

プレストレスト コンクリート不静定架構の クリープ応力解析 (4)

六 車 熙*

第4章 クリープ応力別解法

1. 概 説

いままでのべたクリープ応力解析法は、PC部材のクリープ変形に着目したたわみ角法基本式にもとづくものであった。第2章で詳述したように、基本式の誘導過程は弾性力学におけるたわみ角法基本式とまったく同じであって、ただ、部材に強制的におこさせる変位がクリープの法則にしたがう時間の関数である点が相異なる。したがって、基本式そのものの形は弾性力学におけるそれとまったく同形であり、第3章でのべたモーメント分配法などの漸近計算が可能となる。

しかしながら、第2章でのべた基本式は、架構各部材のクリープ変形を強制的におこさせるのに必要な応力、たとえば、第2章式(2.1)の軸圧力 $\Delta N_{AB(O) \cdot t-t}$ に対し、これの関与するクリープ変形を式(2.3)の近似、すなわち、

$$\int_{\tau}^t \Delta N_{AB(A) \cdot t-\tau} \frac{d\varphi_{pt}}{dt} dt \doteq \Delta N_{AB(A) \cdot t-\tau} \frac{\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau}}{2}$$

を適用して積分方程式(2.1)の解として式(2.4)を得た。したがって、第2章の基本式は上記の近似のもとに得られた近似解であって、厳正理論ではない。実際に式(2.1)の厳正解は得られないのであるが、クリープ変形が弾性変形の何倍という数式表示をとることから、少なくともクリープ変形はクリープ係数に比例しておこるといふ近似の方が、上記のきわめて大胆な近似よりはすぐれているであろうことが推論できる。本章では、このような考え方を基本にする別の基本式について述べる。

2. 一定変形のもとにおこる応力の減衰

クリープ応力の解析にあたってすでに述べたように、部材の単位弾性変形に対するクリープ変形を考え、これをクリープ係数 φ_{pt} , φ_{mt} で表わした。このことは、作用荷重が一定不変であるときの変形の増進を知ることが基礎になっていて、これを応力を未知量にとった不静定

架構の解析にとり入れ、第2章のたわみ角法系統の理論をたてた。これに対して、われわれが今日広く実用に供している高層架構のたわみ角法系統の解法では、一定変形のもとにおこる応力を知ることが基礎となっていて、たわみ角法クリープの問題をとり入れる一つの考え方として、部材に一定軸方向変位または一定回転変位をあたえて、そのときのクリープによる応力の減衰状態を知り、これを利用したたわみ角法理論の展開が可能となる。本項では、このような一定変形のもとにおこる応力減衰の性質について述べる。

図-23(a)において、時間 $t=t_1$ のときに、部材ABに一定軸方向変形+1(圧縮変形を正)を、あたえたものとしよう。この変形をおこすのに必要な弾性軸圧力を Y (圧縮力を正)とすると、時間の経過とともにクリープがおこるから Y は減衰する。コンクリートの収縮の影響はここでは考えないことにし、時間 t までに減衰する軸圧力を ΔY_{t-t_1} (圧縮力を正)とすると、一定変形を保つ条件は式(1.8)を利用してつぎのようになる。

$$\frac{Y}{D_{AB}}(\varphi_{pt} - \varphi_{pt_1}) + \frac{\Delta Y_{t-t_1}}{D_{AB}} + \int_{t_1}^t \frac{\Delta Y_{t-t_1}}{D_{AB}} \cdot \frac{d\varphi_{pt}}{dt} dt = 0 \dots \dots \dots (4.1)$$

ここに、

D_{AB} : 部材 AB の全材長に対する平均圧縮剛度 (式(2.2) 参照)

φ_{pt} : 部材 AB の平均軸方向クリープ係数 (式(1.64) 参照)

式(4.1)を初期条件 $t=t_1$ で $\Delta Y_{t-t_1}=0$ のもとに解けば、

$$\Delta Y_{t-t_1} = -Y(1 - e^{-(\varphi_{pt} - \varphi_{pt_1})}) \dots \dots \dots (4.2)$$

したがって、時間 t において残存する軸圧力 Y_{t-t_1} は、

$$Y_{t-t_1} = Y + \Delta Y_{t-t_1} = Ye^{-(\varphi_{pt} - \varphi_{pt_1})} \dots \dots \dots (4.3)$$

となる。すなわち、一定軸方向変形を保たせると、軸圧力の方は $e^{-(\varphi_{pt} - \varphi_{pt_1})}$ 倍に減衰する。最初に軸方向変形をあたえるのに必要な弾性軸圧力 Y の減少量 ΔY_{t-t_1} は

* 工博 京都大学教授 工学部

式(4.2)であたえられるが、これは一定弾性軸圧力 Y による自由クリープ変形を打消すために必要な付加軸圧力に相当するものであって、次項でのべるたわみ角法基本式の誘導の基本となるものである。

なお、式(4.2)または式(4.3)には、コンクリートの収縮の影響が考慮されていない。ここでは、収縮ひずみを完全拘束したときに、部材に生ずる軸圧力 $\Delta Y_{s,t-t_1}$ (圧縮力を正)について考えよう。式(1.9)を利用して収縮ひずみを完全拘束する条件は、

$$+\frac{\Delta Y_{s,t-t_1}}{D_{AB}} + \int_{t_1}^t \frac{\Delta Y_{s,t-t_1}}{D_{AB}} \cdot \frac{d\varphi_{pt}}{dt} dt + \frac{S_n}{\varphi_n} (\varphi_{pt} - \varphi_{pt_1}) = 0 \quad \dots\dots\dots(4.4)$$

ここに、

S_n : コンクリートの一様収縮ひずみ最終値

φ_n : コンクリートのクリープ係数最終値

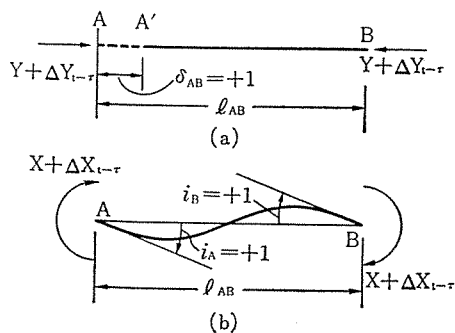
式(4.4)を初期条件 $t=t_1$ で $\Delta Y_{s,t-t_1}=0$ のもとに解けば、

$$\Delta Y_{s,t-t_1} = -D_{AB} \frac{S_n}{\varphi_n} (1 - e^{-(\varphi_{pt} - \varphi_{pt_1})}) \dots\dots(4.5)$$

を得る。式(4.2)と式(4.5)とを比較すると、両者は同形であり、式(4.2)の弾性軸圧力 Y に相当するものは式(4.5)では $D_{AB}S_n/\varphi_n$ である。すなわち、収縮ひずみを完全拘束することは、ひずみ S_n/φ_n を瞬間的におこし、以後はこれを一定に保持したときの軸圧力変化とまったく等価であるといえる。 $D_{AB}S_n/\varphi_n$ のことを収縮等価軸圧力とよんでいる。

図-23 (b) に示す部材 AB の両端に弾性回転角 $+1$ (時計方向を正) をあたえ、これを、一定不変に保つ場合の材端曲げモーメントについても、同図 (a) の場合とまったく同様に、変化曲げモーメントおよび残存曲げモーメントをうる。すなわち、回転角 $+1$ をおこすのに必要な材端弾性曲げモーメントを X (図示の時計方向表示モーメントを正)、任意時間 t までに減衰した曲げモーメントを ΔX_{t-t_1} (X と同じ方向を正) とすれば式(1.10)を利用して、

図-23



$$\frac{X}{K_{AB}} (\varphi_{mt} - \varphi_{mt_1}) + \frac{\Delta X_{t-t_1}}{K_{AB}} + \int_{t_1}^t \frac{\Delta X_{t-t_1}}{K_{AB}} \cdot \frac{d\varphi_{mt}}{dt} dt = 0 \dots\dots\dots(4.6)$$

ここに、

K_{AB} : 部材 AB の全材長に対する平均曲げ剛度 (式(2.14) 参照)

φ_{mt} : 部材 AB の平均回転クリープ変形

式(4.6)の解は

$$\Delta X_{t-t_1} = -X(1 - e^{-(\varphi_{mt} - \varphi_{mt_1})}) \dots\dots\dots(4.7)$$

したがって、残存曲げモーメントは、

$$X_{t-t_1} = X + \Delta X_{t-t_1} = X e^{-(\varphi_{mt} - \varphi_{mt_1})} \dots\dots(4.8)$$

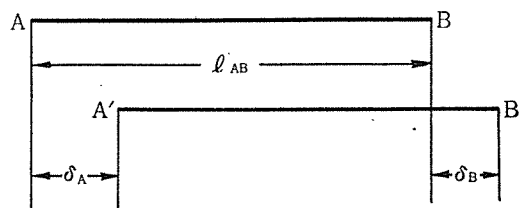
となって、 $e^{-(\varphi_{mt} - \varphi_{mt_1})}$ 倍に減衰することがわかる。

3. 応力減衰性状を利用した不静定軸方向クリープ応力基本式

前項でのべた部材変位を一定に保ったときの応力減衰性状を使用してたわみ角法基本式を求める。本項では架構各部材の軸方向変形に関する基本式について述べる。

まず、一体式架構各部材に設計荷重による軸圧力が作用している場合を考える。一体式架構の各部材にプレストレスを導入する場合はこれにあたる。実際上は、はり材にプレストレス以外の設計荷重による軸力が作用することはないと考えてよく、また、柱材軸圧力は床版に作用する積載荷重のいちじるしい不均等がない限り、柱材軸圧力の不均等はきわめて小で、通常これを無視してよい。したがって、実用上は架構各部材に導入されるプレストレス力による軸圧力だけを考えればよいのであるが、ここでは一般的に論を進めるために、設計荷重による軸圧力が各部材におこるものとして取扱う。図-24

図-24



は、一体式架構の部材 AB をとり出し、設計荷重によって材端 A および B にそれぞれ弾性水平変位 δ_A および δ_B がおこった状態を示したものである。水平変位は図で右方への移動を正とする。部材 AB 自身に作用する軸方向設計荷重 (たとえば部材 AB に導入されるプレストレス力) による自由軸方向弾性変形を完全阻止するのに必要な軸圧力、すなわち、軸圧力荷重項を $N_{AB(a)}$ (圧縮力を正) とすれば部材 AB におこる弾性軸圧力 N_{AB} (圧縮力を正) はつぎのようになる。

$$N_{AB} = \frac{D_{AB}}{l_{AB}}(\delta_A - \delta_B) + N_{AB(0)} \dots\dots\dots(4.9)$$

ここに、 l_{AB} は部材 A B の長さである。軸圧力荷重項 $N_{AB(0)}$ は部材 A B に作用する軸方向設計荷重そのものと同じ大きさで、方向正反対の軸方向力であって、クリープによる減衰はおこらない。ただし、プレストレス力については部材のコンクリート断面にだけ作用する軸圧力であるから、コンクリート断面と緊張材断面とをあわせ考えた断面に作用するプレストレス力以外の設計軸圧力と混同してはならない。数式表示の統一をはかるためには、プレストレス力 P のかわりに等価な軸圧力 PD_{AB}/D_C を用いれば、プレストレス力以外の設計軸圧力と同様な外力としてこれを取扱うことができる。水平変位 δ_A および δ_B に対応する弾性軸圧力は、 δ_A および δ_B を一定不変に保つことによって前述のように減衰がおこる。一方、弾性軸圧力 N_{AB} は、弾性応力解析によって節点 A および B の水平方向力のつり合条件が満足するように計算された既知量であり、クリープ応力解析には弾性軸圧力のつり合いまで再び考慮する必要はない。要はクリープによる架構各節点の変化応力(応力再分配量)だけのつり合いを考えればよい。変位についても同様に δ_A および δ_B は弾性計算で既知量であり、したがってクリープによる各節点変位の変化量のつり合いだけを考えればよい。したがって、 δ_A および δ_B を一定不変に保つ場合におこる軸圧力変化量は、式(4.2)を用いてつぎのようになる。

$$\Delta \bar{N}_{AB \cdot t-\tau} = -\frac{D_{AB}}{l_{AB}}(\delta_A - \delta_B)(1 - e^{-(\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau})}) \dots\dots\dots(4.10)$$

ただし、上式で設計荷重は $t=\tau$ から持続作用するものとして表わしてある。

組立架構の場合には、組立後に作用する軸圧力に関しては上記と同じであることはいうまでもない。組立前に作用する軸圧力(たとえば導入プレストレス力)については、軸圧力 N_{AB} (圧縮力を正)を載荷したときにおこる弾性軸方向変形を δ_{AB} (圧縮変形を正)とすれば、

$$N_{AB} = \frac{D_{AB}}{l_{AB}}\delta_{AB} \dots\dots\dots(4.11)$$

であり、したがって、組立完了時 $t=\tau$ 以後変形がおこらぬように両端を完全拘束したときの軸圧力変化量は、

$$\Delta \bar{N}_{AB \cdot t-\tau} = -\frac{D_{AB}}{l_{AB}}\delta_{AB}(1 - e^{-(\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau})}) \dots\dots\dots(4.12)$$

となり、式(4.10)における $\delta_A - \delta_B$ が部材 A B の軸方向弾性変形 δ_{AB} にあたることを考えれば、組立構造であっても一体式架構であっても変形を一定に拘束した場合におこる軸圧力変化量 $\Delta \bar{N}_{AB \cdot t-\tau}$ は、式(4.10)また

は式(4.12)で一般に表わされることになる。本文では便宜上式(4.10)の表示を用いて論をすすめよう。

さて、式(4.10)のように各部材に変化軸圧力がおこると、任意時間 t のときには節点における水平方向力(または垂直方向力)変化量のつり合い条件が成立しない。このつり合い条件を満足させるためには、節点 A および B にそれぞれ $\Delta \delta_{A \cdot t-\tau}$ および $\Delta \delta_{B \cdot t-\tau}$ という節点水平変位(図-24 で右方への変位を正)を、新たに加算してやらなければならない。この追加変位は $t=\tau$ 以後に N_{AB} の減衰するにしたがって補なうものであるから、 $t=\tau$ では 0 であり、時間の経過とともに漸増していく性質のものである。したがって、この追加変位に対する軸圧力補正值 $\Delta \bar{N}'_{AB \cdot t-\tau}$ もまた時の経過とともに漸増してゆく。したがって、式(1.9)を利用して

$$\Delta \delta_{A \cdot t-t} - \Delta \delta_{B \cdot t-\tau} = \frac{l_{AB}}{D_{AB}} \left(\Delta \bar{N}'_{AB \cdot t-\tau} + \int_{\tau}^t \Delta \bar{N}'_{AB \cdot t-\tau} \frac{d\varphi_{pt}}{dt} dt \right) \dots\dots\dots(4.13)$$

を得る。これより $\Delta \bar{N}'_{AB \cdot t-\tau}$ を求めるのであるが、このままでは解を得ることはできない。第 2 章においては、右辺積分項に対し、式(2.3)の近似を適用したのであるが、ここでは 1 項でのべたように別の方法で近似する。すなわち、水平変位 $\Delta \delta_{A \cdot t-\tau}$ および $\Delta \delta_{B \cdot t-\tau}$ は、ほぼ軸方向クリープ係数 φ_{pt} と相似に進行すると考えても大差ないから、

$$\left. \begin{aligned} \Delta \delta_{A \cdot t-\tau} &\doteq \frac{\Delta \delta_{A \cdot n-\tau}}{\varphi_{pn} - \varphi_{p\tau}} (\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau}) \\ \Delta \delta_{B \cdot t-\tau} &\doteq \frac{\Delta \delta_{B \cdot n-\tau}}{\varphi_{pn} - \varphi_{p\tau}} (\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.14)$$

と仮定することができる。ここに、

$\Delta \delta_{A \cdot n-\tau}$, $\Delta \delta_{B \cdot n-\tau}$: それぞれ $\Delta \delta_{A \cdot t-\tau}$ および $\Delta \delta_{B \cdot t-\tau}$ の $t \rightarrow \infty$ における値

φ_{pn} : φ_{pt} 最終値

である。式(4.14)を式(4.13)に代入して解を求めると、

$$\left. \begin{aligned} \Delta \bar{N}'_{AB \cdot t-\tau} &= \frac{D_{AB}}{l_{AB}} \cdot \\ &\frac{\Delta \delta_{A \cdot n-\tau} - \Delta \delta_{B \cdot n-\tau}}{\varphi_{pn} - \varphi_{p\tau}} (1 - e^{-(\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau})}) \\ &= \frac{D_{AB}}{l_{AB}} \cdot \\ &\frac{\Delta \delta_{A \cdot t-\tau} - \Delta \delta_{B \cdot t-\tau}}{\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau}} (1 - e^{-(\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau})}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.15)$$

となる。したがって、部材 A B の任意時間 t における軸圧力変化量 $\Delta N_{AB \cdot t-\tau}$ は、式(4.10)および(4.15)を加算してつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \Delta N_{AB \cdot t-\tau} &= \Delta \bar{N}_{AB \cdot t-\tau} + \Delta \bar{N}'_{AB \cdot t-\tau} \\ &= \frac{D_{AB}}{l_{AB}} \left[\frac{\Delta \delta_{A \cdot t-\tau} - \Delta \delta_{B \cdot t-\tau}}{\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau}} - (\delta_A - \delta_B) \right] \\ &\quad (1 - e^{-(\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau})}) \dots \dots \dots (4.16) \end{aligned}$$

式 (4.16) には、コンクリートの収縮の影響が加算されていない。両端完全拘束した場合の収縮による応力をこれに加算すればよいから、式 (4.5) をこれに加算してつぎの一般式が得られる。

$$\begin{aligned} \Delta N_{AB \cdot t-\tau} &= \frac{D_{AB}}{l_{AB}} \left[\frac{\Delta \delta_{A \cdot t-\tau} - \Delta \delta_{B \cdot t-\tau}}{\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau}} - (\delta_A - \delta_B) \right. \\ &\quad \left. - \frac{S_n}{\varphi_n} l_{AB} \right] (1 - e^{-(\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau})}) \dots \dots \dots (4.17) \end{aligned}$$

ここに、未知数は $\Delta \delta_{A \cdot t-\tau}$ および $\Delta \delta_{B \cdot t-\tau}$ であって、第 2 章 4 項でのべたつり合方程式をとくことによってこれを知ることができる。

なお、式 (4.17) を弾性応力解析における基本式 (4.9) と同じ形の表示に書きなおすと、

$$\begin{aligned} \Delta N_{AB \cdot t-\tau} &= \frac{D_{AB}}{l_{AB}} \cdot \frac{1 - e^{-(\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau})}}{\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau}} \\ &\quad (\Delta \delta_{A \cdot t-\tau} - \Delta \delta_{B \cdot t-\tau}) + \Delta N_{AB(0) \cdot t-\tau} \dots \dots \dots (4.18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta N_{AB(0) \cdot t-\tau} &= - \frac{D_{AB}}{l_{AB}} \left[(\delta_A - \delta_B) - \frac{S_n}{\varphi_n} l_{AB} \right] \\ &\quad (1 - e^{-(\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau})}) \dots \dots \dots (4.19) \end{aligned}$$

となる。 $\Delta N_{AB(0) \cdot t-\tau}$ は、いわゆる軸圧力荷重項であって、クリープ応力解析においては既知量である。また、

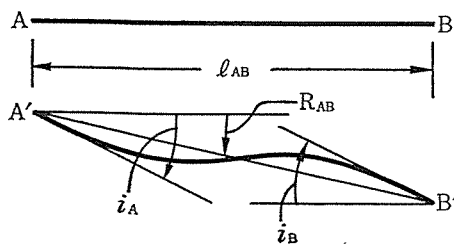
$$\frac{D_{AB}}{l_{AB}} \cdot \frac{1 - e^{-(\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau})}}{\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau}} = \frac{D_{AB \cdot t-\tau}}{l_{AB}} \dots \dots \dots (4.20)$$

はクリープ応力解析における圧縮剛度であって、第 3 章で述べた漸近計算における軸圧力分割率の計算に用いられる。

4. 応力減衰性状を利用した不静定回転クリープ応力基礎式

前記と同様にして不静定回転クリープ応力（材端不静定曲げモーメント）基礎式を求めることができる。図-25 に示すように部材 AB の設計荷重載荷による材端弾性回転角を i_A および i_B 、部材弾性回転角を R_{AB} 、材端弾性曲げモーメントを M_{AB} および M_{BA} とすれば、弾性たわみ角法基本式はつぎのようになる。

図-25



$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= 2 \frac{K_{AB}}{l_{AB}} (2i_A + i_B - 3R_{AB}) + M_{AB(0)} \\ M_{BA} &= 2 \frac{K_{AB}}{l_{AB}} (2i_B + i_A - 3R_{AB}) + M_{BA(0)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4.21)$$

ここに、 $M_{AB(0)}$ および $M_{BA(0)}$ は材端固定モーメント（荷重項）であって、クリープには無関係である。なお、回転変形および材端曲げモーメントは 図-25 に示す方向のものを正とする。弾性変形 i_A 、 i_B および R_{AB} を一定不変に保った場合の材端曲げモーメント変化量を $\Delta \bar{M}_{AB \cdot t-\tau}$ および $\Delta \bar{M}_{BA \cdot t-\tau}$ とすれば、式 (4.7) より

$$\left. \begin{aligned} \Delta \bar{M}_{AB \cdot t-\tau} &= -2 \frac{K_{AB}}{l_{AB}} \\ &\quad (2i_A + i_B - 3R_{AB})(1 - e^{-(\varphi_{mt} - \varphi_{m\tau})}) \\ \Delta \bar{M}_{BA \cdot t-\tau} &= -2 \frac{K_{AB}}{l_{AB}} \\ &\quad (2i_B + i_A - 3R_{AB})(1 - e^{-(\varphi_{mt} - \varphi_{m\tau})}) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4.22)$$

また、各節点の曲げモーメント不つり合いを補なうための追加回転変形を、それぞれ $\Delta i_{A \cdot t-\tau}$ 、 $\Delta i_{B \cdot t-\tau}$ 、 $\Delta R_{AB \cdot t-\tau}$ とすれば、これに対応する材端追加曲げモーメント $\Delta \bar{M}'_{AB \cdot t-\tau}$ および $\Delta \bar{M}'_{BA \cdot t-\tau}$ は式 (4.15) と同様につぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta \bar{M}'_{AB \cdot t-\tau} &= 2 \frac{K_{AB}}{l_{AB}} \cdot \\ &\quad \frac{2 \Delta i_{A \cdot t-\tau} + \Delta i_{B \cdot t-\tau} - 3 \Delta R_{AB \cdot t-\tau}}{\varphi_{mt} - \varphi_{m\tau}} \\ &\quad (1 - e^{-(\varphi_{mt} - \varphi_{m\tau})}) \\ \Delta \bar{M}'_{BA \cdot t-\tau} &= 2 \frac{K_{AB}}{l_{AB}} \cdot \\ &\quad \frac{2 \Delta i_{B \cdot t-\tau} + \Delta i_{A \cdot t-\tau} - 3 \Delta R_{AB \cdot t-\tau}}{\varphi_{mt} - \varphi_{m\tau}} \\ &\quad (1 - e^{-(\varphi_{mt} - \varphi_{m\tau})}) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4.23)$$

したがって、材端不静定クリープモーメントは、

$$\left. \begin{aligned} \Delta M_{AB \cdot t-\tau} &= 2 \frac{K_{AB}}{l_{AB}} \\ &\quad \left[\frac{2 \Delta i_{A \cdot t-\tau} + \Delta i_{B \cdot t-\tau} - 3 \Delta R_{AB \cdot t-\tau}}{\varphi_{mt} - \varphi_{m\tau}} \right. \\ &\quad \left. - (2i_A + i_B - 3R_{AB}) \right] (1 - e^{-(\varphi_{mt} - \varphi_{m\tau})}) \\ \Delta M_{BA \cdot t-\tau} &= 2 \frac{K_{AB}}{l_{AB}} \\ &\quad \left[\frac{2 \Delta i_{B \cdot t-\tau} + \Delta i_{A \cdot t-\tau} - 3 \Delta R_{AB \cdot t-\tau}}{\varphi_{mt} - \varphi_{m\tau}} \right. \\ &\quad \left. - (2i_B + i_A - 3R_{AB}) \right] (1 - e^{-(\varphi_{mt} - \varphi_{m\tau})}) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4.24)$$

となる。式 (4.24) を弾性たわみ角法基本式 (4.21) と同形の表示に書きなおすとつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta M_{AB \cdot t-\tau} &= 2 \frac{K_{AB}}{l_{AB}} \cdot \frac{1-e^{-(\varphi_{mt}-\varphi_{m\tau})}}{\varphi_{mt}-\varphi_{m\tau}} \\ &\quad (2 \Delta i_{A \cdot t-\tau} + \Delta i_{B \cdot t-\tau} - 3 \Delta R_{AB \cdot t-\tau}) \\ &\quad + \Delta M_{AB(O) \cdot t-\tau} \\ \Delta M_{BA \cdot t-\tau} &= 2 \frac{K_{AB}}{l_{AB}} \cdot \frac{1-e^{-(\varphi_{mt}-\varphi_{m\tau})}}{\varphi_{mt}-\varphi_{m\tau}} \\ &\quad (2 \Delta i_{B \cdot t-\tau} + \Delta i_{A \cdot t-\tau} - 3 \Delta R_{AB \cdot t-\tau}) \\ &\quad + \Delta M_{BA(O) \cdot t-\tau} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.25)$$

$$\begin{aligned} \Delta M_{AB(O) \cdot t-\tau} &= \Delta \bar{M}_{AB \cdot t-\tau}, \quad \Delta M_{BA(O) \cdot t-\tau} \\ &= \Delta \bar{M}_{BA \cdot t-\tau} \dots\dots\dots(4.26) \end{aligned}$$

なお、材端せん断力 $\Delta Q_{AB \cdot t-\tau}$ および $\Delta Q_{BA \cdot t-\tau}$ はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta Q_{AB \cdot t-\tau} &= \Delta Q_{BA \cdot t-\tau} \\ &= -\frac{\Delta M_{AB \cdot t-\tau} + \Delta M_{BA \cdot t-\tau}}{l_{AB}} \\ &= -6 \frac{K_{AB}}{l_{AB}^2} \cdot \frac{1-e^{-(\varphi_{mt}-\varphi_{m\tau})}}{\varphi_{mt}-\varphi_{m\tau}} \\ &\quad (\Delta i_{A \cdot t-\tau} + \Delta i_{B \cdot t-\tau} - 2 \Delta R_{AB \cdot t-\tau}) \\ &\quad - \frac{\Delta M_{AB(O) \cdot t-\tau} + \Delta M_{BA(O) \cdot t-\tau}}{l_{AB}} \end{aligned} \right\} \dots\dots(4.26)$$

また、式 (4.25) および (4.26) において

$$\frac{K_{AB}}{l_{AB}} \cdot \frac{1-e^{-(\varphi_{mt}-\varphi_{m\tau})}}{\varphi_{mt}-\varphi_{m\tau}} = \frac{K_{AB \cdot t-\tau}}{l_{AB}} \quad (4.27)$$

は、クリープ応力解析における曲げ剛度であって、第 3 章で述べた漸近計算における材端曲げモーメント分割率および、せん断力分割率計算に用いられる。

5. 単層単スパン組立ラーメンによる計算例

第 2 章 5 項でのべた単層単スパン組立ラーメンのクリープ応力解析を行なう。材料の諸定数、導入プレストレス力、組立時期などはすべて第 2 章 5 項の場合と同じとする。計算はすべて $t \rightarrow \infty$ に対して行なう。

(1) PC ばり BC のたわみ角法基本式

式 (4.18) より不静定軸方向クリープ応力基礎式が、式 (4.25) より不静定回転クリープ応力基礎式が得られる。計算に必要な諸数値を列記すると、以下のようになる。これらの数値は第 2 章 5 項 (1) において求めた数値から抜き出してある。

$$\begin{aligned} \varphi_{pt} &= 0.9689 \varphi_t, \quad \varphi_{m\tau} = 0.9828 \varphi_t \\ \varphi_n &= 2, \quad \varphi_\tau = 0.8 \quad (\tau = 4 \text{ 週}), \quad S_n = 2 \times 10^{-4} \\ \varphi_{pn} - \varphi_{p\tau} &= 0.9689 (2 - 0.8) = 1.1507 \\ \varphi_{mn} - \varphi_{m\tau} &= 0.9828 (2 - 0.8) = 1.1794 \\ 1 - e^{-(\varphi_{pn} - \varphi_{p\tau})} &= 1 - e^{-1.1507} = 0.6836 \\ 1 - e^{-(\varphi_{mn} - \varphi_{m\tau})} &= 1 - e^{-1.1794} = 0.6925 \\ D_{BC}/l_{BC} &= \frac{1486.2 \times 10^6}{2000} = 743.1 \times 10^3 \text{ kg/cm} \end{aligned}$$

$$\frac{K_{BC}}{l_{BC}} = \frac{2409.58 \times 10^9}{2000} = 1204.8 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

導入プレストレス力 $P=250 \text{ t}$ による軸方向弾性変形 δ_{BC} および材端回転角 $i_A = -i_B$ を求めると、

$$\begin{aligned} \delta_{BC} &= -\frac{P}{D_C} l_{BC} = \frac{250000}{1440 \times 10^6} \times 2000 = 0.347 \text{ cm} \\ i_B &= -i_C = -0.000075 \text{ rad} \quad (\text{第 2 章 5 項参照}) \end{aligned}$$

したがって、荷重項はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \Delta N_{BC(O) \cdot n-\tau} &= -\frac{D_{BC}}{l_{BC}} \\ &\quad \left(\delta_{BC} + \frac{S_n}{\varphi_n} l_{BC} \right) \left(1 - e^{-(\varphi_{pn} - \varphi_{p\tau})} \right) \\ &= -743.1 \times 10^3 \left(0.347 + \frac{2 \times 10^{-4}}{2} \times 2000 \right) \times 0.6836 \\ &= -743.1 \times 10^3 \times 0.547 \times 0.6836 = -278000 \text{ kg} \\ \Delta M_{BC(O) \cdot n-\tau} &= -\Delta M_{CB(O) \cdot n-\tau} = -\frac{2 K_{AB}}{l_{AB}} \\ &\quad (2 i_B + i_C) (1 - e^{-(\varphi_{mn} - \varphi_{m\tau})}) \\ &= -2 \times 1204.8 \times 10^6 \times (-0.000075) \times 0.6925 \\ &= +125148 \text{ kg} \cdot \text{cm} \end{aligned}$$

等価圧縮剛度および等価曲げ剛度を計算すると、

$$\begin{aligned} \frac{D_{AB}}{l_{AB}} \cdot \frac{1-e^{-(\varphi_{pn}-\varphi_{p\tau})}}{\varphi_{pn}-\varphi_{p\tau}} &= 743.1 \times 10^3 \\ &\times \frac{0.6836}{1.1507} = 441.5 \times 10^3 \text{ kg/cm} \\ \frac{K_{AB}}{l_{AB}} \cdot \frac{1-e^{-(\varphi_{mn}-\varphi_{m\tau})}}{\varphi_{mn}-\varphi_{m\tau}} &= 1204.8 \times 10^6 \\ &\times \frac{0.6925}{1.1794} = 707.4 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{cm} \end{aligned}$$

したがって、基本式は対称性を考慮してつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \Delta N_{BC \cdot n-\tau} &= \frac{D_{BC}}{l_{BC}} \cdot \frac{1-e^{-(\varphi_{pn}-\varphi_{p\tau})}}{\varphi_{pn}-\varphi_{p\tau}} \\ &\quad (2 \Delta \delta_{B \cdot n-\tau}) + \Delta N_{BC(O) \cdot n-\tau} \\ &= 883 \times 10^3 \Delta \delta_{B \cdot n-\tau} - 278000 \text{ kg} \quad \dots\dots(4.28) \\ \Delta M_{BC \cdot n-\tau} &= \frac{2 K_{BC}}{l_{BC}} \cdot \frac{1-e^{-(\varphi_{mn}-\varphi_{m\tau})}}{\varphi_{mn}-\varphi_{m\tau}} \Delta i_{B \cdot n-\tau} \\ &\quad + \Delta M_{BC(O) \cdot n-\tau} = 1414.8 \times 10^6 \Delta i_{B \cdot n-\tau} \\ &\quad + 125148 \text{ kg} \cdot \text{cm} \quad \dots\dots\dots(4.29) \end{aligned}$$

(2) PC 柱 AB のたわみ角法基本式

計算に必要な数値を列記すると

$$\begin{aligned} \varphi_{mt} &= 0.8559 \varphi_t, \quad \varphi_n = 3, \quad \varphi_\tau = 1.2 \\ \varphi_{mn} - \varphi_{m\tau} &= 0.8559 (3 - 1.2) = 1.4406 \\ 1 - e^{-(\varphi_{mn} - \varphi_{m\tau})} &= 0.7632 \\ \frac{K_{AB}}{l_{AB}} &= \frac{598.4 \times 10^9}{400} = 1496 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{cm} \\ \frac{2 K_{AB}}{l_{AB}} \cdot \frac{1-e^{-(\varphi_{mn}-\varphi_{m\tau})}}{\varphi_{mn}-\varphi_{m\tau}} &= 2 \times 1496 \times 10^6 \\ &\times \frac{0.7632}{1.4406} = 1585 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{cm} \end{aligned}$$

したがって、基本式は

$$\Delta M_{BA \cdot n-\tau} = \frac{2 K_{AB}}{l_{AB}} \cdot \frac{1 - e^{-(\varphi_{mn} - \varphi_{m\tau})}}{\varphi_{mn} - \varphi_{m\tau}} \left(2 \Delta i_{B \cdot n-\tau} - 3 \frac{\Delta \delta_{B \cdot n-\tau}}{l_{AB}} \right) = 1585 \times 10^6 \left(2 \Delta i_{B \cdot n-\tau} - \frac{3}{400} \Delta \delta_{B \cdot n-\tau} \right) \quad (4.30)$$

$$\Delta M_{AB \cdot n-\tau} = 1585 \times 10^6 \left(\Delta i_{B \cdot n-\tau} - \frac{3}{400} \Delta \delta_{B \cdot n-\tau} \right) \dots \dots \dots (4.31)$$

$$\Delta Q_{AB \cdot n-\tau} = \Delta Q_{BA \cdot n-\tau} = -\frac{\Delta M_{AB \cdot n-\tau} + \Delta M_{BA \cdot n-\tau}}{l_{AB}} = -11.89 \times 10^6 \left(\Delta i_{B \cdot n-\tau} - \frac{1}{200} \Delta \delta_{B \cdot n-\tau} \right) \dots \dots \dots (4.32)$$

(3) つり合い方程式と不静定クリープ応力

節点Bでのつり合い方程式は

$$\Delta M_{BA \cdot n-\tau} + \Delta M_{BC \cdot n-\tau} = 0$$

$$\Delta N_{BC \cdot n-\tau} + \Delta Q_{BA \cdot n-\tau} = 0$$

である。これらに上記の基本式を代入整理すると、

$$4585 \Delta i_{B \cdot n-\tau} - 11.89 \Delta \delta_{B \cdot n-\tau} + 0.1251 = 0 \dots \dots \dots (4.33)$$

$$-11.89 \Delta i_{B \cdot n-\tau} + 0.9424 \Delta \delta_{B \cdot n-\tau} - 0.2780 = 0 \dots \dots \dots (4.34)$$

これを解いてつぎの解を得る。

$$\left. \begin{aligned} \Delta i_{B \cdot n-\tau} &= 0.000763 \text{ rad. (0.000765 rad.)} \\ \Delta \delta_{B \cdot n-\tau} &= 0.305 \text{ cm (0.307 cm)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4.35)$$

上の解で () 内数値は第2章5項で求めた計算結果と比較のために示したもので、本章の基本式によるクリープ応力計算結果が第2章5項のそれとよく一致することが推論できる。

式(4.35)の結果を基本式に代入してクリープ応力を求めるとつぎのようになる。第2章5項の計算結果と比較するために、() 内にこれをあわせて記してある。

PCばり BC

$$\left. \begin{aligned} \Delta N_{BC \cdot n-\tau} &= 883 \times 10^3 \times 0.305 - 278000 \\ &= -8678 \text{ kg (-9750 kg)} \\ \Delta M_{BC \cdot n-\tau} &= 1414.8 \times 10^6 \times 0.000763 + 125148 \\ &= 1204686 \text{ kg} \cdot \text{cm (1300000 kg} \cdot \text{cm)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4.36)$$

RC柱 AB

$$\left. \begin{aligned} \Delta M_{BA \cdot n-\tau} &= 1585 \times 10^6 (2 \times 0.000763 - 3 \times 0.307/400) = -1207038 \text{ kg} \cdot \text{cm} \\ \Delta M_{AB \cdot n-\tau} &= 1585 \times 10^6 (0.000763 - 3 \times 0.307/400) = -2416454 \text{ kg} \cdot \text{cm} \\ &(-2597000 \text{ kg} \cdot \text{cm}) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4.37)$$

6. 基本式の別の表示法

3項および4項でのべたクリープ応力基本式の表示に別の方法がある。これを部材ABの不静定軸方向クリープ基本式の場合につき説明すると、設計軸方向力による弾性変形を一定不変に保つことによって式(4.12)のように軸圧力変化がおこるが、これによる各節点水平方向力(または垂直方向力)のつり合を補なうため、節点AおよびBにそれぞれ $\Delta \delta_{A \cdot t-\tau}$ および $\Delta \delta_{B \cdot t-\tau}$ なる節点水平変位を新たに加算しなければならない。この追加変位は $t=\tau$ で0であり、時間の経過とともに増大するから、これにともなう補正軸圧力 $\Delta \bar{N}'_{AB \cdot t-\tau}$ もまた $t=\tau$ で0で時間の経過とともに増大する。したがって、時間 $t=\tau$ の直後におこった補正軸圧力は、以後のコンクリートのクリープによって任意時間 t には式(4.3)のように減衰するが、時間 t の近くで加わった補正軸圧力に対してはほとんど減衰しない。したがって、時間 $\tau \sim t$ における部材のクリープ係数近似値を $(\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau})/2$ と仮定し、任意時間 t における補正軸圧力 $\Delta \bar{N}'_{AB \cdot t-\tau}$ は、近似的に軸方向変形 $\Delta \delta_{A \cdot t-\tau} - \Delta \delta_{B \cdot t-\tau}$ に対応する弾性軸圧力が、式(4.2)にしたがって、減衰した残存軸圧力式(4.3)に等しいと考えることができる。すなわち、

$$\Delta \bar{N}'_{AB \cdot t-\tau} = \frac{D_{AB}}{l_{AB}} (\Delta \delta_{A \cdot t-\tau} - \Delta \delta_{B \cdot t-\tau}) e^{-\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau}/2} \dots \dots \dots (4.38)$$

したがって、任意時間 t における変化軸方向力 $\Delta N_{AB \cdot t-\tau}$ は

$$\Delta N_{AB \cdot t-\tau} = \frac{D_{AB}}{l_{AB}} (\Delta \delta_{A \cdot t-\tau} - \Delta \delta_{B \cdot t-\tau}) e^{-\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau}/2} + \Delta N_{AB(O) \cdot t-\tau} \dots \dots \dots (4.39)$$

となる。荷重項 $\Delta N_{AB(O) \cdot t-\tau}$ は、式(4.19)で表わされることはいうまでもない。

不静定回転クリープ応力基本式についても同様に、式(4.25)および(4.26)に対応してつぎのような表示となる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta M_{AB \cdot t-\tau} &= 2 \frac{K_{AB}}{l_{AB}} (2 \Delta i_{A \cdot t-\tau} + \Delta i_{B \cdot t-\tau} - 3 \Delta R_{AB \cdot t-\tau}) e^{-\varphi_{mt} - \varphi_{m\tau}/2} + \Delta M_{AB(O) \cdot t-\tau} \\ \Delta M_{BA \cdot t-\tau} &= 2 \frac{K_{AB}}{l_{AB}} (2 \Delta i_{B \cdot t-\tau} + \Delta i_{A \cdot t-\tau} - 3 \Delta R_{AB \cdot t-\tau}) e^{-\varphi_{mt} - \varphi_{m\tau}/2} + \Delta M_{BA(O) \cdot t-\tau} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4.40)$$

$$\Delta Q_{AB \cdot t-\tau} = \Delta Q_{BA \cdot t-\tau} = -6 \frac{K_{AB}}{l_{AB}^2} (\Delta i_{A \cdot t-\tau} + \Delta i_{B \cdot t-\tau} - 2 \Delta R_{AB \cdot t-\tau}) e^{-\varphi_{mt} - \varphi_{m\tau}/2} - \frac{\Delta M_{AB(O) \cdot t-\tau} + \Delta M_{BA(O) \cdot t-\tau}}{l_{AB}} \dots \dots \dots (4.41)$$

式 (4.39) および (4.40) は、いわゆる Dischinger 型の表示として、われわれになじみ深いものである。

7. 各基本式相互間の差異

第 2 章および本章でのべた 3 つの種類のクリープ応力解析のためのたわみ角法基本式は、いずれにしても近似式ではあるが、不静定架構のクリープ応力解析にどれを用いても大体同程度の結果が得られるようである。しかしながら、基本式そのものの数値表示を行なうと相互の間にはかなりの差がでる。それは各基本式におけるクリープをあわせ考えた等価剛度の相異にもとづく。以下に等価剛度を記すとつぎのようになる。

等価圧縮剛度

$$\left. \begin{aligned} \text{基本式 (2.8)} \quad \frac{D_{AB \cdot t-\tau}}{l_{AB}} &= \frac{D_{AB}}{l_{AB}} \cdot \frac{1}{1 + \varphi_{pt} - \varphi_{p\tau}/2} \\ \text{基本式 (4.18)} \quad \frac{D_{AB \cdot t-\tau}}{l_{AB}} &= \frac{D_{AB}}{l_{AB}} \cdot \frac{1 - e^{-(\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau})}}{\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau}} \\ \text{基本式 (4.39)} \quad \frac{D_{AB \cdot t-\tau}}{l_{AB}} &= \frac{D_{AB}}{l_{AB}} e^{-\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau}/2} \\ &\dots\dots\dots(4.42) \end{aligned} \right\}$$

等価曲げ剛度

$$\left. \begin{aligned} \text{基本式 (2.15)} \quad \frac{K_{AB \cdot t-\tau}}{l_{AB}} &= \frac{K_{AB}}{l_{AB}} \cdot \frac{1}{1 + \varphi_{mt} - \varphi_{m\tau}/2} \\ \text{基本式 (4.25)} \quad \frac{K_{AB \cdot t-\tau}}{l_{AB}} &= \frac{K_{AB}}{l_{AB}} \cdot \frac{1 - e^{-(\varphi_{mt} - \varphi_{m\tau})}}{\varphi_{mt} - \varphi_{m\tau}} \\ \text{基本式 (4.40)} \quad \frac{K_{AB \cdot t-\tau}}{l_{AB}} &= \frac{K_{AB}}{l_{AB}} \cdot e^{-\varphi_{mt} - \varphi_{m\tau}/2} \\ &\dots\dots\dots(4.43) \end{aligned} \right\}$$

したがって、各基本式の等価剛度の相異は、弾性剛度 D_{AB}/l_{AB} または K_{AB}/l_{AB} に乗ずるクリープ緩和関数

$$\frac{1}{1 + \varphi/2}, \quad \frac{1 - e^{-\varphi}}{\varphi}, \quad e^{-\varphi/2}$$

の 3 つの値の相異によっておこるわけである。いま、これらの関数を展開して φ のべき級数に展開すると

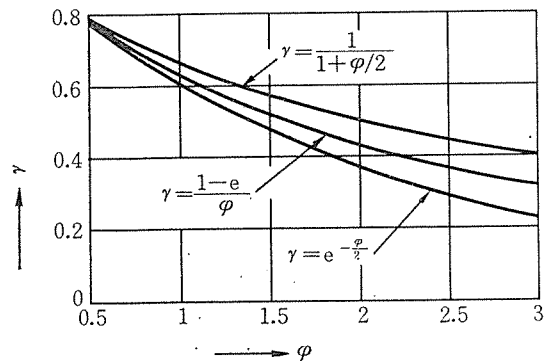
$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{1 + \varphi/2} &\doteq 1 - \frac{\varphi}{2} + \frac{\varphi^2}{4} - \frac{\varphi^3}{8} + \dots\dots\dots \\ \frac{1 - e^{-\varphi}}{\varphi} &\doteq 1 - \frac{\varphi}{2} + \frac{\varphi^2}{6} - \frac{\varphi^3}{24} + \dots\dots\dots \\ e^{-\varphi/2} &\doteq 1 - \frac{\varphi}{2} + \frac{\varphi^2}{4} - \frac{\varphi^3}{24} + \dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots(4.44) \end{aligned} \right\}$$

となって、 φ が 1 にくらべて小であれば各式右辺の展開の第 3 項以下は問題でなく、いずれの場合でも近似的に等しい解が得られることになる。実際にはクリープ係数にあたる値 φ は、通常の場合

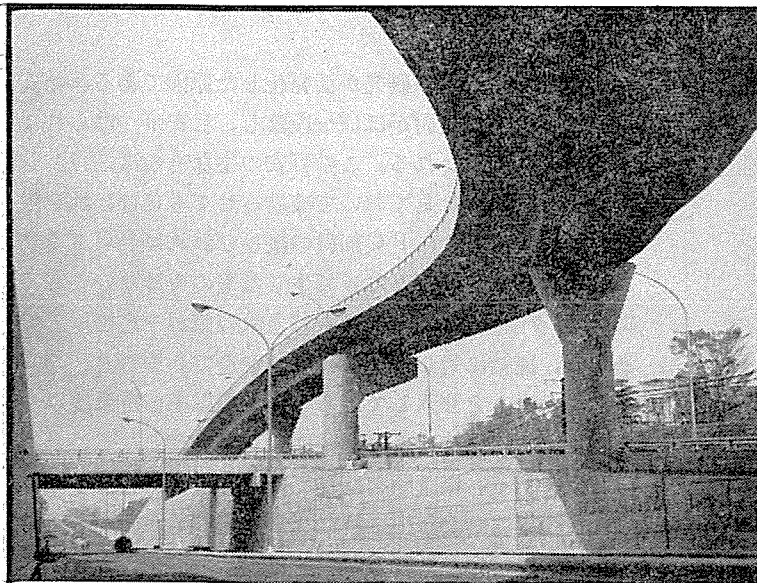
$$\varphi = 2 \sim 3 \dots\dots\dots(4.45)$$

程度になるので、式 (4.44) の各関数はかなり相異した値をとることになる。図-26 は φ を種々に変化した場合のこれら緩和関数の値を精算した結果を図示したもので、第 2 章でのべた基本式の緩和関数 $1/(1 + \varphi/2)$ が同じ φ の値に対してもっとも大きくなり、本章 6 項の基本式の緩和関数 $e^{-\varphi/2}$ はもっとも小さい値となる。同じ φ の

図-2.6



値に対して緩和関数の値が大きいことは、同じクリープ変形をあたえるのに要する応力が大きいことを意味し、かつ、緩和関数の曲線形から考えて計算結果としては、一般に安全側の値となることになる。ただし、不静定架構では単に、基本式における等価剛度の大きさそのものではなく、各節点における応力つり合を満足するようにしなければならないことから、各節点における応力の不つり合をなくするための応力分割率が直接的に結果の大小に関係するから、図-26 に示されるほどの不静定クリープ応力の計算結果の相異は表われない。なお、本章 3 および 4 項でのべた基本式は、すでにのべたように誘導過程における仮定がもっとも現実に近い性質のものであることから、厳正解にもっとも近い結果を得るものと考えられる。本章 6 項の基本式では、結果は危険側に出る可能性があるが、近似計算における複雑さがもっとも少なく、かつ、われわれのなじみ深い形であるだけに、実用計算上はもっとも便利な基本式であるといえよう。



BBRV、MDC、フレッシュ
ネー、マニエル工法による
プレストレスト・コンクリート

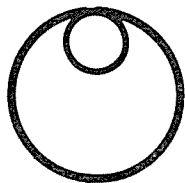
- 構造物の設計・施工
- 製品の製造・販売
(ケタ、ハリ、矢板、床板、屋根版他)
- コンクリートポール・パイル・ブロック

首都高速道路公団 421工区高架橋
橋長 203.77m 幅 6.0~8.7m
型式 BBRV方式 ポストテンション工
連続箱桁及単純桁橋



北海道ピー・エス・コンクリート株式会社

本社・東京営業所	東京都豊島区巣鴨6丁目1344番地(大塚ビル)	東京(918)6171(代)
札幌営業所	札幌市北三条西4丁目(第一生命ビル)	札幌(24)5121
仙台事務所	仙台市元寺小路172番地(日本オフィスビル)	仙台(25)5381
静岡事務所	静岡県静岡市泉町7の44(マルエムビル)	静岡(85)6618
名古屋事務所	名古屋市中区栄町4丁目1番地(栄町ビル)	名古屋(961)8780
大阪事務所	大阪市北区万才町43番地(浪速ビル東館)	大阪(361)0995~6
福岡事務所	福岡市大名1丁目9番21号	福岡(75)3646
幌別工場	北海道幌別郡登別町字千歳	幌別(2)2221
掛川工場	静岡県掛川市富部	掛川(2)7171(代)



橋梁、土木建築、輸送用

鋼製型枠及鉄構造物の製造

株式会社 八千代製作所

取締役社長 南出他十郎

本社 東京都千代田区丸ノ内1丁目1番地(国際観光会館7階746号)
電話 丸ノ内(231)2065・7812・5081

工場 千葉県千葉郡八千代町大和田新田590番地
電話 八千代0474(8)3125(代表)