

任意のパイプレイアウトに対するパイプクーリング解析手法の提案

名城大学大学院 ○池村 種
名城大学 正会員 博(工) 石川 靖晃

Abstract : In this study, a new numerical method of pipe-cooling thermal analysis is presented in order to achieve arbitrary layout of the cooling pipe independent of FEM mesh arrangement. The proposed method will enable a series of cooling pipes to be connected with some branch points by calculating water flow rate of all pipe segments automatically, which has been also impossible for the conventional analytical procedures. Then, some thermal analyses for concrete structural model with pipe cooling system are executed and validity of the proposed numerical method is discussed.

Key words : Pipe cooling , Pipe layout , FEM analysis

1. はじめに

パイプクーリングは、マスコンクリートのような大型構造物内部で発生する熱を除去するにあたって有効な手段の一つである。パイプクーリングの効果を定量的に評価するためには、クーリングパイプの配置などさまざまな条件を反映させた温度解析が必要となる。

パイプクーリングを考慮した温度解析理論は田辺ら¹⁾によって最初に確立されており、そのFEM解析手法は溝渕ら²⁾によって確立された。一方で、その手法はパイプを設定する際に、パイプを表現するTruss要素の節点をコンクリートを表現するSolid要素の節点と同位置に与えるという制約がある等、いくつかの問題点が存在する。実際に、この問題点は数値解析を行いパイプレイアウトについて多面的な検討を行う上で大きな障害となっていた。そこで本研究では、これらの問題点を解消し、任意のパイプレイアウトが可能な解析手法の構築を目的とした。そして、本提案手法について簡単なモデルを用いて数値的に検証を行った。

2. パイプクーリングを考慮した熱移動モデル

本解析手法の基になる熱移動理論は、田辺¹⁾、溝渕²⁾らによって既に確立されている。本節では、理論の概略を述べるが、その詳細については文献1)、2)を参照されたい。図-1のようなコンクリート内部にパイプが埋め込まれている体積領域 Ω について考える。コンクリート表面は外気と境界 S_1 で接しており、パイプ壁面は境界 S_2 を介してコンクリートと接していると仮定する。

コンクリート体積領域内の非熱伝導方程式は、次式となる。

$$k \left(\frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_c}{\partial z^2} \right) + Q(t) = \rho_c c_c \frac{\partial T_c}{\partial t} \quad (1)$$

ここで、 k は熱伝導率(W/m $^{\circ}$ C)、 T_c はコンクリートの温度($^{\circ}$ C)、 $Q_c(t)$ はコンクリートの発熱率、 ρ_c はコンクリートの密度(kg/m 3)、 c_c はコンクリートの比熱(kJ/kg $^{\circ}$ C)、 t は時間である。

コンクリート表面と外気における対流境界は次式にて表わされる。

$$k \frac{\partial T_c}{\partial x} n_x + k \frac{\partial T_c}{\partial y} n_y + k \frac{\partial T_c}{\partial z} n_z + q_s + \alpha_c (T_c - T_a) = 0 \quad (2)$$

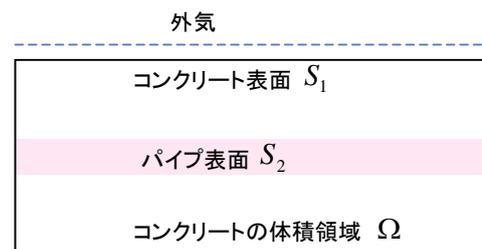


図-1 パイプが埋め込まれたコンクリート領域と熱伝達境界

ここで、 n_x, n_y, n_z はそれぞれの境界面における方向余弦、 α_c はコンクリートの表面熱伝導率(W/m²°C)、 q_s はコンクリート表面での熱流束、 T_a は外気温(°C)である。

パイプ壁面での境界条件は、パイプ内の水とコンクリートと接している壁面との熱伝達が行われているとして以下の式で表現される。

$$k \frac{\partial T_c}{\partial x} n_x + k \frac{\partial T_c}{\partial y} n_y + k \frac{\partial T_c}{\partial z} n_z + \alpha_w (T_c - T_w) = 0 \quad (3)$$

ここで、 α_w はパイプ壁面での熱伝達係数(W/m²°C)、 T_w はパイプ内水温(°C)である。

また図-2のようなパイプの微小区間においての熱収支を考える。田辺らによれば、熱収支はパイプ表面からの流入による熱変化量 Q_f 、パイプ区間内の熱変化量 Q_c 、時間変化に伴う熱変化量 Q_t を考慮することにより、熱収支の釣り合いから最終的に次式を誘導される。

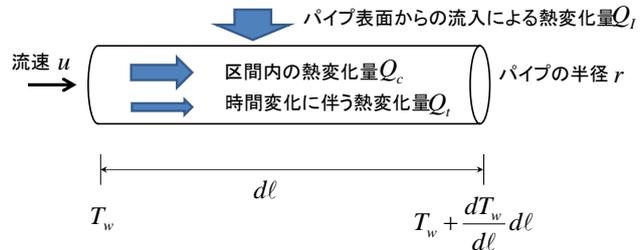


図-2 パイプ内水温の熱収支

$$\rho_w c_w u \frac{\partial T_w}{\partial l} + \frac{2\alpha_w}{r} (T_w - T_c) + \rho_w c_w \frac{\partial T_w}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

ここで、 u はパイプ内流速、 r はパイプ管径、 T_c はパイプ壁面温度、 h はパイプ壁面の熱伝達率である。

式(1)～(3)に Galerkin 法を用いて、コンクリートの節点温度 $\{\bar{T}_c\}$ およびパイプ内節点水温 $\{\bar{T}_w\}$ を用いてマトリックス表示すると次式が得られる。

$$[K_c] \{\bar{T}_c\} - [K_{cw}] \{\bar{T}_w\} + [C] \frac{d\{\bar{T}_c\}}{dt} = \{F_c\} \quad (5)$$

ここで、 $[B]$ はコンクリート温度勾配に関する形状関数マトリックス、 $[N_c]$ はコンクリート温度に関する形状関数マトリックス、 $[N_w]$ はパイプ内水温に関する形状関数マトリックスである。マトリックスの詳細については文献1)、2)を参照されたい。

同様に式(4)に対して Galerkin 法を用いると次式が得られる。

$$[K_w] \{\bar{T}_w\} - [K_{wc}] \{\bar{T}_c\} + [W] \frac{d\{\bar{T}_w\}}{dt} = 0 \quad (6)$$

式(5)、(6)を連成させることで次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} K_c & -K_{cw} \\ -K_{wc} & K_w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{T}_c \\ \bar{T}_w \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & W \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} \bar{T}_c \\ \bar{T}_w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_c \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

式(7)を時間差分化することにより、パイプクーリングの効果を考慮した温度解析が可能となる。

3. 従来の解析手法の問題とその改善案

パイプクーリングを考慮した温度解析の特徴の一つとしてパイプに沿った経路積分が含まれていることが挙げられる。コンクリート領域をSolid要素、パイプ領域をTruss要素でモデル化すると仮定する。Truss要素に沿った経路積分を行う場合、図-3に示すようにパイプ区間のガウス点位置に対応する局所座標を求める必要がある。パイプ区間の積分を実施する際、ガウス点は、Truss要素の局所座標系に沿って存在していることから、ガウス点位置に対応するTruss要素の局所座標値 φ を求めることは容易である。一方、ガウス点に対応するSolid要素の局所座標値 ξ, η, ζ を求めることは簡単ではない。Solid要素の全体座標位置と局所座標の関係は次式で表わされる。

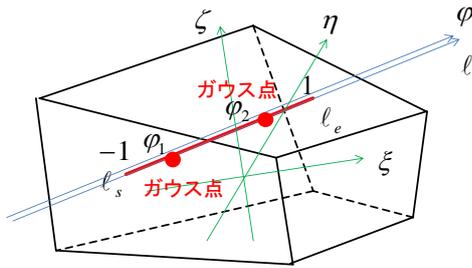
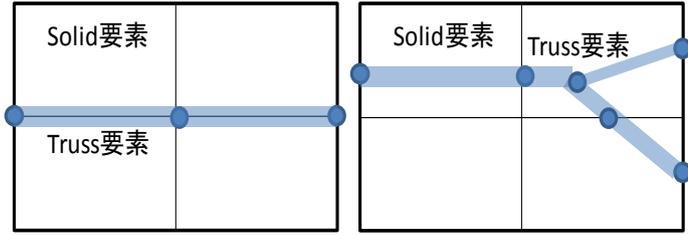


図-3 Truss および Solid 要素における局所座標系



(a) 従来の手法 (b) 改善された方法
図-4 従来のパイプレイアウトとその改善

$$\begin{aligned}
 x(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta, \zeta) x_i \\
 y(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta, \zeta) y_i \\
 z(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta, \zeta) z_i
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

ここで、 N_i は形状関数、 x, y, z は全体座標とする。式(8)からわかるように、Solid要素においては、局所座標位置 (ξ, η, ζ) が既知である場合、全体座標位置は直ちに求めることができるが、全体座標位置が既知である場合、局所座標位置は、極めて限定された条件下においてのみでしか陽に求めることができない。よって従来のパイプクーリング解析では、図-4(a)に示すようなパイプ節点をコンクリート節点と同一位置に取り、Truss要素をSolid要素の辺上に配置していた。しかし、これが多角的なパイプレイアウトの検討を行うことに制限を与えることになっていた。そこで図-4(b)のような自由なパイプレイアウトを可能にした数値解析を試みた。

ガウス点位置に対応する Solid 要素の局所座標を求めることは、以下の式を解くことと同等である。

$$x(\xi, \eta, \zeta) = x_{pipe} \quad y(\xi, \eta, \zeta) = y_{pipe} \quad z(\xi, \eta, \zeta) = z_{pipe}
 \tag{9}$$

ここで、 $x_{pipe}, y_{pipe}, z_{pipe}$ はそれぞれガウス点に対応する全体座標である。式(9)の左辺を $\xi = \xi_0, \eta = \eta_0, \zeta = \zeta_0$ として第一次項まで Taylor 展開することで次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 x(\xi, \eta, \zeta) &= x(\xi_0, \eta_0, \zeta_0) + (\xi_g - \xi_0) \frac{\partial x}{\partial \xi} + (\eta_g - \eta_0) \frac{\partial x}{\partial \eta} + (\zeta_g - \zeta_0) \frac{\partial x}{\partial \zeta} \\
 y(\xi, \eta, \zeta) &= y(\xi_0, \eta_0, \zeta_0) + (\xi_g - \xi_0) \frac{\partial y}{\partial \xi} + (\eta_g - \eta_0) \frac{\partial y}{\partial \eta} + (\zeta_g - \zeta_0) \frac{\partial y}{\partial \zeta} \\
 z(\xi, \eta, \zeta) &= z(\xi_0, \eta_0, \zeta_0) + (\xi_g - \xi_0) \frac{\partial z}{\partial \xi} + (\eta_g - \eta_0) \frac{\partial z}{\partial \eta} + (\zeta_g - \zeta_0) \frac{\partial z}{\partial \zeta}
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

式(9)に式(10)を代入し、行列表示すると以下となる。

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial z}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi - \xi_0 \\ \eta - \eta_0 \\ \zeta - \zeta_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{pipe} - x(\xi_0, \eta_0, \zeta_0) \\ y_{pipe} - y(\xi_0, \eta_0, \zeta_0) \\ z_{pipe} - z(\xi_0, \eta_0, \zeta_0) \end{pmatrix}
 \tag{11}$$

また式(11)を変形させると次式が得られる。

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = [J]^{-1} \begin{pmatrix} x_{pipe} - x(\xi_0, \eta_0, \zeta_0) \\ y_{pipe} - y(\xi_0, \eta_0, \zeta_0) \\ z_{pipe} - z(\xi_0, \eta_0, \zeta_0) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi_0 \\ \eta_0 \\ \zeta_0 \end{pmatrix}, \quad [J] = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial z}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{pmatrix} \quad (12)$$

式(12)より得られた ξ, η, ζ を第一次近似解として、 ξ_0, η_0, ζ_0 に置き換え再び式(12)を用いて ξ, η, ζ を更新する。これを繰り返すことによって、任意のガウス点位置に対応する Solid 要素の局所座標値を求めることができる。

4. 数値解析による検証

提案した手法を用いて簡単なモデルに対してパイプクーリング解析を行い、本手法と従来の手法との解析解の比較を行った。解析対象モデルを図-5に示す。解析対象モデルは1000mm×1000mm×200mmのコンクリート直方体とし、パイプはコンクリートの表面に斜めに配置した。また従来の手法との比較のため、パイプ節点が独立して存在している場合とパイプ要素がコンクリート要素節点上に取る場合の2ケースを想定した。コンクリート表面は全て断熱境界であり、3日後に0.2m/s通水を開始した。解析に使用した熱特性値を表-1に示す。ただし、パイプ壁面の熱伝達率は、溝渕らの研究²⁾を基に次式で与えた。

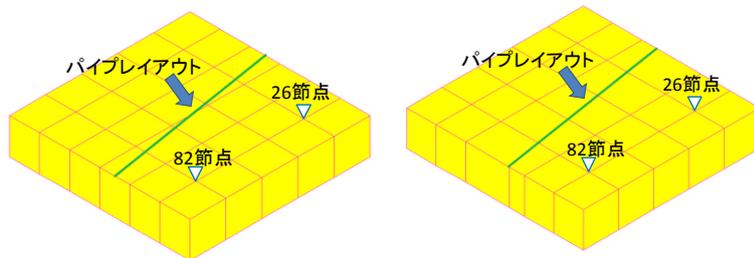
$$h = -0.06u^2 + 14.5u - 198 \quad (\text{kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}) \quad (13)$$

ここで、 u は流速とする。 u の取りうる値など詳細は溝渕らの研究²⁾を参考にされたい。

図-6に26節点および82節点におけるコンクリート温度の経時変化を示す。なお、節点は図-5の解析モデル

表-1 比較に用いた特性値

普通ポルトランドセメント	300kg/m ³
終局断熱温度上昇値	46°C
速度定数	1.104
パイプの直径	60mm
水の密度	1000kg/m ³
水の比熱	4.18kJ/kg°C
コンクリートの熱伝達率	2.7W/m°C
コンクリートの比熱	1.1kJ/kg°C
コンクリートの密度	2300kg/m ³



(a) 提案した手法による解析モデル (b) 従来の手法による解析モデル

図-5 解析モデル

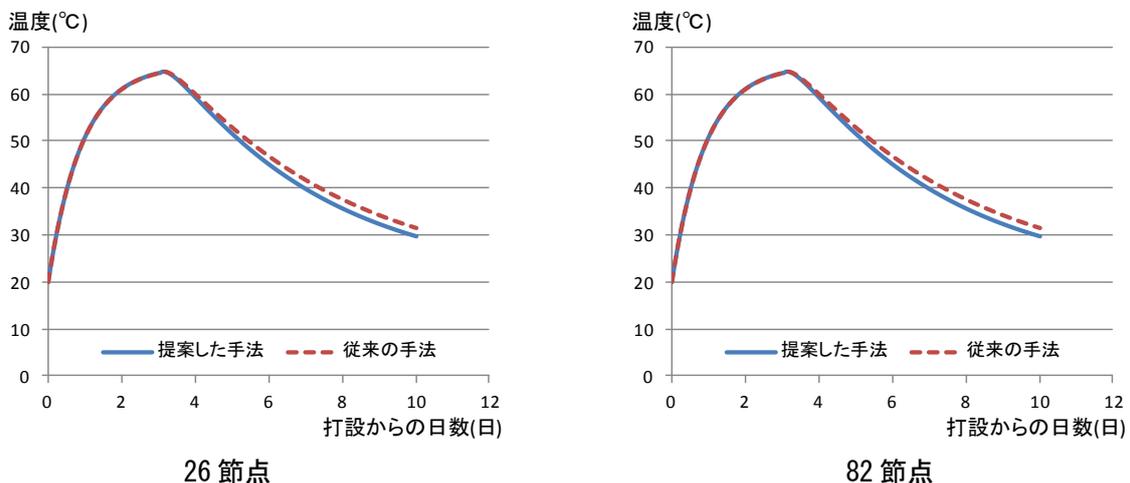


図-6 26節点及び82節点における温度履歴

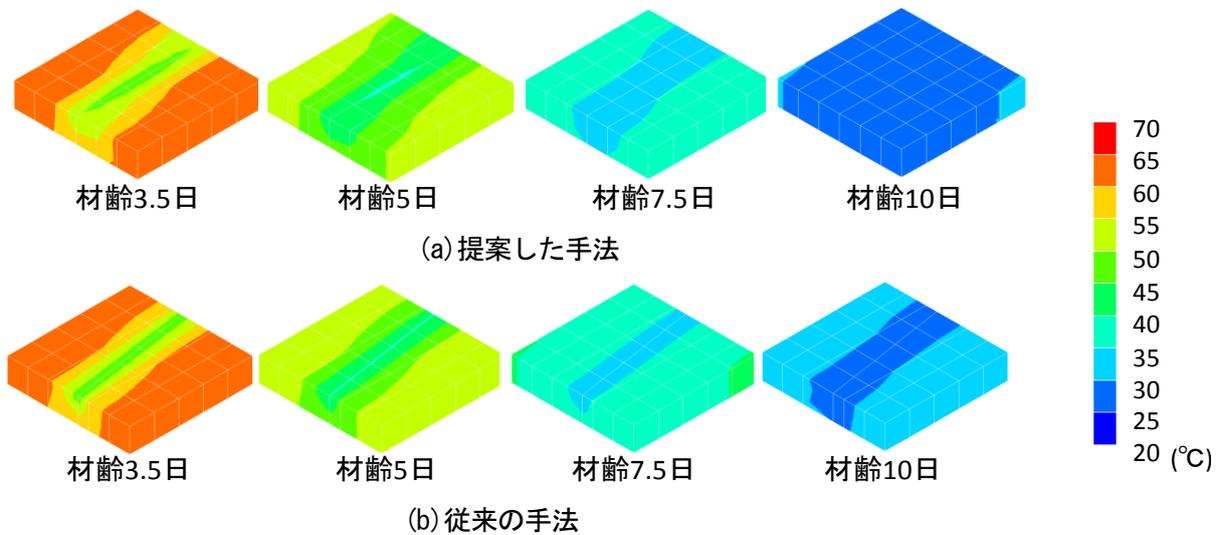


図-7 コンクリート温度の経時変化

ルに示す通りである。図-6 よりどちらの節点においても本研究で提案した手法と従来の手法における温度差は最大で2°C程度低くなっていることが確認され、従来の手法とはさほど大きな差は見られなかった。また図-7 に2つの手法によって得られたコンクリート温度分布の経時変化の結果を示す。分布図は材齢3.5日、5日、7.5日、10日とする。従来の手法では、パイプ周辺のコンクリートのみが温度が低下しているのに対して、提案した手法の場合では、温度低下領域が全体に広がっている様子が確認できる。また従来の手法と比較した場合にも大きな違いがないことが確認できた。

次に現実的な構造物を想定した橋脚のモデルでの数値解析が行えるか確認をした。解析対象モデルを図-8に示す。これは橋脚の1/4対象とし、初めにフーチングを打設し、その12日後に第1リフト、その15日後に第2を打設することを想定している。パイプは1m間隔で配置し、表面から1mの深さに設置した。表-2に熱特性値を示す。また簡単のため底面から打設直後に通水することを仮定した。図-9にパイプクーリングの有無による温度履歴の比較を示す。図より第1リフトおよび第2リフトそれぞれのパイプクーリングを考慮する場合は、考慮しない場合に比べて5°C程度低減されているため、パイプクーリングの影響が表わされていることが確認された。よって本手法は、現実的な構造物を想定したモデルでの数値解析が可能であると確認できたため、さらなる検証を行うことで現実的な問題にも適用が可能であると思われる。

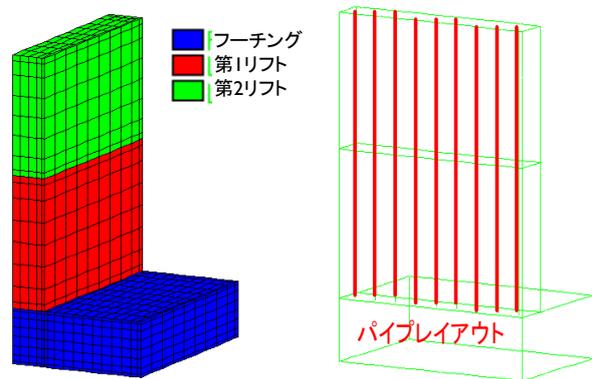


図-8 橋脚を想定した解析モデルとパイプレイアウト

表-2 使用した特性値

	フーチング	第1リフト	第2リフト
打設高	2.4m	5.7m	5.2m
打込温度	20°C	20°C	20°C
壁厚さ	3m		
壁長さ	18m		
水の密度	1000kg/m ³		
水の比熱	4.18kJ/kg°C		
パイプの直径	60mm		
流速	0.2m/sec		
コンクリートの熱伝導率	2.7W/m ² °C		
コンクリートの比熱	1.1kJ/kg°C		
コンクリートの密度	2300kg/m ³		
終局断熱温度上昇値	46.0°C	46.0°C	45.5°C
速度定数	1.104	1.104	1.321
外気温	20°C		

5. おわりに

提案した手法を用いて、パイプ要素がコンクリート要素節点に囚われないレイアウトでパイプクーリング解析を行い、従来の手法と比較および検討を行った。その結果、提案された手法は、従来の手法と同様な結果が得られた。今後は、多くの事例に対して数値解析を行い、従来の手法や実験結果と比較し、更に検証を進めたいと考えている。

謝辞

本研究の一部は、平成 24 年度私立大学戦略的基盤研究形成支援事業

「21 世紀型自然災害のリスク軽減に関するプロジェクト」で名城大学に設置された「自然災害リスク軽減研究センター」の助成を受けて実施されたものである。

参考文献

- 1) 田辺忠顕, 山川秀次, 渡辺朗: パイプクーリングにおける管壁面の熱伝導率決定ならびに冷却効果の解析, 土木学会論文集, 第 343 号, pp. 171-179, 1984. 3
- 2) 溝渕利明, 成田総一郎, 都築慶剛, 平戸裕之, 田辺忠顕: マスコンクリートにおけるパイプクーリングによる熱除去効果に関する研究, 土木学会論文集, No. 665, V-49, pp147-163, 2000. 12

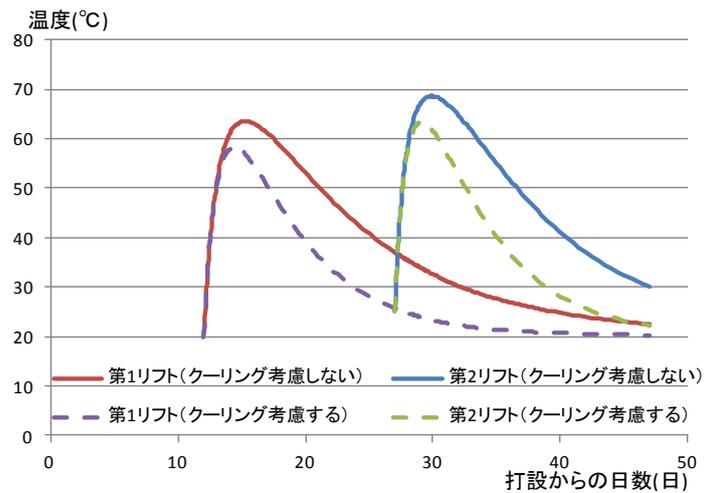


図-9 パイプクーリングの有無による温度履歴の比較