

PC 桁断面急変部のせん断応力と補強*

神 山 —**

1. ま え が き

断面が急激に減少するコンクリートはりの使用はできる限り避けるべきであるが、構造上やむを得ず使用しなければならないことがしばしば起る。断面が急変する部分の隅角部には応力集中を生ずると同時に、コンクリートの場合は硬化過程における不均等収縮あるいは温度の不均等分布などによって引張応力が誘起され、このためにひびわれ発生のおそれもある。断面急変部近傍の補強方法を検討するには応力の流れがこの部分でどのように変化するかを知ることが先決問題と考える。

ゲルバー桁のヒンジ部などは、断面が急変するはりの代表的なものである。鉄筋コンクリート（以下RCと略称）ゲルバー桁はすでに長い歴史をもち、すでに多数の構造物が造られている。その一つであるRCゲルバー桁橋のヒンジ部を調査してみると大部分のものにひびわれを生じている。ひびわれの傾向は複雑で、どれが主なひびわれであるか判断に苦しむものもある。これを分類してみると 図-1 の形状になる。図-1 (a) はその代表的なもので、桁軸と 45° の傾斜をなして発生する。このひびわれは予期できるが、(b)、(c)、(d) および (e) は特殊なもので予期できない。(f) は品質の悪いコンクリートに発生したひびわれの例である。以上のようにRCゲルバー桁ヒンジ部のひびわれは 図-1 の (a)、(b) をのぞけばきわめて不規則で、1 次的ひびわれと 2 次的ひびわれとの区別も不可能な場合が多い。またヒンジ部は雨水が浸入しやすく湿潤状態にあるため凍結融解作用を受け、これによるひびわれも多数見られる。すなわち、ヒンジ部は非常に過酷な条件の下で使用されており、ひびわれが耐久性に顕著な影響を与える。

プレストレスト コンクリート（以下PCと略称）ゲルバー桁ヒンジ部のひびわれはRCの場合に比較して規則

図-1 RC ゲルバー桁ヒンジ部のひびわれ

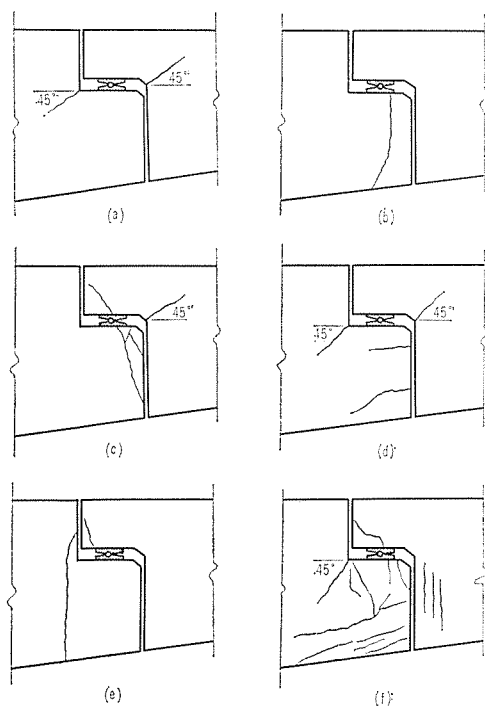
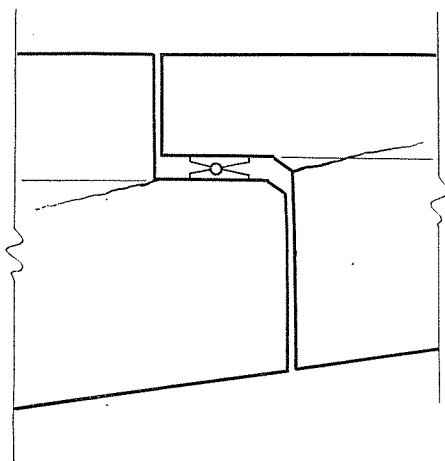


図-2 PC ゲルバー桁ヒンジ部のひびわれ



正しいもので、桁軸となす角度が小さく、図-2 のように発生する。これはPC桁のコンクリートの品質が良好で、しかも桁軸方向のみが強化されたことによる異方性に基因すると考える。ひびわれの傾斜角が小さいのはプ

* 本報告の一部はプレストレスト コンクリート技術協会 第5 回年次学術講演会 (1965 年 2 月 10 日) で発表したものである。

** 工博 早稲田大学教授 理工学部

レストレスの影響である。曲げ応力を対象としてプレストレスによって桁軸方向のみ強化しても、これと直交する方向に弱点が残ることはプレストレスト コンクリートの宿命的な欠陥である。たまたまその弱点がヒンジ部に現われたものである。曲げ応力にもとづいてきめた設計荷重よりも低い荷重でひびわれを生ずる可能性は十分にある。設計荷重でひびわれを生じないような経済的補強方法があればよいが、もしそのような補強方法がなければヒンジ部の構造を再検討する必要がある。

2. 研究の目的

断面急変部近傍のひびわれ発生機構をせん断応力すなわち斜引張応力の立場から検討し、補強方法の基本方針を見出すことを目的とする。断面急変部近傍の応力分布が非線形分布をなすことを考慮すれば、現段階において上記の目的を達成はかなり困難であるが、ここで大胆な仮定を設けて検討する。対象とするひびわれは 図—1 (a), 図—2 のものである。

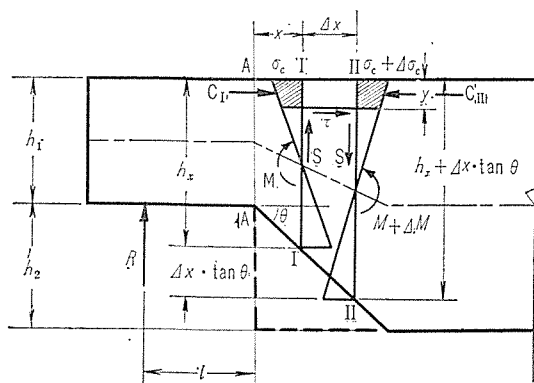
試験桁によって P C ゲルバー桁ヒンジ部のひびわれ発生荷重、傾斜角およびその特徴をしらべ、理論の傾向と比較する。さらにこれを基礎として補強方法を提案する。

3. 断面急変部近傍の有効断面

断面が不連続に変化しても応力の流れは連続である。したがって有効に働らく断面も連続的に変化する。しかし曲げ引張ひびわれを生ずると有効断面は不連続変化をなすようになるから、ここでは曲げ引張ひびわれ発生前の状態のみを考える。事実、光弾性実験によると断面急変部近傍の断面有効高さが連続的に変化することがわかる。ただ断面急変部の隅角部ではきわめて微妙に変化し、これを数式で示すことは容易でない。しかし、断面急変部のせん断応力は有効断面の仮定の仕方によってきまる。それだけに有効断面の合理的仮定はきわめて重要である。

有効断面の取り方は 図—3 の隅角部 A の近傍に重点

図—3 有効断面とつり合い (直線変化)



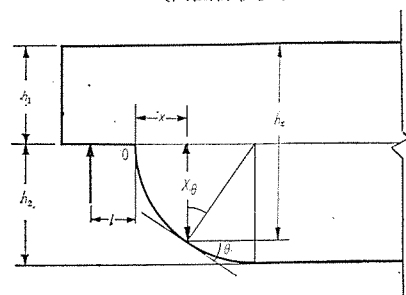
をおくか、断面急変部全体に重点をおくかによって差異を生ずる。せん断応力は隅角部をわずかに離れると急激に減少するから、ひびわれ発生機構を検討するためには隅角部近傍に重点をおいて有効断面をとる方が合理的である。光弾性によると隅角部 A 近傍の有効断面は傾斜角が $\theta > 45^\circ$ になることが推察される。主応力の流れはハッチの有無によって多少変化するが、その傾斜角の変化は少なく $\theta = (70 \sim 80)^\circ$ になる。この値は従来の R C ゲルバー桁ヒンジ部の設計に用いた $\theta = 45^\circ$ と比較するときわめて大きい値である。図—3 のように有効高さが直線的に変化する場合の有効高さは次式で表わせる。傾斜角は近似的に $\theta \approx 70^\circ$ としてよいであろう。

$$h_x = h_1 + x \cdot \tan \theta, \quad x \leq h_2 / \tan \theta \quad \dots\dots\dots (1)$$

この場合、せん断応力は A 点をとる鉛直断面で最も大きく、 x を増すにしたがって漸次減少する。

また断面急変部全体の傾向は主応力の流れに沿って有効断面をとる方がよく表現できる。すなわち 図—4 のように有効断面をとれば、隅角部 A の近傍をのぞいた部分の大略の傾向を求められる。有効高さが

図—4 有効断面とつり合い (円曲線状変化)



図—4 のように円曲線状に変化する場合、

$$h_x = h_1 + \sqrt{(2h_2 - x)x}, \quad x \leq h_2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

この場合 A 点をとる鉛直断面のせん断応力は無限大になる。

以上に述べた有効高さの取り方は断面急変部全体を対象としたものではなく、式 (1) は隅角部 A 近傍に、式 (2) は隅角部 A をのぞく他の部分を対称にしている。隅角部 A 近傍のひびわれ発生機構を検討するには式 (1) を用いる方が適当と思われる。

4. 断面急変部近傍のせん断応力

せん断応力計算式を誘導するためにつぎの仮定を設ける。

- 1) 断面急変部の隅角部から斜引張ひびわれが発生するときは、その部分に曲げ引張ひびわれを生じていないので、仮定有効断面をすべて有効とする。
- 2) ひずみの分布は平面保持の法則にしたがう。
- 3) P C 鋼材の断面積を無視する。
- 4) コンクリートを弾性体と考える。

以上の仮定によって 図—3 および 図—4 のように有効

高さが変化する場合のせん断応力計算式を導く。

(1) 有効高さが直線的に変化する場合

変断面部分の曲げ応力の流れは傾斜するので、これを水平成分と鉛直成分とに分け、水平成分のスパン方向の変化と鉛直成分との和がその断面のせん断応力である。

図-3 の記号を用いればせん断応力は次式で表わせる。

$$\tau_{xy} = \frac{6S_x}{Dh_x} \left(1 - \frac{y}{h_x}\right) \cdot \frac{y}{h_x} \left(1 - \frac{\tan \theta}{h_x} \cdot \frac{M_x}{S_x}\right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに

S_x ; x 断面のせん断力

M_x ; x 断面の曲げモーメント

y ; 圧縮側表面からの距離

h_x ; $= h_1 + x \cdot \tan \theta$; x 断面の有効高さ

b ; 桁幅

最大値は $y = \frac{h_x}{2}$ に生じ、その大きさは

$$\tau_x = \frac{3S_x}{2bh_x} \left(1 - \frac{\tan \theta}{h_x} \cdot \frac{M_x}{S_x}\right) \quad \dots\dots\dots (4)$$

近似的に $M_x \doteq S_x(l+x)$ とおけば

$$\tau_x = \frac{3S_x}{2bh_x} \cdot \alpha_x \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに $\alpha_x = 1 - \frac{l+x}{h_x} \tan \theta$

$x=0$ すなわち隅角部を切る鉛直断面のせん断応力は

$$\tau_0 = \frac{3S_0}{2bh_1} \alpha_0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

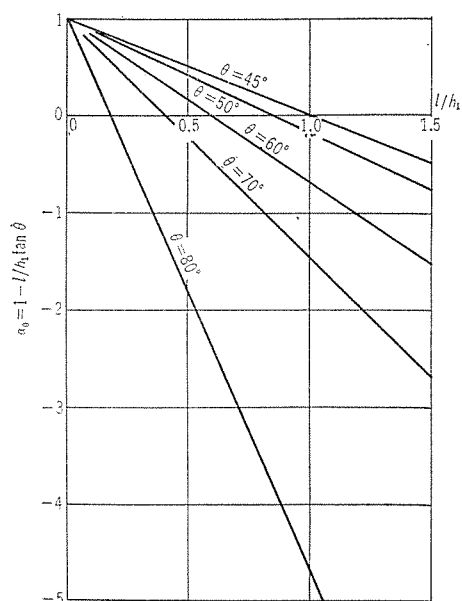
ここに

S_0 ; $x=0$ におけるせん断力

$$\alpha_0 = 1 - \frac{l}{h_1} \tan \theta$$

一様断面の場合は $\alpha_x = 1$ である。

図-5 係数 α_0 の変化



係数 α は有効断面の傾斜角 θ , 支持条件 l/h_1 によって図-5 のように変化し, $\theta = 45^\circ$ ではかなり小さい値である。隅角部断面においてせん断応力が 0 になる有効断面の傾斜角と支持条件 l/h_1 との関係は式 (6) の $\alpha_0 = 0$ とおいて求める。

$$\tan \theta = \frac{h_1}{l} \quad \dots\dots\dots (7)$$

この条件はヒンジ部の支持条件をきめるときに一つの目安となる。その傾向を図-6 に示した。

(2) 有効断面が円曲線状に変化する場合

有効断面が直線状に変化する場合と同様の仮定によってせん断応力計算式を導けばつぎの式が得られる。

$$\tau = \frac{6S_x}{bh_x} \left(1 - \frac{y}{h_x}\right) \frac{y}{h_x} \left\{1 - \frac{h_2 - x}{h_x(h_x - h_1)} \cdot \frac{M_x}{S_x}\right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

図心軸のせん断応力は $y = \frac{h_x}{2}$ とおけば

$$\tau = \frac{3S_x}{2bh_x} \left\{1 - \frac{h_2 - x}{h_x(h_x - h_1)} \cdot \frac{M_x}{S_x}\right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

近似的に $M_x \doteq S_x(l+x)$ と仮定すれば

$$\tau = \frac{3S_x}{2bh_x} \cdot \alpha \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに $\alpha_x = 1 - \frac{(h_2 - x)(l+x)}{h_x(h_x - h_1)}$

係数 α_x は図-8 のように変化し $x=0$ で無限大になる。この計算式は有効高さの変化する過程はよく表わしているが、隅角部近傍には適用できない。

図-7 係数 K_x の値

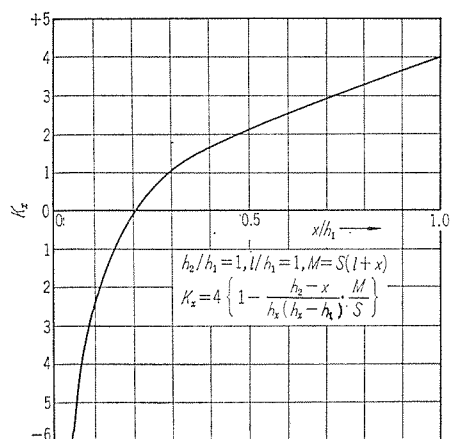
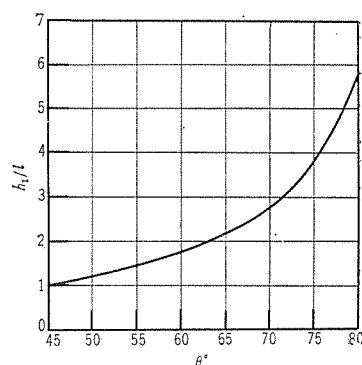


図-6 せん断応力を最小にする h_1/l と θ との関係



5. 斜引張応力度および斜引張ひびわれ

試験桁の断面急変部近傍の曲げ応力およびプレストレス

図-8 せん断応力と斜引張応力の分布

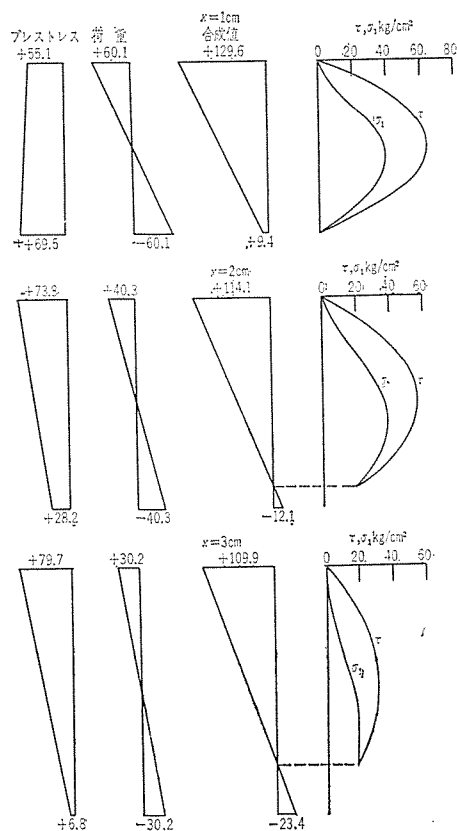
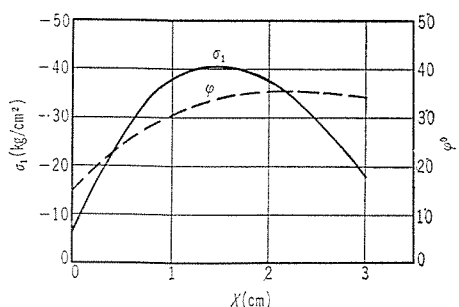
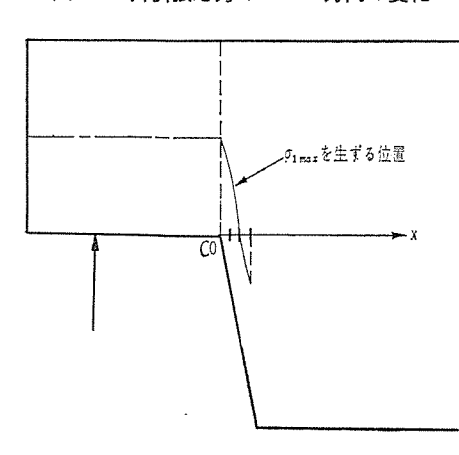


図-9 斜引張応力のスパン方向の変化



スの分布を有効断面によって計算し、斜引張ひびわれ発生時の斜引張応力度を求めたものが図-8である。各断面の最大斜引張応力度のスパン方向の変化および方向を示したものが図-9である。スパン方向の分布は、隅角部からわずかに内部に入った点で、斜引張応力度は最も大きいことを示している。試験桁の斜引張ひびわれ発生荷重時の斜引張応力度はほぼコンクリートの引張強度に等しい。また、傾斜角は(30°~35°)の範囲にあり、後述の測定値より約10°大きい。

上述の斜引張応力度の計算は、断面急変部近傍で応力の流れに乱れがあることに注目すれば無理な点もある。しかし圧縮側の応力の流れは引張側よりも規則正しく、斜引張応力度が最大になる位置が圧縮側にあることから、計算式の適合性は引張側よりもよいものと考えられる。したがって上記の計算によって斜引張応力度の大略値を求めることができると思われる。

なお試験桁の形状寸法および性質は図-10および表-1のとおりである。

図-10 試験桁の形状寸法配筋および載荷条件

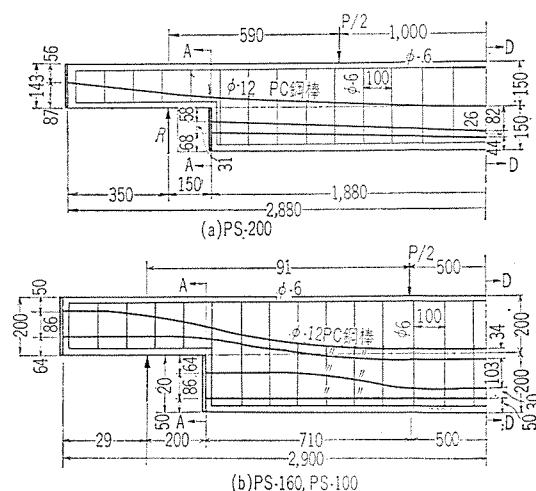


表-1 試験桁のコンクリートの性質およびプレストレス

記 号	コンクリートの強度 kg/cm ²		断面寸法 mm				プレストレス kg/cm ²			
	圧縮	引張	A-A断面		D-D断面		A-A断面		B-B断面	
			幅 b	高さ h ₁	幅 b	高さ (h ₁ +h ₂)	上縁	下縁	上縁	下縁
PS-200	326	36.1	120	143	120	300	+53	+169	-7	+229
PS-160	331	36.4	200	200	200	400	+57	+103	+1	+159
PS-100	362	35.4	200	200	200	400	+36	+64	+1	+99

斜引張ひびわれの傾向は図-11のとおりである。斜引張ひびわれ発生荷重は載荷条件によって異なるであろうから、断面急変部のどの位置のプレストレスを基準として比較検討すべきかが明白でないため、その大小の判断がむづかしい。本実験は図-10の載荷条件で支間中

中央と桁高減少部が曲げ引張ひびわれに対してほぼ同一の安全度をもつように設計荷重をきめた。斜引張ひびわれ荷重は設計荷重の約 60% で、プレストレス (100~230) kg/cm^2 の範囲で顕著な差異は認められなかった。

斜引張ひびわれの傾斜角は測定位置によって異なる。ひびわれのある長さにあたる平均傾斜角は図-12 のように変化し、プレストレスが増大すると減少する。図-12 は桁高減少部下縁のプレストレスを基準として示したもので、必ずしも妥当な表示ではないけれども大略の傾向を推察できる。多くの場合の傾斜角は $15^\circ \sim 25^\circ$

図-11 斜引張ひびわれの特徴

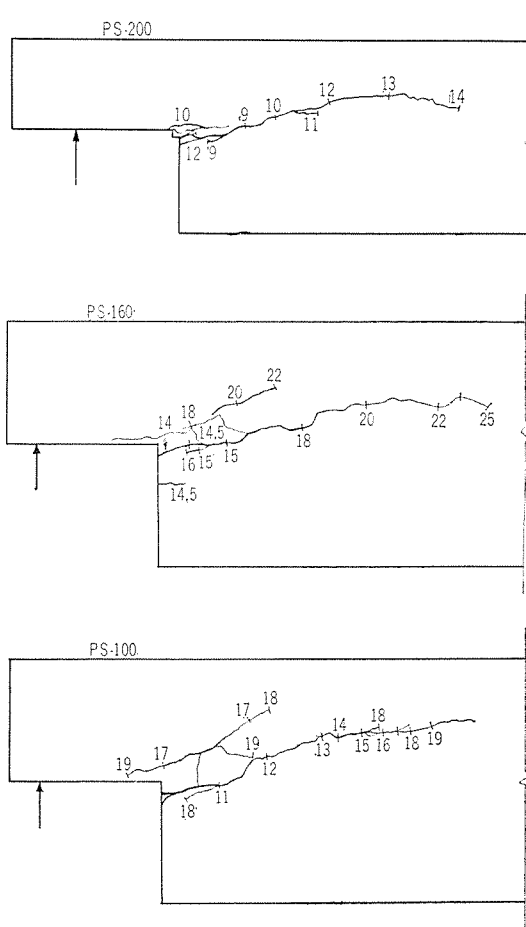
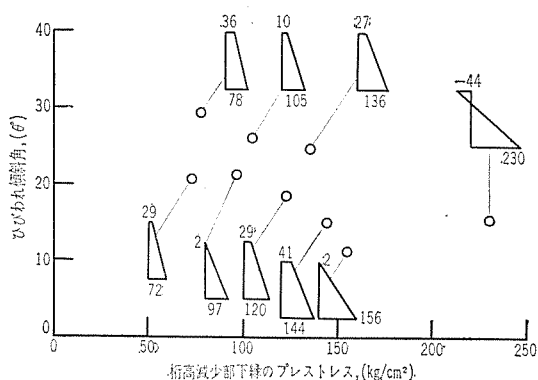


図-12 プレストレスと断面急変部ひびわれの傾斜角



の範囲にあり、普通程度のプレストレスでは約 20° である。またひびわれは荷重の増加とともに直線的に伸び、桁高減少部の図心軸付近で傾斜が小さくなる。図-13 はこれを模型的に示したものである。

ひびわれ幅の変化は斜引張ひびわれの特徴をもち、荷重の増加とともに増大し、図-14 のような変化を示す。本試験桁の場合、設計荷重時のひびわれ幅は 0.50 mm 以上に拡大する。

6. 補強方法

断面急変部近傍の補強は、斜引張ひびわれの防止あるいはひびわれ幅の拡大防止および破壊に対する安全度の確保という 2 つの観点から検討する必要がある。前者は斜引張応力度の分布にもとづいて補強、後者は斜引張ひ

図-13 ひびわれの模型的表示

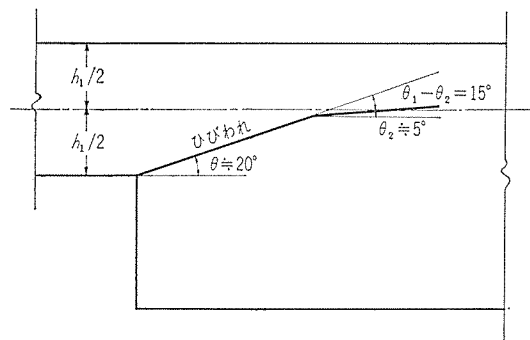
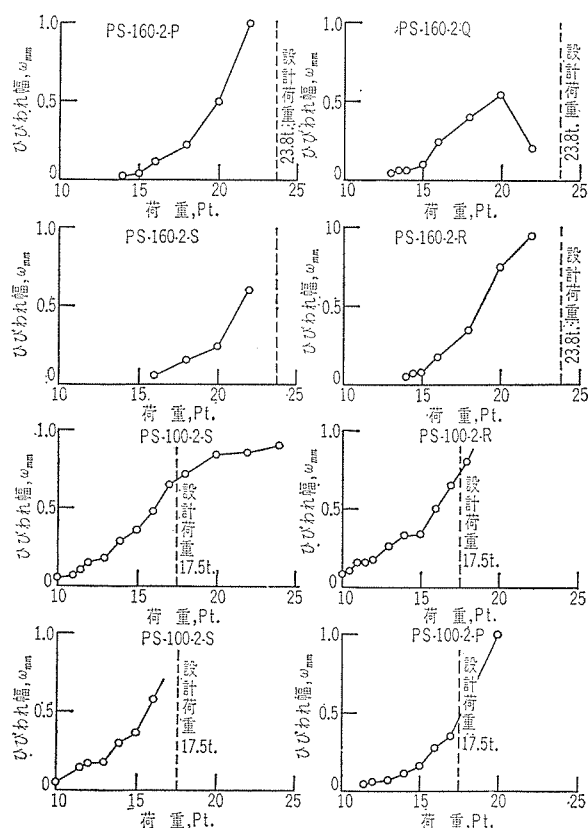


図-14 ひびわれ幅



びわれ発生後の“つり合い”状態を基礎として補強すべきであろう。しかし前述のようにせん断応力の計算式,斜引張応力の計算式およびひびわれ傾斜角の実測値と計算値の差異など,さらに検討を必要とする問題も多い。ここでは現段階において最良と思われる方法を次に述べる。

補強の手段としてプレストレスによる補強と鉄筋による補強とがある。両者の間には本質的な差異があるから,その選択には慎重な配慮が必要である。

まずプレストレスによる補強について述べる。プレストレスによる補強は斜引張ひびわれ荷重を高めうる点で優れている。しかし P C 鋼材が短い場合は損失応力が大きく,有効応力が低くしかも不確定になりがちである。また,鉛直プレストレスによって斜引張ひびわれの傾斜角が減少することに注目すべきである。プレストレスを与えた鉛直スタラップまたは傾斜スタラップの使用によって斜引張ひびわれの傾斜角は前述の約 20° よりも大きくなり,漸次 R C の場合の傾斜角に近づく傾向がある。したがって破壊に対する補強はひびわれ傾斜角の変化を考慮しなければならないので,鉄筋を併用することになる。

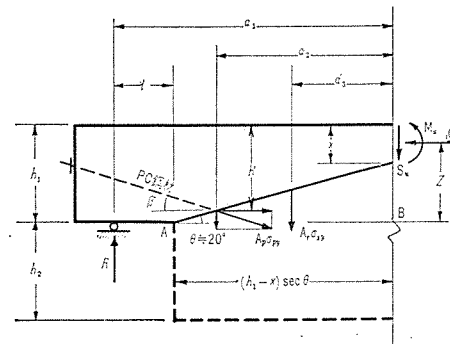
鉄筋による補強はひびわれ発生荷重を高めることはできないが,ひびわれ幅の拡大防止には有効である。またスタラップの使用によってひびわれの傾斜角はあまり変わらないから破壊まで有効に働く点が良い。

プレストレスによる補強と鉄筋による補強との優劣の比較は構造物の環境条件と経済性から判断しなければならない。腐食性環境の P C 構造物はひびわれの発生を避けるべきで,多少の不経済はあってもプレストレスによる補強が望ましい。ひびわれを許容できる P C 構造物は鉄筋による補強が合理的でありまた経済的である。すなわち,プレストレスによる補強はフルプレストレッシングの考え方であり,鉄筋による補強はパーシャルプレストレッシングの考え方である。いずれの補強方法を採用するかは,フルプレストレッシングかパーシャルプレストレッシングかという立場から判断すべきである。

補強は設計荷重作用時と破壊時の2つの状態を対象とすべきである。設計荷重作用時の補強方法はつぎの順序による。

- 1) 断面急変部近傍のせん断応力を式(3)によって求める。有効断面の傾斜角は $\theta \approx 70^\circ$ とする。
- 2) 有効断面を用いてプレストレスおよび曲げ応力を計算し,これを用いて各断面の斜引張応力の分布を求める。
- 3) 各断面の斜引張応力の最大値をとってスパン方向の分布図を描く。許容斜引張応力度を超過している領域の全せん断力を鉄筋またはプレストレスで受けるように

図-15 斜引張ひびわれ発生後の“つり合い”



鉄筋または P C 鋼材を配置する。

破壊に対する安全度を確保するための補強は図-13に示したひびわれを基準とする。プレストレスが極端に大きい場合あるいは小さい場合は,ひびわれの傾斜角を修正する。この状態における補強には鉄筋を使用の方が経済である。鉄筋量は図-13を単純化した図-15の“つり合い”を仮定して求める。すなわち,図-15の記号を用いれば

$$\left. \begin{aligned} C &= b \cdot x \cdot \alpha \cdot \sigma_{28} \\ T &= A_p \cdot \sigma_{py} \cdot \cos \beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$C = T$ から

$$x = \frac{A_p \cdot \sigma_{py} \cdot \cos \beta}{b \cdot \alpha \cdot \sigma_{28}} \dots\dots\dots (12)$$

また $\sum V = 0, \sum M = 0$ の条件からつぎの関係が得られる。

$$R = S_u + A_r \cdot \sigma_{sy} + A_p \cdot \sigma_{py} \cdot \sin \beta \dots\dots\dots (13)$$

$$\begin{aligned} M_u + R \cdot a_1 - A_p \cdot \sigma_{py} \left\{ a_2 \sin \beta - \left(h' - \frac{x}{2} \right) \right\} \\ - A_r \cdot \sigma_{sy} \cdot a_3 \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

以上の条件から A B 区間に使用すべきスタラップ量は

$$\begin{aligned} A_r = \frac{M_u - S_u \cdot a_1 - A_p \cdot \sigma_{py} \left\{ (a_1 - a_2) \sin \beta \right. \\ \left. + \left(h' - \frac{x}{2} \right) \cos \beta \right\}}{\sigma_{sy} (a_1 - a_3)} \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

ここに M_u ; 破壊曲げモーメント

S_u ; 破壊時のせん断力

A_p ; ひびわれを切る P C 鋼材断面積

σ_{py} ; P C 鋼材の降伏点応力度

A_r ; A B 間に使用するスタラップ断面積

σ_{sy} ; 鉄筋の降伏点応力度

$a_1 = l + (h_1 - x) \sec \theta$

β ; P C 鋼がひびわれを切る位置で桁軸となす角。

式(15)によって求めた鉄筋量を A B 区間に配置するのであるが,この鉄筋量が設計荷重時に配置した鉄筋量より少ない場合は鉄筋を付加する必要はない。

7. む す び

断面急変部補強の合理的な方法は現在見あたらない。本方法はきわめて巨視的な立場から断面急変部の有効断面をきめ、これにもとづいてせん断応力その他を計算するものである。従来よりも実際に近い状態を考えているので、その補強効果は十分に期待できる。

設計荷重作用時は式(3)で $\theta \approx 78$ として求めたせん断応力を基本にして斜引張応力を計算し、許容斜引張応力度を超過した領域の全せん断力を鉄筋で受ければよい。さらに近似的には、断面急変部中間点

$$x = \frac{h_2}{2 \tan \theta} = 0.182 h_2$$

におけるせん断応力および斜引張応力を求め、これが急変部に一様に分布すると考えて補強すれば十分である。

その計算式はつぎのようになる。

$$\tau = \frac{12 S_x}{b(2h_1 + h_2)} \left(1 - \frac{2y}{2h_1 + h_2} \right) \left(\frac{2h}{2h_1 + h_2} \right) \cdot \left(1 - \frac{5.495}{2h_1 + h_2} \frac{M_x}{S_x} \right) \quad (16)$$

$$h_x = \frac{1}{2} (2h_1 + h_2)$$

破壊に対する安全度を検査するためのつり合いは、すでに断面急変ばりの特徴は失なわれているので、一様断面ばりを考えればよい。破壊荷重を求める方法は種々あるが、前述の方法で容易に求められる。

1965. 4. 23・受付

新刊紹介

P. L. NERVI NEW STRUCTURES

Published in the U.K. and Commonwealth
by the Architectural Press London 1963
(邦価約 3 800 円)

P. L. NERVI はイタリアの有名な構造デザイナーであるが、本著は彼の過去 5 カ年の間にたずさわった仕事をまとめた写真と図面集である。

特に著名な建築物として注目に値するのはローマオリンピックのスタジアム(写真-2)、Turin の労働会館(写真-3)、Milano の Pirelli ビルディング(写真-1)である。Turin の労働会館はコンクリートの柱に鋼製の傘型屋根をのせ、外面にはカーテンウォールを配した風変りな建物である。柱の構造に施工性を考えた曲面を巧みに取り入れた点など参考になることが多い。

写真-1 Milano Pirelli ビルディング

(住友建設KK 五十嵐恒夫)



写真-3 Turin の労働会館

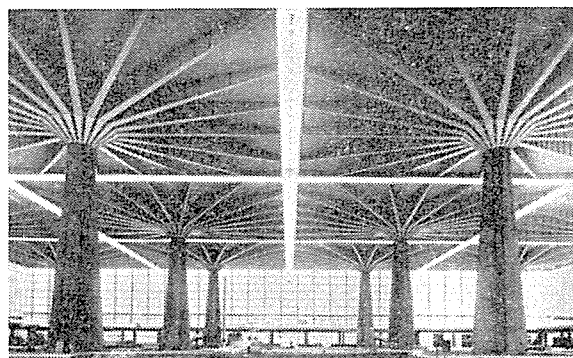
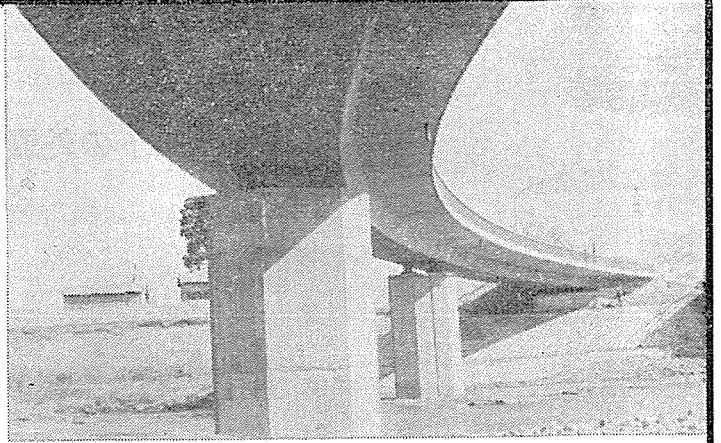


写真-2 ローマオリンピックスタジアム





育英橋(大阪府)
3 径間連続曲線函形
 $R=90\text{ m}$



ピーエスコンクリート設計施工並に製作 日本ピー・エス・コンクリート株式会社

顧問 加賀山之雄 顧問 稲浦鹿蔵 取締役社長 有馬義夫

本社	福井県敦賀市泉125号2番地	電話敦賀 1400(代)
東京営業所	東京都千代田区大手町1丁目4番地(大手町ビル3階362号室)	電話東京 201-8651(代)
大阪営業所	大阪市北区堂島上2丁目39番地(毎日産業ビル別館5階)	電話大阪 361-7797
名古屋営業所	名古屋市中村区広井町2丁目54番地(交通ビル5階52号室)	電話名古屋 54-6536
福岡営業所	福岡市天神町3番地の1(福岡三和ビル6階)	電話福岡 74-9426

東京製網製品



JIS G 3536

鋼線・鋼より線
BBR工法鋼線
多層鋼より線 (19,37本より)

製造元 東京製網株式会社
発売元 東網商事株式会社

東京都中央区日本橋室町2丁目8番地 古河ビル四階
電話 (211) 2851 (大代表)