000 \text{ kg/cm}$$

$$3\text{rd Harmonic 荷重}=-1.058 \text{ kg/cm}$$

(ii) スパン $L/4$ 点載荷のとき

$$a=\frac{L}{4}$$

$$\sin \frac{\pi}{L} a=0.707, \quad \sin \frac{2\pi}{L} a=1.000,$$

$$\sin \frac{3\pi}{L} a=0.707$$

$$\therefore 1\text{st Harmonic 荷重}=0.748 \text{ kg/cm}$$

$$2\text{nd Harmonic 荷重}=1.058 \text{ kg/cm}$$

$$3\text{rd Harmonic 荷重}=0.748 \text{ kg/cm}$$

各主桁のたわみ曲線は次式によって表わされる。

スパン中央載荷のとき

$$\delta_x=1.058 \left(\delta_1 \sin \frac{\pi}{L} x - \delta_3 \sin \frac{3\pi}{L} x \right) \dots \dots (19)$$

スパン $1/4$ 点載荷のとき

$$\begin{aligned} \delta_x = & 0.748 \delta_1 \sin \frac{\pi}{L} x + 1.058 \delta_2 \sin \frac{2\pi}{L} x \\ & + 0.748 \delta_3 \sin \frac{3\pi}{L} x \end{aligned} \dots \dots (20)$$

ここに, $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ はそれぞれ 1st, 2nd, 3rd Harmonic 荷重によるたわみで, 表-3 に示される。よって式(19)および式(20)にそれぞれ $x=\frac{1}{4}L, \frac{1}{2}L, \frac{3}{4}L$ を用いれば, 中央載荷の場合の $1/4L, 1/2L, 3/4L$ 点のたわみが計算される。いま, 主桁 ② の $1/4$ 点載荷の場合の主桁 ① の $1/4$ 点のたわみを求める。式(19)において,

$$x=\frac{1}{4}L, \quad \delta_1=0.3131, \quad \delta_3=0.0007$$

$$\begin{aligned} \delta_x &= 1.058 \left(0.3131 \sin \frac{\pi}{4} - 0.0007 \sin \frac{3\pi}{4} \right) \\ &= 1.058 (0.3131 \times 0.707 - 0.0007 \times 0.707) \\ &= 1.058 \times 0.3124 \times 0.707 = 0.2337 \text{ cm} \end{aligned}$$

このようにして計算したたわみ量を表-3 に示す。また比較のため, これら計算値を図-12 の中に () で記入してある。

5. 模型試験におけるたわみ測定値と理論値との比較

以上測定値と計算値とを比較すると, 比較的よく一致していることがわかる。いま代表的な載荷点位置におけるたわみについて比較すると 表-4 ようになる。

表-4

載荷点	たわみ (1/100 mm)			計算値に対する 差の%
	測定値	計算値	差	
② 中央	52.5	58.3	-5.8	-9.9
① "	55.0	57.1	-2.1	-3.7
① "	95.0	99.5	-4.5	-4.5
② 1/4 点	34.0	35.3	-1.3	-3.7
① "	35.8	35.5	+0.3	+0.8
① "	55.0	57.3	-2.3	-4.0

表-3 主桁直上載荷の場合のたわみ測定値 (1/100 mm) 荷重 51.95 kg

載荷桁	たわみ桁	中央載荷の場合			1/4 点載荷の場合		
		1/4 点	1/2L 点	3/4L 点	1/4 点	1/2L 点	3/4L 点
②	②	39.1	58.3	39.1	35.3	39.2	22.9
	① ③	23.4	33.1	23.4	17.6	23.4	15.4
	① ④	2.2	3.1	2.2	1.7	2.2	1.3
①	①	24.5	34.7	24.5	18.0	24.5	16.6
	①	40.3	57.1	40.3	35.5	39.3	22.7
	②	23.4	33.1	23.4	17.6	23.4	15.4
	③	5.9	8.4	5.9	4.2	5.9	4.0
	④	2.2	3.1	2.2	1.8	2.6	1.8
①	①	70.3	99.5	70.3	57.3	68.2	42.3
	①	24.5	34.7	24.5	18.1	24.5	16.5
	②	2.2	3.1	2.2	1.3	2.2	1.7
	③	-2.6	-3.7	-2.6	-1.8	-2.6	-1.8
	④	-1.9	-2.7	-1.9	-1.3	-1.9	-1.9

本試験では模型供試体の材料がエポキシ樹脂とガラスマットの積層板で、均質でないうらみがあり、試験の結果では E, G ともに 5% 程度のばらつきがあった。また着力点としては $\phi 28 \text{ mm}$ の円柱を用いたので完全な点荷重とはならなかった。なお、測定誤差等を考慮すると、表-4 に示される差の大きさ程度は止むを得ないものと考えられる。

6. む す び

筆者は、本稿に報告する端横桁のみを有する桁橋の模型試験と併行して、比較のために端横桁の外に中間横桁 2 本を有する同一寸法の模型につき、同一方法による載荷試験を行った。この場合の主桁のたわみ測定値は、演算子法による漸化変形法による計算値と比較して、かなりの一貫性のあることを確かめた。

今回の端横桁のみを有する桁橋についての理論解析法としては、床版を単位幅の横桁の連続と考え、その単位横桁が、各主桁上に、たわみおよびねじれ変位に対しそれぞれ弾性的に支承されているものと仮定して、つり合条件式を求め、任意の点における断面力およびたわみを、端主桁より漸次求める方法を用いた。そしてこのようにして求めたたわみ計算値は、上述の中間横桁を有する場合と同様、実測値に対し 5% 程度の誤差範囲で一致することがわかった。よって上記解析方法は実用的に利用しうるものであることが証明された。

最後に本研究にあたり、日本構造橋梁研究所の猪股俊司博士の御指導をいただき、また同社の的場技師に電算プログラム開発に御協力をありがとうございましたことを誌上をかり厚く感謝致します。

1974.1.16・受付



本 社	東京都中央区銀座 6-2-10	TEL 03 (571) 8655~7
分 室	東京都中央区銀座 5-1-15	TEL 03 (573) 0431~4
東 京 営 業 所	東京都千代田区麹町 4-2-6	TEL 03 (265) 6815
名 古 屋 営 業 所	名古屋市中区大須 3-6-6	TEL 052 (262) 5678
大 阪 営 業 所	大阪市北区芝田町 9-7	TEL 06 (372) 4945
建 築	東京都千代田区麹町 4-2-6	TEL 03 (265) 8384
大 月 工 場	山梨県大月市御太刀	TEL 05542(2) 1111
豊 橋 工 場	愛知県宝飯郡小坂井町	TEL 05337(2) 2121
神 戸 工 場	神戸市垂水区神出町南字苅屋谷	TEL 087 (965) 1221