

コンクリート構造連続桁のクリープによる 不静定力の一般式について

外 崎 忍*

1. まえがき

コンクリート構造連続桁は、多径間になってくると型わく支保工の転用や、コンクリート打設容量の問題から全径間同時施工はむずかしくなってくる。同時に施工されなかった場合には、コンクリートの施工ブロックごとにクリープ速度に差異を生じ、発生する不静定モーメントの解析は複雑になってくる。この解法はすでに文献1)などに示されているが、本報告では3連モーメント法の応用によって解析した一つの径間は定断面で同時施工される連続桁および、変断面で一つの径間内でも施工時期の異なる連続桁の微分方程式とマトリックスを利用したこの微分方程式の解法を示す。

2. 計算上の仮定

この解析には次の事項を仮定した。1) コンクリートの弾性係数は一定、2) 鉄筋やP C鋼の拘束の影響は無視、3) クリープ関数は $\varphi_t = k \varphi_n (1 - e^{-xt})$ 、ここで φ_n は断面の形状、外気の条件できるクリープ係数、 t は

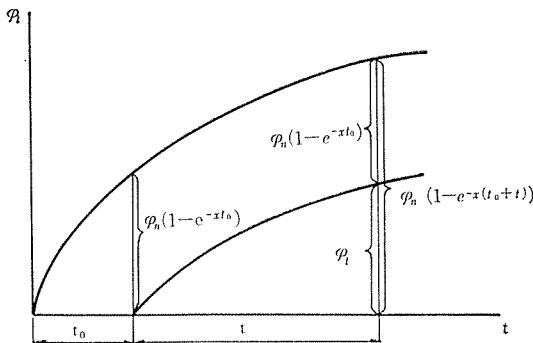


図-1

経過時間、 x はクリープ速度に関する係数である。また k は載荷時期による補正係数で、図-1 から次のようになる。

$k=1$ のとき（プレストレスト コンクリート設計施工指針より $\sigma/\sigma_\infty = 0.75$ のとき、 σ ：載荷するときのコンクリートの圧縮強度、 σ_∞ ：そのコンクリートの最終圧縮強度）から t_0 日経過後に載荷したとすると、

$$\begin{aligned} \varphi_t &= \varphi_n (1 - e^{-x(t_0 + t)}) - \varphi_n (1 - e^{-xt_0}) \\ &= \varphi_n e^{-xt_0} (1 - e^{-xt}) \\ \therefore k &= e^{-xt_0} \end{aligned}$$

3. 微分方程式

(1) 一つの径間は定断面で同時施工される連続桁

図-2 で支点①に着目し、 dt 時間のとう角の変化 $d\theta_i$ を考え、左右の桁端のとう角を等しく置くと次のように、支点 (i-1), ①, (i+1) に発生する不静定モーメントを含む微分方程式が得られる。

支点 ① 左側のとう角変化量

$$d\theta_i^l = \frac{1}{6EK_{i-1}} \left\{ 2dM_{i,i-1} - dM_{i-1,i} \right. \\ \left. + 2M_{i,i-1}e^{-xt_{i-1}}d\varphi - M_{i-1,i}e^{-xt_{i-1}}d\varphi \right. \\ \left. - \frac{6}{l_{i-1}}(L_{i,i-1} - L'_{i,i-1})e^{-xt_{i-1}}d\varphi \right\} \dots\dots\dots (1)$$

支点 ① 右側のとう角変化量

$$d\theta_i^r = \frac{1}{6EK_i} \left\{ 2dM_{i,i+1} - dM_{i+1,i} \right. \\ \left. + 2M_{i,i+1}e^{-xt_i}d\varphi - M_{i+1,i}e^{-xt_i}d\varphi \right. \\ \left. + \frac{6}{l_i}(L_{i,i+1} - L'_{i,i+1})e^{-xt_i}d\varphi \right\} \dots\dots\dots (2)$$

式 (1), (2) の第1, 2項は dt 時間に発生する不静

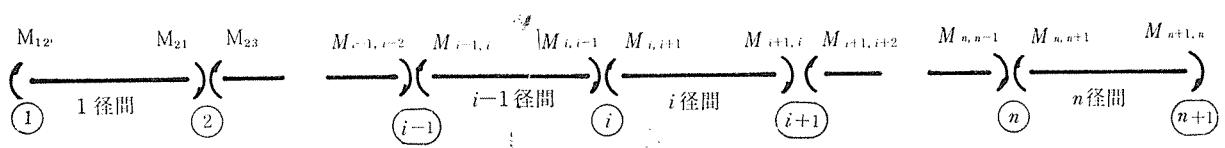


図-2

* 函館工業高等専門学校土木工学科

定モーメントによるとう角、第3、4項は t 時間までに発生した不静定モーメントに対して生じたクリープによるとう角、第5項は $t=0$ に作用している曲げモーメントに対して生じたクリープによるとう角を表わす。

$$\begin{aligned} d\theta_i^r &= d\theta_i^I, M_{i-1,i-2} = -M_{i-1,i}, M_{i,i-1} = -M_{i,i+1} \\ K_i &= I_i/l_i, K_{i-1} = I_{i-1}/l_{i-1}, m_{i-1} = K_i/K_{i-1} \text{ より} \\ m_{i-1} \frac{dM_{i-1,i-2}}{d\varphi} + 2(m_{i-1}+1) \frac{dM_{i,i-1}}{d\varphi} + \frac{dM_{i+1,i}}{d\varphi} \\ + m_{i-1}e^{-xt_{i-1}}M_{i-1,i-2} + 2(m_{i-1}e^{-xt_{i-1}} + e^{-xt_i})M_{i,i-1} \\ + e^{-xt_i}M_{i+1,i} - \frac{6m_{i-1}}{l_{i-1}}(L_{i,i-1} - L'_{i,i-1})e^{-xt_{i-1}} \\ - \frac{6}{l_i}(L_{i,i+1} - L'_{i,i+1})e^{-xt_i} &= 0 \dots \dots \dots \quad (3) \end{aligned}$$

ここで l_i, I_i は i 径間の支間および断面 2 次モーメントであり、 $L_{i,i-1}, L_{i,i+1}$ は $i-1$ 径間および i 径間を単純桁とした場合の死荷重や PC 鋼の偏心モーメントによる ⑦ 支点の左右の（とう角 $\times EI$ ）を示し、 $L'_{i,i-1}, L'_{i,i+1}$ は $t=0$ における ①(i-1), ②, ③(i+1) 支点モーメント（死荷重による不静定モーメントやプレストレスによる 2 次モーメント）による（とう角 $\times EI$ ）を示す。これらの計算式は次のようになる。

PC 鋼の偏心モーメントによる $L_{i,i-1}$ または $L_{i,i+1}$ 、ただし曲線部は放物線の場合（図-3 参照）：

イ) の場合（左側支点）

$$\begin{aligned} P/12[e_{pu}\{6(1+M_{i2})l_1 + (5M_{i2}+3M_{i3})l_2 + (3M_{i6} \\ + 5M_{i7})l_6 + 6M_{i7}l_7\} - e_{pl}\{(3M_{i3}+5M_{i4})l_3 + 6(M_{i4} \\ + M_{i5})l_4 + (5M_{i5}+3M_{i6})l_5\} - k_1\{(M_{i2}+3M_{i3})l_2 \\ + (3M_{i3}+M_{i4})l_3\} - k_2\{(M_{i5}+3M_{i6})l_5 + (3M_{i6} \\ + M_{i7})l_6\}] \end{aligned}$$

ロ) の場合（右側支点）

$$\begin{aligned} P/12[e_{pu}\{(3M_{i5}+5M_{i6})l_5 + 6(M_{i6}+1)l_6\} \\ - e_{pl}\{(3M_{i2}+5M_{i3})l_2 + 6(M_{i3}+M_{i4})l_3 + (5M_{i4} \\ + 3M_{i5})l_4\} - k_0(2M_{i2})l_1 - k_1\{4M_{i2}l_1 + (M_{i2} \\ + 3M_{i5})l_4\} - k_2\{(M_{i5}+3M_{i6})l_5 + (3M_{i6} \\ + M_{i7})l_6\}] \end{aligned}$$

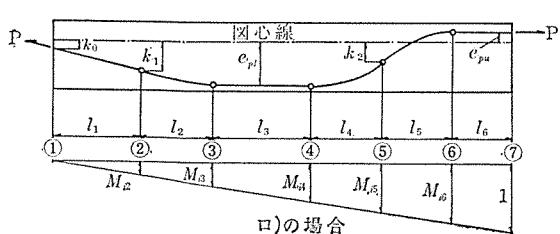
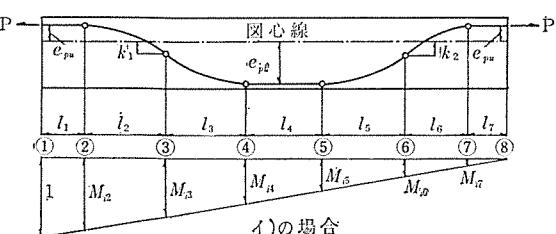


図-3

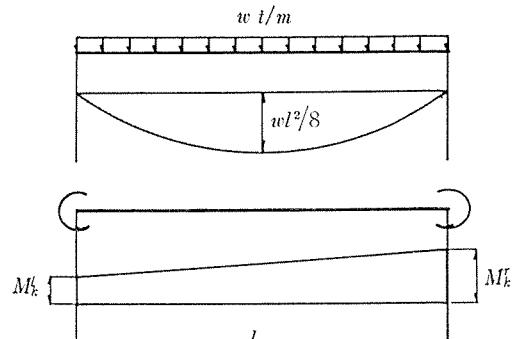


図-4

$$+ 3M_{i3})l_2\} - k_2\{(M_{i4}+3M_{i5})l_4 + (3M_{i5}+M_{i6}')l_5\}]$$

死荷重による $L_{i,i-1}, L_{i,i+1}$ (図-4 参照) : $wl^3/24$

支点モーメントによる $L'_{i,i-1}, L'_{i,i+1}$ (図-4 参照) :

$$\text{左側支点 } \frac{l}{6}(2M_k' + M_k'') \text{ 右側支点 } \frac{l}{6}(2M_k'' + M_k')$$

式 (3) が支点 ⑦ に関する微分方程式であるが、 n 径間連続桁では $M_{12}=0, M_{n+1,n}=0$ であるから次のようにクリープにより発生する不静定モーメント $M_{i,i-1}$ に関する $n-1$ 個の連立微分方程式が得られる。

$$\begin{aligned} 2(m_1+1) \frac{dM_{21}}{d\varphi} + \frac{dM_{32}}{d\varphi} + 2(m_1e^{-xt_1} + e^{-xt_2})M_{21} \\ + e^{-xt_2}M_{32} - m_1 \frac{6}{l_1}(L_{21} - L_{21}')e^{-xt_1} \\ - \frac{6}{l_2}(L_{23} - L_{23}')e^{-xt_2} = 0 \\ \frac{dM_{21}}{d\varphi} + 2(m_2+1) \frac{dM_{32}}{d\varphi} + \frac{dM_{43}}{d\varphi} + m_2e^{-xt_2}M_{21} \\ + 2(m_2e^{-xt_2} + e^{-xt_3})M_{32} + e^{-xt_3}M_{43} - \frac{6m_2}{l_2}(L_{32} \\ - L_{32}')e^{-xt_2} - \frac{6}{l_3}(L_{34} - L_{34}')e^{-xt_3} = 0 \\ \dots \dots \dots \\ m_{n-2} \frac{dM_{n-2,n-3}}{d\varphi} + 2(m_{n-2}+1) \frac{dM_{n-1,n-2}}{d\varphi} \\ + \frac{dM_{n,n-1}}{d\varphi} + m_{n-2}e^{-xt_{n-2}}M_{n-2,n-3} + 2(m_{n-2}e^{-xt_{n-2}} \\ + e^{-xt_{n-1}})M_{n-1,n-2} + e^{-xt_{n-1}}M_{n,n-1} - \frac{6m_{n-2}}{l_{n-2}} \\ \cdot (L_{n-1,n-2} - L'_{n-1,n-2})e^{-xt_{n-2}} - \frac{6}{l_{n-1}}(L_{n-1,n} \\ - L'_{n-1,n})e^{-xt_{n-1}} = 0 \\ m_{n-1} \frac{dM_{n-1,n-2}}{d\varphi} + 2(m_{n-1}+1) \frac{dM_{n,n-1}}{d\varphi} \\ + m_{n-1}e^{-xt_{n-1}}M_{n-1,n-2} + 2(m_{n-1}e^{-xt_{n-1}} \\ + e^{-xt_n})M_{n,n-1} - \frac{6m_{n-1}}{l_{n-1}}(L_{n,n-1} - L'_{n,n-1})e^{-xt_{n-1}} \\ - \frac{6}{l_n}(L_{n,n+1} - L'_{n,n+1})e^{-xt_n} = 0 \end{aligned}$$

(4)

(2) 変断面で一つの径間内でも施工時期の異なる連続桁

この場合は、一つの径間を適當な数のブロックに分割して変断面とクリープ補正係数の要素を入れたう角の計算を行なうほかは、(1) と同様な考え方で式が得られる。

支点 ④ 左側のう角変化量

$$\begin{aligned} d\theta_i^l &= \sum_{k=1}^{m_{i-1}} \phi_{i,i,k}^{G-1} dM_{i,i-1} - \sum_{k=1}^{m_i} \phi_{i,i-1,k}^{G-1} dM_{i-1,i} \\ &\quad + \sum_{k=1}^{m_{i-1}} e^{-xt_{i-1,k}} \phi_{i,i,k}^{G-1} M_{i,i-1} d\varphi \\ &\quad - \sum_{k=1}^{m_i} e^{-xt_{i-1,k}} \phi_{i,i-1,k}^{G-1} M_{i-1,i} d\varphi \\ &\quad - \sum_{k=1}^{m_i} e^{-xt_{i-1,k}} \phi_{i,0,k}^{G-1} d\varphi \dots \dots \dots \quad (5) \end{aligned}$$

支点 ⑤ 右側のう角変化量

$$\begin{aligned} d\theta_i^r &= \sum_{k=1}^{m_i} \phi_{i,i,k}^{G-1} dM_{i,i+1} - \sum_{k=1}^{m_i} \phi_{i,i+1,k}^{G-1} dM_{i+1,i} \\ &\quad + \sum_{k=1}^{m_i} e^{-xt_{i,k}} \phi_{i,i,k}^{G-1} M_{i,i+1} d\varphi \\ &\quad - \sum_{k=1}^{m_i} e^{-xt_{i,k}} \phi_{i,i+1,k}^{G-1} M_{i+1,i} d\varphi \\ &\quad + \sum_{k=1}^{m_i} e^{-xt_{i,k}} \phi_{i,0,k}^{G-1} d\varphi \dots \dots \dots \quad (6) \end{aligned}$$

ここで図-5 より

$$\begin{aligned} \phi_{i,i,k}^{G-1} &= \int_{kl}^{kr} \frac{M_{k1}^{(i-1)} M_{k1}^{(i-1)}}{E I_k^{(i-1)}} dl \\ \phi_{i,i,k}^{G-1} &= \int_{kl}^{kr} \frac{M_{k1}^{(i)} M_{k1}^{(i)}}{E I_k^{(i)}} dl \\ \phi_{i,i-1,k}^{G-1} &= \int_{kl}^{kr} \frac{M_{k1}^{(i-1)} M_{k2}^{(i-1)}}{E I_k^{(i-1)}} dl \\ \phi_{i,i+1,k}^{G-1} &= \int_{kl}^{kr} \frac{M_{k1}^{(i)} M_{k2}^{(i)}}{E I_k^{(i)}} dl \\ \phi_{i,0,k}^{G-1} &= \int_{kl}^{kr} \frac{M_{k1}^{(i-1)} M_{k0}^{(i-1)}}{E I_k^{(i-1)}} dl \\ \phi_{i,0,k}^{G-1} &= \int_{kl}^{kr} \frac{M_{k1}^{(i)} M_{k0}^{(i)}}{E I_k^{(i)}} dl \end{aligned}$$

$I_k^{(i-1)}$: $i-1$ 径間の k 番目の分割区間の断面 2 次モーメント

$I_k^{(i)}$: i 径間の k 番目の分割区間の断面 2 次モーメント

m_{i-1} : $i-1$ 径間の分割区間数

m_i : i 径間の分割区間数

$e^{-xt_{i-1,k}}$: $i-1$ 径間において k 番目の分割区間の載荷時期によるクリープ補正係数

$e^{-xt_{i,k}}$: i 径間において k 番目の分割区間の載荷時期によるクリープ補正係数

E : コンクリートのヤング係数

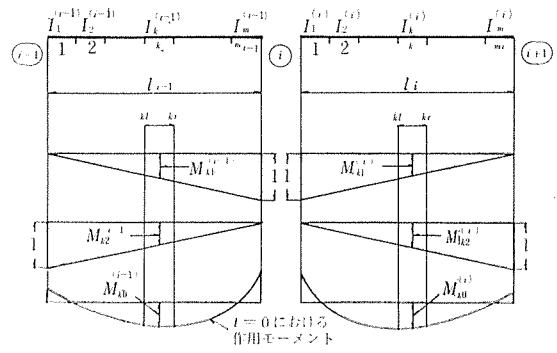


図-5

$$d\theta_i^l = d\theta_i^r, M_{i-1,i} = -M_{i-1,i-2}, M_{i,i-1} = -M_{i,i+1}$$

より

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^{m_{i-1}} \phi_{i,i-1,k}^{G-1} \frac{dM_{i-1,i-2}}{d\varphi} + \left(\sum_{k=1}^{m_{i-1}} \phi_{i,i,k}^{G-1} + \sum_{k=1}^{m_i} \phi_{i,i,k}^{G-1} \right) \frac{dM_{i,i-1}}{d\varphi} \\ &+ \sum_{k=1}^{m_i} \phi_{i,i+1,k}^{G-1} \frac{dM_{i+1,i}}{d\varphi} + \sum_{k=1}^{m_i} e^{-xt_{i-1,k}} \phi_{i,i-1,k}^{G-1} M_{i-1,i-2} \\ &+ \left(\sum_{k=1}^{m_{i-1}} e^{-xt_{i-1,k}} \phi_{i,i,k}^{G-1} + \sum_{k=1}^{m_i} e^{-xt_{i,k}} \phi_{i,i,k}^{G-1} \right) M_{i,i-1} \\ &+ \sum_{k=1}^{m_i} e^{-xt_{i,k}} \phi_{i,i+1,k}^{G-1} M_{i+1,i} - \sum_{k=1}^{m_i} e^{-xt_{i-1,k}} \phi_{i,0,k}^{G-1} \\ &- \sum_{k=1}^{m_i} e^{-xt_{i,k}} \phi_{i,0,k}^{G-1} = 0 \dots \dots \dots \quad (7) \end{aligned}$$

式(7)がこの場合の支点 ④ に関する微分方程式であり、(1) と同様に $M_{12}=0, M_{n+1,n}=0$ であるから次のように n 径間連続桁に対して $n-1$ 個の連立微分方程式が得られる。

$$\begin{aligned} &\left(\sum_{k=1}^{m_1} \phi_{2,2,k}^{(1)} + \sum_{k=1}^{m_2} \phi_{2,2,k}^{(2)} \right) \frac{dM_{2,1}}{d\varphi} + \sum_{k=1}^{m_1} \phi_{2,3,k}^{(1)} \frac{dM_{3,2}}{d\varphi} \\ &+ \left(\sum_{k=1}^{m_1} e^{-xt_{1,k}} \phi_{2,2,k}^{(1)} + \sum_{k=1}^{m_2} e^{-xt_{1,k}} \phi_{2,2,k}^{(2)} \right) M_{2,1} \\ &+ \sum_{k=1}^{m_2} e^{-xt_{2,k}} \phi_{2,3,k}^{(2)} M_{3,2} - \sum_{k=1}^{m_1} e^{-xt_{1,k}} \phi_{2,0,k}^{(1)} \\ &- \sum_{k=1}^{m_2} e^{-xt_{2,k}} \phi_{2,0,k}^{(2)} = 0 \\ &\sum_{k=1}^{m_2} \phi_{3,2,k}^{(2)} \frac{dM_{2,1}}{d\varphi} + \left(\sum_{k=1}^{m_2} \phi_{3,3,k}^{(2)} + \sum_{k=1}^{m_3} \phi_{3,3,k}^{(3)} \right) \frac{dM_{3,2}}{d\varphi} \\ &+ \sum_{k=1}^{m_3} \phi_{3,4,k}^{(3)} \frac{dM_{4,3}}{d\varphi} + \sum_{k=1}^{m_2} e^{-xt_{2,k}} \phi_{3,2,k}^{(2)} M_{2,1} \\ &+ \left(\sum_{k=1}^{m_2} e^{-xt_{2,k}} \phi_{3,3,k}^{(2)} + \sum_{k=1}^{m_3} e^{-xt_{2,k}} \phi_{3,3,k}^{(3)} \right) M_{3,2} \\ &+ \sum_{k=1}^{m_3} e^{-xt_{3,k}} \phi_{3,4,k}^{(3)} M_{4,3} - \sum_{k=1}^{m_2} e^{-xt_{2,k}} \phi_{3,0,k}^{(2)} \\ &- \sum_{k=1}^{m_3} e^{-xt_{3,k}} \phi_{3,0,k}^{(3)} = 0 \\ &\dots \dots \dots \\ &\sum_{k=1}^{m_{n-2}} \phi_{n-1,n-2,k}^{(n-2)} \frac{dM_{n-2,n-3}}{d\varphi} + \left(\sum_{k=1}^{m_{n-2}} \phi_{n-1,n-1,k}^{(n-2)} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^{m_{n-1}} \phi_{n-1,n-1,k}^{(n-1)} \right) \frac{dM_{n-1,n-2}}{d\varphi} + \sum_{k=1}^{m_{n-1}} \phi_{n-1,n,k}^{(n-1)} \frac{dM_{n,n-1}}{d\varphi} \\ &+ \sum_{k=1}^{m_{n-1}} e^{-xt_{n-2,k}} \phi_{n-1,n-2,k}^{(n-2)} M_{n-2,n-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\sum_{k=1}^{m_{n-2}} e^{-xt_{n-2}, k} \phi_{n-1, n-1, k}^{(n-2)} + \sum_{k=1}^{m_{n-1}} e^{-xt_{n-1}, k} \phi_{n-1, n-1, k}^{(n-1)} \right) \\
M_{n-1, n-2} & + \sum_{k=1}^{m_{n-1}} e^{-xt_{n-1}, k} \phi_{n-1, n, k}^{(n-1)} M_{n, n-1} \\
& - \sum_{k=1}^{m_{n-2}} e^{-xt_{n-2}, k} \phi_{n-1, 0, k}^{(n-2)} - \sum_{k=1}^{m_{n-1}} e^{-xt_{n-1}, k} \phi_{n-1, 0, k}^{(n-1)} = 0 \\
& \sum_{k=1}^{m_{n-1}} \phi_{n, n-1, k}^{(n-1)} \frac{dM_{n-1, n-2}}{d\varphi} + \left(\sum_{k=1}^{m_{n-1}} \phi_{n, n, k}^{(n-1)} + \sum_{k=1}^{m_n} \phi_{n, n, k}^{(n)} \right) \\
& \cdot \frac{dM_{n, n-1}}{d\varphi} + \sum_{k=1}^{m_{n-1}} e^{-xt_{n-1}, k} \phi_{n, n-1, k}^{(n-1)} M_{n-1, n-2} \\
& + \left(\sum_{k=1}^{m_{n-1}} e^{-xt_{n-1}, k} \phi_{n, n, k}^{(n-1)} + \sum_{k=1}^{m_n} e^{-xt_n, k} \phi_{n, n, k}^{(n)} \right) M_{n, n-1} \\
& - \sum_{k=1}^{m_{n-1}} e^{-xt_{n-1}, k} \phi_{n, 0, k}^{(n-1)} - \sum_{k=1}^{m_n} e^{-xt_n, k} \phi_{n, 0, k}^{(n)} = 0
\end{aligned}$$

(1) よび (2) の微分方程式の解 $M_{21}, M_{32} \dots$ は n 径間連続桁が形成された時点から任意時間までのもので、多径間の連続桁では施工の段階ごとにいろいろな形の連続桁が形成され、最後に全径間が連続となるわけであるから、途中のいろいろな連続桁の状態での発生モーメントを含めて次の計算を行なわなければならない。ただし全部の径間が同時にコンクリート打設される場合は発生モーメントはない。上式はどのような形の連続桁に対しても次数と係数の値を変えて入れるだけで適用できる。

4. 微分方程式の解法

表示を簡単にするため 式(4), (8) の変数も係数も別な記号に置き換える。

$$\begin{aligned}
f_{11} \frac{dx_1}{d\varphi} + f_{12} \frac{dx_2}{d\varphi} + \dots + f_{1n} \frac{dx_n}{d\varphi} \\
-a_{11}' x_1 - a_{12}' x_2 - \dots - a_{1n}' x_n - b_1' = 0 \\
f_{21} \frac{dx_1}{d\varphi} + f_{22} \frac{dx_2}{d\varphi} + \dots + f_{2n} \frac{dx_n}{d\varphi} \\
-a_{21}' x_1 - a_{22}' x_2 - \dots - a_{2n}' x_n - b_2' = 0 \\
\dots \\
f_{n1} \frac{dx_1}{d\varphi} + f_{n2} \frac{dx_2}{d\varphi} + \dots + f_{nn} \frac{dx_n}{d\varphi} \\
-a_{n1}' x_1 - a_{n2}' x_2 - \dots - a_{nn}' x_n - b_n' = 0
\end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} f_{11} f_{12} \dots f_{1n} \\ f_{21} f_{22} \dots f_{2n} \\ \dots \\ f_{n1} f_{n2} \dots f_{nn} \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} a_{11}' a_{12}' \dots a_{1n}' \\ a_{21}' a_{22}' \dots a_{2n}' \\ \dots \\ a_{n1}' a_{n2}' \dots a_{nn}' \end{bmatrix} = A' \begin{bmatrix} b_1' \\ b_2' \\ \dots \\ b_n' \end{bmatrix} = B'$$

ここで $A = F^{-1}A'$, $B = F^{-1}B'$ とすれば上式は

$$E \frac{dX}{d\varphi} = AX + B \quad (10)$$

で表わされ、この一般解は

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ r_{21} r_{22} \dots r_{2n} \\ \dots \\ r_{n1} r_{n2} \dots r_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 \varphi} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 \varphi} & \dots & 0 \\ \dots \\ 0 & 0 & \dots & e^{\lambda_n \varphi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \dots \\ C_n \end{bmatrix}$$

$$- \begin{bmatrix} a_{11} a_{12} \dots a_{1n} \\ a_{21} a_{22} \dots a_{2n} \\ \dots \\ a_{n1} a_{n2} \dots a_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} \dots \quad (11)$$

初期条件 $\varphi=0$, $x_1=x_2=\dots=x_n=0$ を代入して、 C_1, C_2, \dots, C_n を決定すると解は次のようになる。ただし $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ は A に関する固有値であり、 r_{ij} はおのおのの固有ベクトルである。

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ r_{21} & r_{22} \dots r_{2n} \\ \dots \\ r_{n1} r_{n2} \dots r_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 \varphi} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 \varphi} & \dots & 0 \\ \dots \\ 0 & 0 & \dots & e^{\lambda_n \varphi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ r_{21} & r_{22} \dots r_{2n} \\ \dots \\ r_{n1} r_{n2} \dots r_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} \dots \quad (12)$$

マトリックス F および A' はいずれも対角線を軸として対称であり、また対角線とその左右以外の要素は 0 となる。

5. 計算例

(1) 一つの径間は定断面で同時施工される連続桁

5 径間連続等径間RC桁の計算例を示すが、施工方法は2通りを考えた。両方ともクリープ係数 $\varphi_n=1.0$, $x=1/120$ とした。また支間は各 10 m, 断面 2 次モーメントは全径間一定、静荷重強度は 10 t/m である。

a) 順次施工の場合 図-6 に施工順序および施工段階ごとのモーメント図が示されているが、左端より 1, 2, 3, 4, 5 径間の順で 30 日ごとに 1 径間が施工されるものとする。したがって、2 径間連続桁は 3 径間目に載荷されるまで、4 径間連続桁は 5 径間目に載荷されるまで、4 径間連続桁は 5 径間目に載荷されるまでおののおの 30 日間のクリープによる不静定モーメントを生ずる。そして 5 径間連続桁は $t=\infty$ までの不静定モーメントを生ずる。図に示す日数は、5 径間目の支保工が撤去される時点を 0 にして、それ以前は負号で表わした。また支保工を撤去する時期は、どの場合も載荷時期によるクリープ補正係数 $k=1$ のときとした。参考として 4 径間連続桁が 5 径間目に載荷されるまでの計算の入力データを表-1 に示す。またこの場合のマトリックス F, A', B' の値を次に示す。

$$F = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} -2.1578 & -0.6065 & 0.0000 \\ -0.6065 & -2.7707 & -0.7788 \\ 0.0000 & -0.7788 & -3.5576 \end{bmatrix}$$

$$B' = \begin{bmatrix} 91.980 \\ 99.424 \\ 163.114 \end{bmatrix}$$

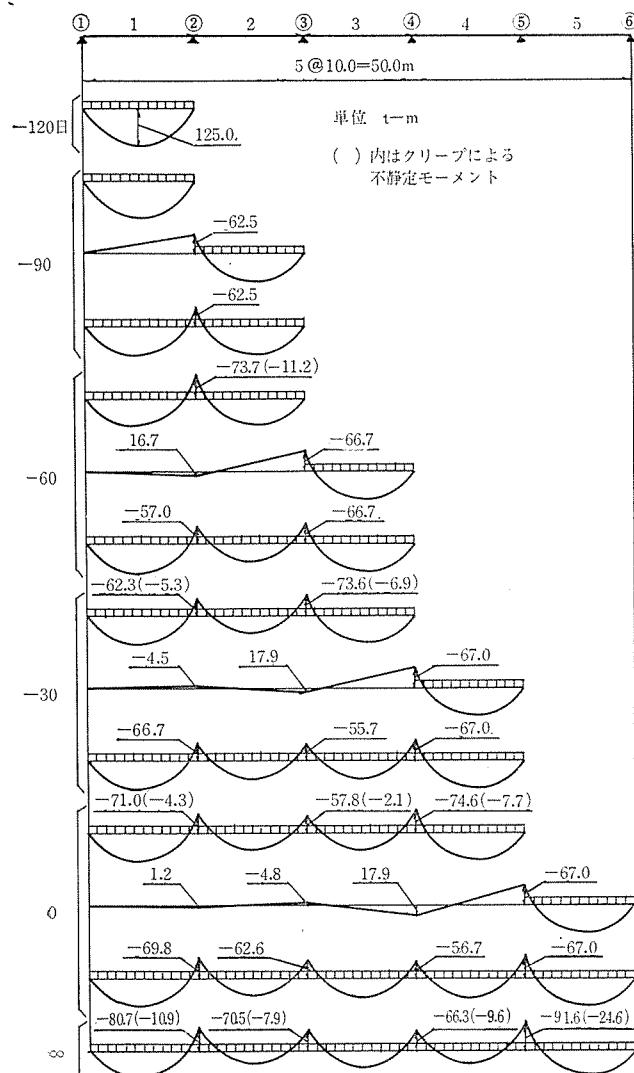


図-6

表-1

i	t_{i-1}	t_i	$L_{i,i-1}$	$L_{i,i+1}$	$L'_{i,i-1}$	$L'_{i,i+1}$
2	90	60	416.67	416.67	222.40	315.22
3	60	30	"	"	296.83	297.23
4	30	0	"	"	316.02	223.20

$$x = \frac{1}{120}, \varphi = 0.2212 \text{ (30日間あたり)}$$

b) 中央径間を最後に施工する場合 図-7に施工順序および施工段階のモーメント図が示されているが、1, 2, 5, 4, 3径間の順で30日ごとに1径間が施工されるものとする。したがって、1, 2の2径間連続桁は5径間連続桁となるまでに90日、4, 5の2径間連続桁は30日間のクリープによる不静定モーメントを生ずる。そして5径間連続桁は $t=\infty$ までの不静定モーメントを生ずる。

a), b) の施工順序で(クリープによる不静定モーメント+静荷重モーメント)と静荷重モーメントのみの場合および全径間同時施工(コンクリート打設も支保工撤去

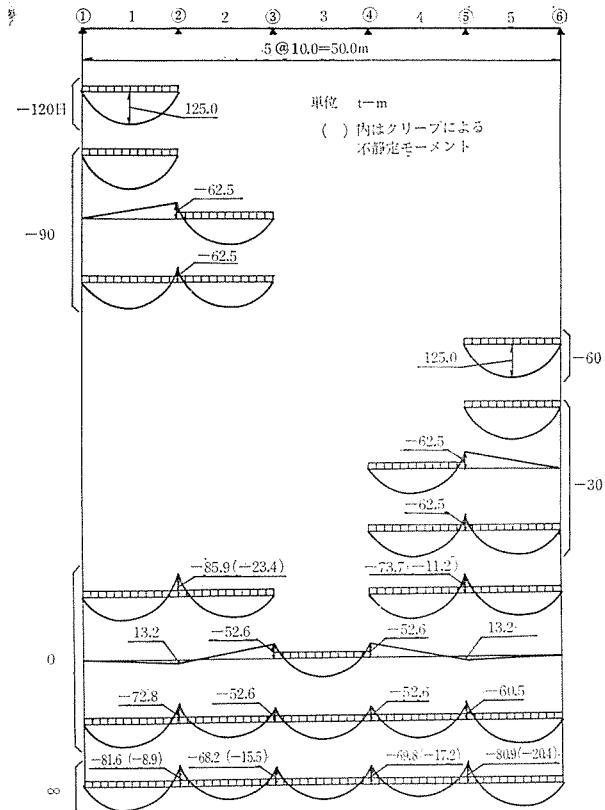


図-7

も同じで、クリープによる不静定モーメントを生じない)の場合の静荷重モーメントを比較したものを表-2に示す。これによるとクリープによる不静定モーメントを考慮した場合は、考慮しなかった場合と全径間同時施工の場合の中間になることがわかる。

表-2

支点	イ) の施工順序		ロ) の施工順序		全径間同 時施工
	クリープ を考慮	静荷重のみ	クリープ を考慮	静荷重のみ	
②	-80.66	-49.09	-81.62	-49.34	-105.26
③	-70.48	-53.59	-68.16	-52.63	-78.95
④	-66.29	-53.59	-69.82	-52.63	-78.95
⑤	-91.56	-49.09	-80.88	-49.34	-105.26

(2) 一つの径間内でも施工時期の異なる変断面連続桁

両端に突桁を有する4径間連続PRC桁で、支間割は $10.0+4@28.75+10.0$ となっている構造の計算例を示す。(図-8参照)。施工方法は支保工上でコンクリートを打設し養生するが、1次施工区間でコンクリート打設、養生後支保工を転用して2次施工区間のコンクリート打設を行なう。載荷時期によるクリープ補正係数 e^{-xt} の x は720日間にクリープが95%終了するものとして、0.00413とする。また t については、2次施工区間はプレストレス導入および支保工撤去時 $\sigma/\sigma_\infty=0.75$ として $t=0$ 、1次施工区間は $\sigma/\sigma_\infty=0.75$ に達してから、2次

表-3

モーメント (t-m)	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
桁自重による曲げモーメント	-731	395	-1 115	363	-795	365	-1 111	397	-731
同上のクリープによる発生モーメント	0	26	52	-41	-134	-43	49	24	0
プレストレスによる曲げモーメント	62	-66	82	10	-10	10	82	-66	62
同上のクリープによる発生モーメント	0	-1	-2	-6	-9	-6	-2	-1	0
橋面荷重による曲げモーメント	-171	120	-152	67	-241	67	-152	120	-171
同上のクリープによる発生モーメント	0	1	1	-2	-5	-2	1	1	0
③曲げモーメントの合計	-840	449	-1 185	440	-1 046	442	-1 181	451	-840
⑤クリープによる発生モーメントの合計	0	26	51	-49	-148	-51	48	24	0
⑥/④ (%)	0	6	-4	-11	14	-12	-4	5	0

注: ①②③……の位置は 図-8 参照

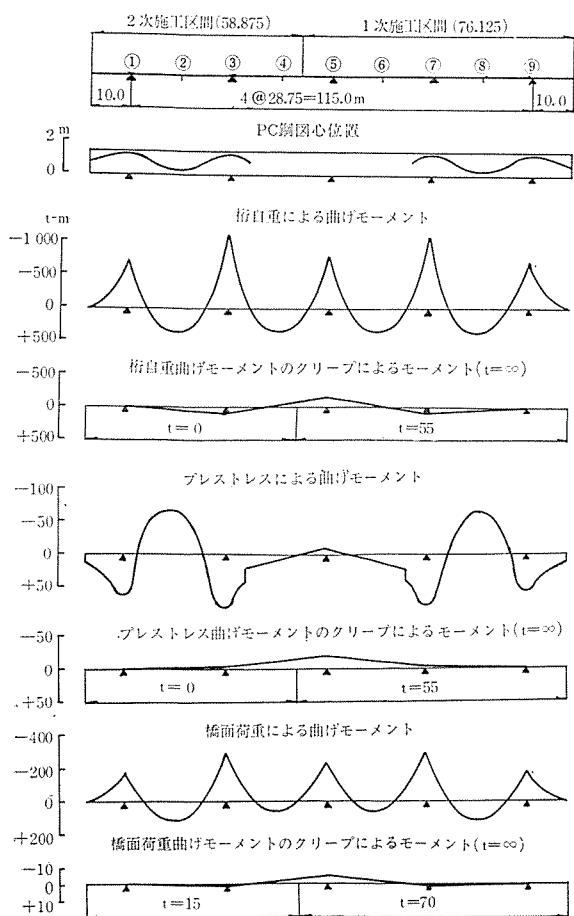


図-8

施工区間の支保工撤去時まで 55 日経過するものとして $t=55$ とする。また舗装高欄等橋面荷重は 2 次施工区間の支保工撤去後約 2 週間後にかかるものとして、1 次施工区間は $t=70$ 、2 次施工区間は $t=15$ とする。図-8、表-3 に $t=0$ における桁自重による曲げモーメント、プレストレスによる曲げモーメント（2 次応力を含む）、橋面荷重による曲げモーメントおよび、クリープ係数 $\varphi_n=2.5$ とした場合の $t=\infty$ におけるそれぞれのクリー

プにより発生する不静定モーメントを示す。

6. む す び

同時施工のむずかしい多径間連続桁の設計において、クリープ³により発生する不静定モーメントは従来無視されることが多かった。しかし文献 1) にも紹介されているように、死荷重曲げモーメントに比較し、無視できる量ではないことがわかる。ところでこの不静定モーメントの計算を微分方程式を解いて代数式で表わすことは、2 次（3 径間連続桁）くらいが限度であり、これ以上になると非常に複雑で算式を代数式で与えることは困難である。文献 4), 5) ではこの問題をコンピューターで計算させることを目的とし、微分方程式の解法にはマトリックスを用い、また式の形もこれに適したものになるようまとめた。

この報告では文献 4), 5) の内容と計算例および定断面のプレストレストコンクリート桁の計算を容易にするための P C 鋼偏心モーメントによる角の計算式を示した。式(9) の係数 f_{ij} , a_{ij}' は規則的であり、また解を求める式 (12) も固有値、固有ベクトル、マトリックス演算のみであるので、電算機のプログラミングは容易である。

参 考 文 献

- 猪股俊司：不静定コンクリート構造物においてクリープにより発生する不静定力の計算方法、セメントコンクリート
- 栖原二郎：マトリックス算法概説、コンピューターによる構造工学講座
- 酒井忠明：構造力学、技報堂
- 外崎 忍：連続化したクリープによる不静定力の一般式について、土木学会第 27 回年次学術講演会概要集 No. 5
- 西本藤彦・外崎 忍：施工ブロック毎の時間差を考慮したコンクリート構造変断面連続化したクリープによる不静定力解析、昭和 47 年度土木学会北海道支部研究発表会論文集

1973.1.16・受付