

報 告

コンクリートのクリープおよび乾燥収縮による PC材のプレストレス力減退—近似理論解

坂 靜 雄
六 車 繁

1. 諸言

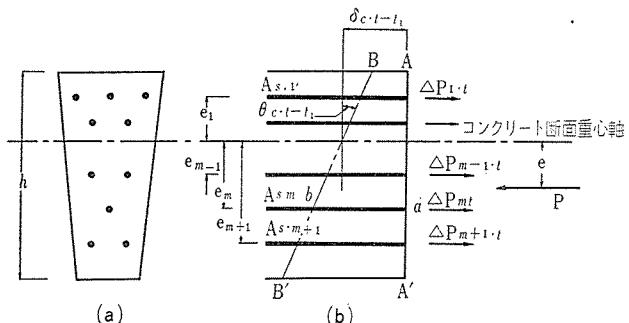
プレストレストコンクリート部材（以下PC部材と略記）は、コンクリートのクリープおよび乾燥収縮、PC鋼材のクリープ（またはレラクセーション）によって、導入されたプレストレス力が時間の経過とともに減少する。この問題に関する研究はすでに数多く発表されており、部材の実用設計にはプレストレス有効率としてポストテンション材では $\eta=0.85$ 、プレテンション材では $\eta=0.80$ を用いて大差ないことが確認されている。しかし、このような有効率仮定値を用いて設計されたPC部材の、実際のプレストレス力減退量を知って有効率仮定値が正当であるかどうかを検査しておくことは、設計部材の安全性を、より一そう明確にするために必要であり、この意味からプレストレス力減退量の理論計算式の研究を行なう必要があるわけである。

これに関する理論研究は、R. Schwarz¹⁾, A.E. Komendant²⁾, K. Sattler^{3), 4)}, H. Baldauf⁵⁾, B. Friz⁶⁾, A. Habel⁷⁾, W. Säger⁸⁾, 著者^{9)~12)}などにより、厳密解または近似解が発表されている。これらの理論式のうち任意多段配置PC鋼材を持つPC断面（以下任意断面と略記）に適用できる一般解としては、K. Sattler^{3), 4)}, H. Baldauf⁵⁾および、著者発表の理論式^{9)~12)}だけであり、他はいずれもある特定のPC鋼材配置を持つ特定断面に対してだけ厳密理論式となるか、または、一般断面に適用すれば、近似度が悪くなるおそれのあるものが多い。すなわち、ある特定の断面を持つPC部材に適用するときには厳密解または近似解となる理論式を、一般断面に適用することは理論上きわめて不合理である。一方、一般断面に適用できる理論解（たとえば、著者理論式）は、計算式が複雑で数値計算の手間がかかって実用的でない。本研究はこのような意味から一般PC断面に対しコンクリートのクリープおよび乾燥収縮によるプレストレス力減退の近似解法を試みたものである。

2. 理論解説導の方針

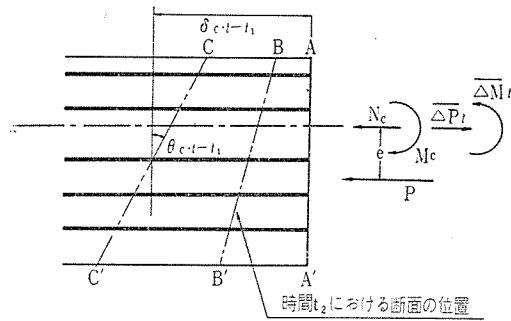
理論解説導にあたって PC 静定部材におけるコンクリート断面に作用する軸方向力および曲げモーメントについて

四一



いて考えてみよう。問題を簡単にするために、図-1(a)に示す無応力補強鉄筋を持たない任意PC断面に、プレストレス力だけが作用している場合について考えることにする。同図(b)において時間 t_1 のとき初プレストレス力 P が偏心距離 e (図でコンクリート断面重心軸より下側に正) で導入された直後の断面位置を A B, その後における任意時間 t のときの位置を A'B' とし、かつ A B B'A' は時間 $t-t_1$ の間におこった単位部材長に対する、コンクリートのクリープひずみを表わすものとする。いま、コンクリートと PC 鋼材との間の平面保持を仮定すれば (この仮定はポストテンション材でグラウトを行なわないものには、特別の場合を除いて適用できない), 時間 t_1 で A B の位置にあった各段 PC 鋼材断面は、時間 t において A'B' の位置になければならない。すなわち、任意段 m における PC 鋼材は時間 $t-t_1$ の間に A B B'A' ではさまれるひずみ a_b だけ強制縮みがおこるわけで、PC 鋼材のクリープ (またはレラクセーション) を無視すれば、上記強制縮みをおこすのに必要な弾性圧縮力 $\Delta P_{m,t}$ が第 m 段目 PC 鋼材におこるプレストレス力減退である。一方、コンクリート断面に對しては $\Delta P_{m,t}$ は図-1(b) に示すように第 m 段目 PC 鋼材配置位置に働く引張力となる。したがって、任意時間 t においてコンクリート断面に作用する軸圧力は、プレストレス力導入直後 t_1 から持続作用する初プレストレス力 P (偏心距離 e), および、各段 PC 鋼材配置位置に働く各段 PC 鋼材のプレストレス力減退量 $\Delta P_{m,t}$ に等しい引張力群とに分けられる。引張力群 $\Delta P_{m,t}$ を各段 PC 鋼材について加算した量

図-2



力を正), プレストレス モーメント減退量を ΔM_t (P_e と反対方向に働くときを正) とすれば、任意時間 t におけるコンクリート断面に作用する軸方向力および曲げモーメントは図-2 のようになる。図-2 にはコンクリート断面の時間 t までにおこる実際ひずみも、あわせて図示してある。時間 $t_1 \sim t_2$ 間においては N_c および M_c は作用していないことを考慮して、時間 $t (\geq t_2 \geq t_1)$ までにおこるコンクリート断面の軸方向実際ひずみ $\bar{\delta}_{c-t-t_1}$ および回転実際ひずみ $\bar{\theta}_{c-t-t_1}$ を求めると,

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_{c-t-t_1} &= \frac{F(P)}{D_{co}}(\varphi_t - \varphi_{t_1}) + \frac{N_c}{D_{co}}(1-k\varphi_t + \varphi_t - \varphi_{t_2}) \\ &\quad - \frac{\Delta P_t}{D_{co}}(1-k\varphi_t) - \int_{t_1}^{t_2} \frac{\Delta P_t}{D_{co}} d\varphi_t \\ &\quad - \int_{t_2}^t \frac{\Delta P_t}{D_{co}} d\varphi_t \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_{c-t-t_1} &= \frac{F(M)}{K_{co}}(\varphi_t - \varphi_{t_1}) + \frac{M_c}{K_{co}}(1-k\varphi_t + \varphi_t - \varphi_{t_2}) \\ &\quad - \frac{\Delta M_t}{K_{co}}(1-k\varphi_t) - \int_{t_1}^{t_2} \frac{\Delta M_t}{K_{co}} d\varphi_t \\ &\quad - \int_{t_2}^t \frac{\Delta M_t}{K_{co}} d\varphi_t \end{aligned} \quad (37)$$

ただし、 ΔP_t , ΔM_t はそれぞれ無載荷部材に対する任意時間までにおこる、プレストレ力およびプレストレスモーメント減退量である。

いま、設計荷重載荷によっておこるコンクリートの弾性変形 $N_c(1-k\varphi_{t_2})/D_{co}$ および $M_c(1-k\varphi_{t_2})/K_{co}$ による PC 鋼材引張力の瞬間的減少量はきわめて小さく、これを無視してもよいと考えられるので、(36) および (37) 式は近似的につぎのようになる。

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_{c-t-t_1} &= \frac{F(P)}{D_{co}}(\varphi_t - \varphi_{t_1}) - \frac{N_c}{D_{co}}(1-k)(\varphi_t - \varphi_{t_1}) \\ &\quad - \frac{\Delta P_t}{D_{co}}(1-k\varphi_t) - \int_{t_1}^{t_2} \frac{\Delta P_t}{D_{co}} d\varphi_t \\ &\quad - \int_{t_2}^t \frac{\Delta P_t}{D_{co}} d\varphi_t \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_{c-t-t_1} &= \frac{F(M)}{K_{co}}(\varphi_t - \varphi_{t_1}) - \frac{M_c}{K_{co}}(1-k)(\varphi_t - \varphi_{t_1}) \\ &\quad - \frac{\Delta M_t}{K_{co}}(1-k\varphi_t) - \int_{t_1}^t \frac{\Delta M_t}{K_{co}} d\varphi_t \\ &\quad - \int_{t_2}^t \frac{\Delta M_t}{K_{co}} d\varphi_t \end{aligned} \quad (39)$$

ここで 4. に述べたと同様の近似を適用する。すなわち、(15) および (16) 式と同様にして

$$\overline{\Delta P_t} = \Delta P_{t_2} + (\overline{\Delta P_n} - \Delta P_{t_2}) \frac{\varphi_t - \varphi_{t_2}}{\varphi_n - \varphi_{t_2}} \quad (40)$$

$$\overline{\Delta M_t} = \Delta M_{t_2} + (\overline{\Delta M_n} - \Delta M_{t_2}) \frac{\varphi_t - \varphi_{t_2}}{\varphi_n - \varphi_{t_2}} \quad (41)$$

とする。ここに、 $\overline{\Delta P_n}$, $\overline{\Delta M_n}$ は載荷 PC 材のプレストレ力およびプレストレス モーメント減退最終量、 ΔP_{t_2} , ΔM_{t_2} は無載荷 PC 材の時間 t_2 までにおこる減退量で、それ (29) および (30) 式に $t=t_2$ を代入して得られる。(40) および (41) 式をそれぞれ (38) および (39) 式に代入整理すると、

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_{c-t-t_1} &= \frac{F(P)}{D_{co}}(\varphi_t - \varphi_{t_1}) + \frac{N_c}{D_{co}}(1-k)(\varphi_t - \varphi_{t_2}) \\ &\quad - \frac{\Delta P_{t_2}}{D_{co}} \left[\frac{\varphi_t - \varphi_{t_1}}{2} + \frac{\varphi_n - \varphi_t}{\varphi_n - \varphi_{t_2}} \left(1 - k\varphi_t + \frac{\varphi_t - \varphi_{t_2}}{2} \right) \right] \\ &\quad - \frac{\overline{\Delta P_n}}{D_{co}} \frac{\varphi_t - \varphi_{t_2}}{\varphi_n - \varphi_{t_2}} \left(1 - k\varphi_t + \frac{\varphi_t - \varphi_{t_2}}{2} \right) \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_{c-t-t_1} &= \frac{F(M)}{K_{co}}(\varphi_t - \varphi_{t_1}) + \frac{M_c}{K_{co}}(1-k)(\varphi_t - \varphi_{t_2}) \\ &\quad - \frac{\Delta M_{t_2}}{K_{co}} \left[\frac{\varphi_t - \varphi_{t_1}}{2} + \frac{\varphi_n - \varphi_t}{\varphi_n - \varphi_{t_2}} \left(1 - k\varphi_t + \frac{\varphi_t - \varphi_{t_2}}{2} \right) \right] \\ &\quad - \frac{\overline{\Delta M_n}}{K_{co}} \frac{\varphi_t - \varphi_{t_2}}{\varphi_n - \varphi_{t_2}} \left(1 - k\varphi_t + \frac{\varphi_t - \varphi_{t_2}}{2} \right) \end{aligned} \quad (43)$$

一方、 $\overline{\Delta P_t}$ および $\overline{\Delta M_t}$ は $\overline{\Delta P_n}$ および $\overline{\Delta M_n}$ が求まれば (40) および (41) 式からただちに求められる。すなわち、(42) および (43) 式より実際ひずみの最終値 $\bar{\delta}_{cn}$ および $\bar{\theta}_{cn}$ を求めると、

$$\bar{\delta}_{cn} = \frac{\overline{\Delta P_n}}{D_{co}}(\varphi_n - \varphi_{t_1}) - \frac{\overline{\Delta P_n}}{D_{co}} K_{\varphi_{n2}} \quad (44)$$

$$\bar{\theta}_{cn} = \frac{\overline{\Delta M_n}}{K_{co}}(\varphi_n - \varphi_{t_1}) - \frac{\overline{\Delta M_n}}{K_{co}} K_{\varphi_{n2}} \quad (45)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \overline{F(P)} &= \left(P + N_c \frac{\varphi_n - \varphi_{t_2}}{\varphi_n - \varphi_{t_1}} \right) (1-k) + D_{co} \frac{S_n}{\varphi_n} - \frac{\Delta P_{t_2}}{2} \\ \overline{F(M)} &= \left(M + M_c \frac{\varphi_n - \varphi_{t_2}}{\varphi_n - \varphi_{t_1}} (1-k) + K_{co} \frac{\Delta S_n}{\varphi_n h} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\Delta M_{t_2}}{2} \right) \end{aligned} \quad (46)$$

$$K_{\varphi_{n2}} = 1 - k\varphi_n + \frac{\varphi_n - \varphi_{t_2}}{2} \quad (47)$$

また、図-2 から実際ひずみ最終値 $\bar{\delta}_{cn}$ および $\bar{\theta}_{cn}$ を用いて $\overline{\Delta P_n}$ および $\overline{\Delta M_n}$ を求めるのであるが、図-1, 2 とは全く同様の意味を持つものであるから、この関係式は (17) および (18) 式と全く同形となる。すなわち

$$\overline{\Delta P_n} = D_s \bar{\delta}_{cn} + D_s e_g \bar{\theta}_{cn} \quad (48)$$

$$\overline{\Delta M_n} = D_s e_g \bar{\delta}_{cn} + K_s \bar{\delta} \bar{\theta}_{cn} \quad (49)$$

(48) および (49) 式にそれぞれ (44) および (45) 式を代入整理すれば、上記の連立方程式は (24) および (25) 式と全く同形となる。すなわち、(27) および (28) 式に

報 告

において

$$\left. \begin{array}{l} \Delta P_n \rightarrow \overline{\Delta P}_n, \Delta M_n \rightarrow \overline{\Delta M}_n \\ F(P) \rightarrow \overline{F}(P), F(M) \rightarrow \overline{F}(M) \\ K_{\varphi n_1} \rightarrow K_{\varphi n_2} \end{array} \right\} \dots\dots\dots(50)$$

なる記号変換を行なえよ。

$$\overline{\Delta P}_n = \frac{\varepsilon p [1 + \varepsilon q K_{\varphi n_2} (\nu - 1)/\nu] \overline{F}(P) + \varepsilon q \overline{F}(M) / \nu e_g}{1 + \varepsilon(p+q) K_{\varphi n_2} + \varepsilon^2 p q K_{\varphi}^2 n_2 (\nu - 1)/\nu} (\varphi_n - \varphi_{t_1}) \dots\dots\dots(51)$$

$$\overline{\Delta M}_n = \frac{\varepsilon p e_g \overline{F}(P) + \varepsilon q [1 + \varepsilon p K_{\varphi n_2} (\nu - 1)/\nu] \overline{F}(M)}{1 + \varepsilon(p+q) K_{\varphi n_2} + \varepsilon^2 p q K_{\varphi}^2 n_2 (\nu - 1)/\nu} (\varphi_n - \varphi_{t_1}) \dots\dots\dots(52)$$

6. 特別の場合

4. および 5. で述べた近似解は、いずれも $e_g = 0$ として求めたものである。 $e_g = 0$ の場合、無載荷部材では (17) および (18) 式を、載荷部材では (48) および (49) 式を用いることはできない。すなわち、これらの式に $e_g = 0$ を代入したものを用いなければならない。ここでは無載荷部材の場合を示せば、

$$\Delta P_n = D_s \delta_{cn}, \Delta M_n = K_s \theta_{cn} \dots\dots\dots(53)$$

したがって、(21) および (22) 式を代入整理すれば

$$\Delta P_n = \frac{\varepsilon p F(P)}{1 + \varepsilon p K_{\varphi n_1}} (\varphi_n - \varphi_{t_1}) \dots\dots\dots(54)$$

$$\Delta M_n = \frac{\varepsilon q F(M)}{1 + \varepsilon q K_{\varphi n_1}} (\varphi_n - \varphi_{t_1}) \dots\dots\dots(55)$$

をうる。載荷部材の場合には (50) 式の記号変換を行なって、

$$\overline{\Delta P}_n = \frac{\varepsilon p \overline{F}(P)}{1 + \varepsilon p K_{\varphi n_2}} (\varphi_n - \varphi_{t_1}) \dots\dots\dots(56)$$

$$\overline{\Delta M}_n = \frac{\varepsilon q \overline{F}(M)}{1 + \varepsilon q K_{\varphi n_2}} (\varphi_n - \varphi_{t_1}) \dots\dots\dots(57)$$

7. 不静定構造物における PC 部材

不静定架構における PC 部材はプレストレス導入による軸圧力 p および曲げモーメント M 、設計荷重による軸圧力 N_c および曲げモーメント M_c (これらはすべて一定と考える) のほかに、コンクリートのクリープおよび乾燥収縮によっておこるクリープ不静定力およびクリープ不静定モーメントを受ける。これらのクリープ不静定応力は時間の経過とともに変化する変動応力である。いま、コンクリート断面に分担されるクリープ不静定軸方向力を N_{ct} 、クリープ不静定曲げモーメントを M_{ct} とし、これらによるコンクリートの弾性変形のためにおこる PC 鋼材引張力の損失量を無視すれば、これらによつておこるコンクリート断面重心軸における軸方向ひずみおよび回転ひずみ増分は、

$$\text{軸方向ひずみ増分} = \frac{1}{D_{co}} \int_{t_1}^t N_{ct} d\varphi_t \dots\dots\dots(58)$$

$$\text{回転ひずみ増分} = \frac{1}{K_{co}} \int_{t_1}^t M_{ct} d\varphi_t \dots\dots\dots(59)$$

ただし、 N_{ct} は圧縮力を正、 M_{ct} は $M = Pe$ と同方向のとき正としてある。 $t = t_1$ においては $N_{ct} = 0, M_{ct} = 0$ であること、および、プレストレス力およびプレストレスモーメント減退量におよぼす N_{ct} および M_{ct} の影響はかなり小さいことから¹⁴⁾、(58) および (59) 式をつぎのように近似化する。

$$\text{軸方向ひずみ増分} = \frac{1}{D_{co}} \cdot \frac{N_{ct}}{2} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \dots\dots\dots(60)$$

$$\text{回転ひずみ増分} = \frac{1}{K_{co}} \cdot \frac{M_{ct}}{2} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \dots\dots\dots(61)$$

したがって、不静定構造における PC 部材においては、 $\delta_{c,t-t_1}, \theta_{c,t-t_1}$ は無載荷部材の場合に対しては (19) および (20) 式の右辺に (60) および (61) 式を加算したものになる。同様に δ_{cn}, θ_{cn} については、(21) および (22) 式の右辺に、

$$\text{軸方向ひずみ増分} = \frac{1}{D_{co}} \cdot \frac{N_{cn}}{2} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \dots\dots\dots(62)$$

$$\text{回転ひずみ増分} = \frac{1}{K_{co}} \cdot \frac{M_{cn}}{2} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \dots\dots\dots(63)$$

N_{cn} : 不静定軸方向力最終値 (圧縮力を正)

M_{cn} : 不静定曲げモーメント最終値 ($M = Pe$ と同方向の場合を正)

をそれぞれ加算すればよい。結局、(21) および (22) 式において、

$$\left. \begin{array}{l} F(P) = (1-k)P + N_{cn}/2 + S_n D_{co}/\varphi_n \\ F(M) = (1-k)M + M_{cn}/2 + 4 S_n K_{co}/\varphi_n h \end{array} \right\} \dots\dots\dots(64)$$

とおけば、不静定応力を考慮する場合でも解は 4. の場合と全く同じとなる。

載荷 PC 部材の場合でも全く同様であって、(51) および (52) 式がそのまま用いられる。ただし、 $\overline{F}(P)$ および $\overline{F}(M)$ は (46) 式右辺に N_{cn} および M_{cn} に関する補正を行なえよ。すなわち、

$$\left. \begin{array}{l} \overline{F}(P) = \left(P + N_{cn} \frac{\varphi_n - \varphi_{t_2}}{\varphi_n - \varphi_{t_1}} \right) (1-k) + \frac{N_{cn}}{2} + D_{co} \frac{S_n}{\varphi_n} \\ \quad - \frac{\Delta P_{t_2}}{2} \\ \overline{F}(M) = \left(M + M_{cn} \frac{\varphi_n - \varphi_{t_2}}{\varphi_n - \varphi_{t_1}} \right) (1-k) + \frac{M_{cn}}{2} \\ \quad + K_{co} \frac{\Delta S_n}{\varphi_n h} - \frac{\Delta M_{t_2}}{2} \end{array} \right\} \dots\dots\dots(65)$$

なお、クリープ不静定力 N_{cn}, M_{cn} を求めるためには、不静定架構の応力解析を行なわなければならない。これには δ_{cn}, θ_{cn} または $\bar{\delta}_{cn}, \bar{\theta}_{cn}$ を N_{cn} および M_{cn} の関数として表わすことが必要である。すなわち、

$$\delta_{cn} = \frac{1}{D_{co}} \cdot \frac{(1 + \varepsilon q K_{\varphi n_1}) F(P) - \varepsilon q K_{\varphi n_1} F(M) / \nu e_g}{1 + \varepsilon(p+q) K_{\varphi n_1} + \varepsilon^2 p q K_{\varphi}^2 n_1 (\nu - 1)/\nu} (\varphi_n - \varphi_{t_1}) \dots\dots\dots(66)$$

$$\theta_{cn} = \frac{1}{K_{co}} \cdot \frac{(1 + \varepsilon p K_{\varphi n_1}) F(M) - \varepsilon p e_g K_{\varphi n_1} F(P)}{1 + \varepsilon(p+q) K_{\varphi n_1} + \varepsilon^2 p q K_{\varphi}^2 n_1 (\nu - 1)/\nu} (\varphi_n - \varphi_{t_1}) \dots\dots\dots(67)$$

$$\bar{\delta}_{cn} = \frac{1}{D_{co}} \cdot \frac{(1+\varepsilon q K_{\varphi n_2}) \bar{F}(P) - \varepsilon q K_{\varphi n_2} \bar{F}(M)/\nu e_g}{1+\varepsilon(p+q)K_{\varphi n_2} + \varepsilon^2 p q K_{\varphi}^2 n_2 (\nu-1)/\nu} (\varphi_n - \varphi_{t_1}) \quad \dots \dots \dots (68)$$

$$\bar{\theta}_{cn} = \frac{1}{K_{co}} \cdot \frac{(1+\varepsilon p K_{\varphi n_2}) \bar{F}(M) - \varepsilon p e_g K_{\varphi n_2} \bar{F}(P)}{1+\varepsilon(p+q)K_{\varphi n_2} + \varepsilon^2 p q K_{\varphi}^2 n_2 (\nu-1)/\nu} (\varphi_n - \varphi_{t_1}) \quad \dots \dots \dots (69)$$

特別の場合として $e_g = 0$ のときには、

$$\delta_{cn} = \frac{1}{D_{co}} \cdot \frac{\bar{F}(P)}{1+\varepsilon p K_{\varphi n_1}} (\varphi_n - \varphi_{t_1}) \quad \dots \dots \dots (70)$$

$$\theta_{cn} = \frac{1}{K_{co}} \cdot \frac{\bar{F}(M)}{1+\varepsilon p K_{\varphi n_1}} (\varphi_n - \varphi_{t_1}) \quad \dots \dots \dots (71)$$

$$\bar{\delta}_{cn} = \frac{1}{D_{co}} \cdot \frac{\bar{F}(P)}{1+\varepsilon p K_{\varphi n_2}} (\varphi_n - \varphi_{t_1}) \quad \dots \dots \dots (72)$$

$$\bar{\theta}_{cn} = \frac{1}{K_{co}} \cdot \frac{\bar{F}(M)}{1+\varepsilon q K_{\varphi n_2}} (\varphi_n - \varphi_{t_1}) \quad \dots \dots \dots (73)$$

となる。

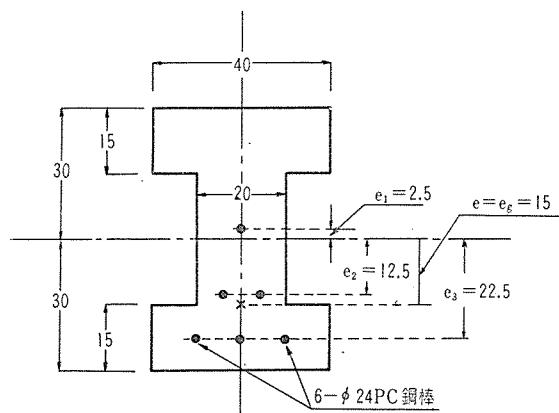
8. 計算例

図-3に示すPCバリ断面に対してコンクリートのクリープおよび乾燥収縮によるプレストレス力およびプレストレスモーメント減退量を求める。使用PC鋼材は6-φ24 mm鋼棒(1本あたりの断面積4.047 cm²)とし、図示のように配置するものとする。導入プレストレス力は $P=150$ t(鋼棒1本あたり25 t)、コンクリートのクリープ係数および乾燥収縮ひずみ最終値は

$$\left. \begin{aligned} \varphi_t &= \frac{0.5 t}{1.5 + 0.25 t} \quad (t \text{ の単位は週}) \\ S_n &= 2 \times 10^{-4}, \Delta S_n = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (a)$$

とする。また、コンクリートおよびPC鋼棒の弾性係数は $E_{co}=350\,000$ kg/cm²、 $E_s=2\,000\,000$ kg/cm² とし、コンクリートの弾性係数の時間的変化はこれを無視するものとする($k=0$)。図-3よりプレストレス力偏心距離を求めると $e=15$ cmとなり、したがって、導入プレストレスモーメントは $M=Pe=150 \times 0.15=22.5$ t·mである。

図-3



まず無載荷バリとして計算することにすれば、計算式は(27)および(28)式である。導入時材令を $t_1=1$ 週と

すると、

$$\varphi_{t_1} = \frac{0.5}{1.5 + 0.25 \times 1} = 0.284, \quad \varphi_n = \frac{0.5}{0.25} = 2$$

$$\therefore \varphi_n - \varphi_{t_1} = 2 - 0.284 = 1.716 \quad \dots \dots \dots (b)$$

計算に必要な諸数値を求めるとき、つきのようになる。

$$A_c = 1800 \text{ cm}^2, \quad A_s = 24.282 \text{ cm}^2$$

$$I_c = 6.75 \times 10^5 \text{ cm}^4$$

$$I_s = 7436.4 \text{ cm}^4$$

$$\therefore p = 0.0135, \quad q = 0.0110$$

$$\varepsilon = 5.714$$

$$K_{\varphi n_1} = 1.858$$

$$\therefore \varepsilon p = 0.0771, \quad \varepsilon q = 0.0629$$

$$\varepsilon p K_{\varphi n_1} = 0.143, \quad \varepsilon q K_{\varphi n_1} = 0.117$$

$$F(P) = 213\,000 \text{ kg}$$

$$F(M) = M = 2250\,000 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$e_g = 15 \text{ cm} \quad \therefore \nu = I_s / A_s e_g^2 = 1.361$$

$$(\nu-1)/\nu = 0.265$$

$$\varepsilon(p+q)K_{\varphi n_1} = 0.260$$

$$\varepsilon^2 p q K_{\varphi}^2 n_1 (\nu-1)/\nu = 0.0044$$

$$\varepsilon p [1 + \varepsilon q K_{\varphi n_1} (\nu-1)/\nu] = 0.0795$$

$$\varepsilon q [1 + \varepsilon p K_{\varphi n_1} (\nu-1)/\nu] = 0.0653$$

$$\varepsilon q/\nu e_g = 0.00308$$

$$\varepsilon p e_g = 1.157$$

以上の諸数値を(27)および(28)式に代入して、

$$\left. \begin{aligned} 4P_n &= 32.38 \text{ t} \\ 4M_n &= 533.86 \text{ t} \cdot \text{cm} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (c)$$

プレストレス力有効率 η_p およびプレストレスモーメント有効率 η_m は

$$\left. \begin{aligned} \eta_p &= \frac{P - 4P_n}{P} = 0.7841 \\ \eta_m &= \frac{M - 4M_n}{M} = 0.7627 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (d)$$

となって、 η_m と η_p とはきわめて接近しているが異なった値をとる。このことは著者の厳密理論式に関する研究においても理論的に示されている。

つぎに、比較のために全PC鋼材がプレストレス力偏心位置に全部集合してあるものと考え、(31)および(32)式を図-3の断面に適用することにすると、 $4P_n$ および $4M_n$ はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} 4P_n &= 35.22 \text{ t} \\ 4M_n &= 4P_n e_g = 528.3 \text{ t} \cdot \text{cm} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (e)$$

また、有効率は

$$\eta_p = 0.7652 (= \eta_m) \quad \dots \dots \dots (f)$$

となって、 η_p は(d)式よりも約3%小となる。

つぎに、 $t_2=4$ 週で、 $M_c=-35$ t·m が作用するときの減退量 $\overline{4P_n}$ および $\overline{4M_n}$ を求める。計算式は(51)および(52)式を用いる。

計算に必要な諸数値を求めるときのようになる。

報 告

$$\varphi_{t_2}=0.8 \quad \therefore \varphi_n-\varphi_{t_2}=1.2$$

$$K_{\varphi n_2}=1.6$$

$$\varepsilon p K_{\varphi n_2}=0.1234$$

$$\varepsilon q K_{\varphi n_2}=0.1008$$

$$\varepsilon(p+q)K_{\varphi n_2}=0.2242$$

$$\varepsilon^2 p q K_{\varphi n_2}(\nu-1)/\nu=0.0033$$

$$\varepsilon p [1+\varepsilon q K_{\varphi n_2}(\nu-1)/\nu]=0.0792$$

$$\varepsilon q [1+\varepsilon p K_{\varphi n_2}(\nu-1)/\nu]=0.0650$$

$$\Delta P_{t_2}=\Delta P_n \frac{\varphi_{t_2}-\varphi_{t_1}}{\varphi_n-\varphi_{t_1}}=9.74 \text{ t}$$

$$\Delta M_{t_2}=\Delta M_n \frac{\varphi_{t_2}-\varphi_{t_1}}{\varphi_n-\varphi_{t_1}}=160.53 \text{ t}\cdot\text{cm}$$

$$M_c \frac{\varphi_n-\varphi_{t_2}}{\varphi_n-\varphi_{t_1}}=-2447.55 \text{ t}\cdot\text{cm}$$

$$\therefore \overline{F(P)}=F(P)-\frac{\Delta P_{t_2}}{2}=208.13 \text{ t}$$

$$\overline{F(M)}=F(M)+M_c \frac{\varphi_n-\varphi_{t_2}}{\varphi_n-\varphi_{t_1}}-\frac{\Delta M_{t_2}}{2}=-277.82 \text{ t}\cdot\text{cm}$$

これらを(51)および(52)式に代入すれば、

$$\begin{aligned} \overline{F_n}=21.85 \text{ t} \\ \overline{M_n}=311.39 \text{ t}\cdot\text{cm} \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad \text{(g)}$$

有効率は

$$\eta_p=0.8543, \eta_m=0.8616 \quad \text{(h)}$$

となって、無載荷の場合とくらべてかなり有効率が大きくなる。

なお、(31)および(32)式に(50)式を記号変換を行なったものを適用することにすれば、(e) より

$$\begin{aligned} \Delta P_{t_2}=\Delta P_n \frac{\varphi_{t_2}-\varphi_{t_1}}{\varphi_n-\varphi_{t_1}}=10.59 \text{ t} \\ \Delta M_{t_2}=\Delta M_n \frac{\varphi_{t_2}-\varphi_{t_1}}{\varphi_n-\varphi_{t_1}}=158.86 \text{ t}\cdot\text{cm} \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad \text{(i)}$$

したがって

$$\begin{aligned} \overline{F(P)}=F(P)-\frac{\Delta P_{t_2}}{2}=207.7 \text{ t} \\ \overline{F(M)}=F(M)+M_c \frac{\varphi_n-\varphi_{t_2}}{\varphi_n-\varphi_{t_1}}-\frac{\Delta M_{t_2}}{2}=-276.98 \text{ t}\cdot\text{cm} \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad \text{(j)}$$

これらを(31)および(32)式に(50)式の記号変換を行なったものに代入すれば、

$$\begin{aligned} \overline{F_n}=20.23 \text{ t} \\ \overline{M_n}=\overline{F_n} e_g=303.45 \text{ t}\cdot\text{cm} \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad \text{(k)}$$

有効率は、

$$\eta_p=0.8651 (= \eta_m) \quad \text{(l)}$$

となって、多段配置PC鋼材として取扱った値(h)式よりもやや大きい有効率となる。

つぎに、 M_c 載荷開始時期 $t_2=4$ 週を無視して、 M_c も $t=t_1=1$ 週から作用し始めるものと仮定して、 $\overline{F_n}$ および $\overline{M_n}$ 近似値を求める。すなわち、(51) および(52)式に $t_2=t_1$ を代入したもの、すなわち、(27) および(28)式で $F(P) \rightarrow \overline{F}(P)$, $F(M) \rightarrow \overline{F}(M)$ なる記号変換を行なったものを用いる。 $\overline{F}(P)$, $\overline{F}(M)$ の値は(46)式に $t_2=t_1$

とおいたものからつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \overline{F}(P)=F(P)=213 \text{ t} \\ \overline{F}(M)=F(M)+M_c=-1250 \text{ t}\cdot\text{cm} \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad \text{(m)}$$

よって、(27) および(28) 式から、

$$\begin{aligned} \overline{F_n}=17.76 \text{ t} \\ \overline{M_n}=359.40 \text{ t}\cdot\text{cm} \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad \text{(n)}$$

有効率は

$$\eta_p=0.8816, \eta_m=0.8403 \quad \text{(o)}$$

となって、精算した有効率(h)式とくらべて η_p では約 3 % 大、 η_m では約 2 % 小さい。

なお、これと同様な計算を(31) および(32) 式を用いて計算すると(ただし、 $F(P) \rightarrow \overline{F}(P)$, $F(M) \rightarrow \overline{F}(M)$ の記号変換を行なう)、

$$\begin{aligned} \overline{F_n}=15.23 \text{ t} \\ \overline{M_n}=\overline{F_n} e_g=228.45 \text{ t}\cdot\text{cm} \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad \text{(p)}$$

有効率は、

$$\eta_p=0.8985 (= \eta_q) \quad \text{(q)}$$

となって、精算値(h)式とくらべると約 5 % 大となっていいる。

以上の数値計算結果を表-1にまとめておく。

表-1

| 精算、 略算の 別* | $\Delta P_n, \Delta M_n$ 等の計算に使用した理論式 | 無載荷の場合 | | 載荷の場合 | |
|------------------|---|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | | $\eta_p(\%)$ | $\eta_m(\%)$ | $\eta_p(\%)$ | $\eta_m(\%)$ |
| 精算 | (27) および (28) 式 | 78.41 | 76.27 | — | — |
| 略算 | (31) および (32) 式** | 76.52 | 76.52 | — | — |
| 精算 | (51) および (52) 式 | — | — | 85.43 | 86.16 |
| 略算 | (31), (32) 式に (50) 式の記号変換 | — | — | 86.51 | 86.51 |
| $t_2=t_1$ | (27), (28) 式に $F(P) \rightarrow \overline{F}(P)$, $F(M) \rightarrow \overline{F}(M)$ | — | — | 88.16 | 84.03 |
| 精算 | (31), (32) 式に $F(P) \rightarrow \overline{F}(P)$, $F(M) \rightarrow \overline{F}(M)$ | — | — | 89.85 | 89.85 |
| 略算 | (31), (32) 式に $F(P) \rightarrow \overline{F}(P)$, $F(M) \rightarrow \overline{F}(M)**$ | — | — | 89.85 | 89.85 |

* 精算とは多段配置PC鋼材を持つ断面として計算する場合、略算とは偏心位置に全PC鋼材が集合してあるとした仮想断面について計算する場合をいう。

** DIN 4227 解説に示されている計算式と一致する。

9. 結 論

コンクリートのクリープおよび乾燥収縮によるPC部材のプレストレス力およびプレストレストモーメント減退は、コンクリートのクリープひずみに比例しておこると仮定して、多段配置PC鋼材を持つPC部材のプレストレス力およびプレストレストモーメント減退近似計算式を求めた。数値計算例からもわかるように、設計荷重載荷の場合と無載荷の場合とでは前者の有効率がかなり大きくなり、部材断面設計上有利である。載荷部材に対する理論計算式もあわせて示した。また、本研究で