

(99) 外ケーブル方式連続桁のスリップおよびせん断変形を考慮した破壊解析

名古屋大学大学院 ○ Bui Khac Diep
 名古屋大学 木全 博聖
 名古屋大学 正会員 田辺 忠頭

1. はじめに

本研究は、外ケーブル方式PC連続桁のディビエーター部分でのケーブルのスリップと、はりのせん断変形を考慮した新たな解析手法を提案するものである。この定式化はエクストラードード橋桁にも直接的に応用が可能である。ここでは解析方法の精度を検証するために3例の連続桁実験と解析結果を比較し、極めて良い精度を有する事を確認した。

2. 既往の研究

外ケーブル方式PC桁の数値解析方法は参考文献¹⁾で詳しく述べられているため、ここでは本研究に関連性の高い既往の研究を紹介する。Virlogeux²⁾は外ケーブル方式PC桁の非線形解析モデルを開発したが、その定式化の中でディビエーターにおけるケーブル張力を、Cawley formulaを用いて計算している。

$$F_i e^{-(f\Delta\alpha_i + \phi\Delta l_i)} \leq F_{i+1} \leq F_i e^{(f\Delta\alpha_i + \phi\Delta l_i)} \quad (1)$$

ここで F_i, F_{i+1} はそれぞれセグメント(i), (i+1)におけるケーブル張力である。また f は摩擦係数、 $\Delta\alpha_i$ はケーブルの角度、 ϕ はケーブルの単位角あたりの摩擦係数、 Δl_i はディビエーター間の距離である。この関係がディビエーター部で成り立っている場合にはスリップは発生しないが、ケーブルが左右いずれかにスリップする場合には、 $F_{i+1} > F_i e^{(f\Delta\alpha_i + \phi\Delta l_i)}$ 、もしくは $F_{i+1} < F_i e^{-(f\Delta\alpha_i + \phi\Delta l_i)}$ となる。

また、河村ら³⁾もディビエーター部でのスリップを考慮した解析を行っている。その考え方はVirlogeuxと基本的に同じであるが、ケーブルのスリップと桁断面の変形関係とが切り離されて定式化されているために単なる弾性領域の計算であっても繰り返し計算が必要となり、その収斂性は必ずしも保証されていない。

本研究で示す定式化では、桁の曲げ変形時のみならずせん断変形時のスリップ、また荷重終局段階でのスリップについてもケーブルの変形と桁の変形との連成関係が完全に考慮され、かつVirlogeuxの行う収斂計算を行う必要がない。

3. 解析理論

3.1 PC鋼材の剛性マトリクス

PC桁の挙動はケーブルとコンクリートの付着によるところが大きい。完璧な付着が存在するならばケーブルとコンクリートのひずみは等しくなるが、付着が存在しない場合にはケーブルの配置場所におけるひずみがケーブルとコンクリートで異なる。しかしながら、ケーブルとコンクリートのひずみの積分値(のび量)はケーブルアンカー間では等しくならなければならないため、この関係は次式で表わすことができる。

$$\sum_{i=1}^n l_i \Delta\epsilon_{si} = \int_0^L \Delta\epsilon_{cs} dx \quad (2)$$

ここで、 $\Delta\epsilon_{si}, \Delta\epsilon_{cs}$ はそれぞれケーブル位置でのケーブルとコンクリート要素のひずみ増分である。 l_i は対象としているケーブル要素の長さ、

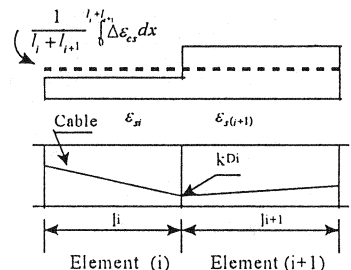


Fig.1. Strain difference at deviator

L はケーブル全体の長さである。ここでディビエーターによる摩擦を考慮すると、Fig.1 に示すようにディビエーターの両側でケーブルのひずみに差異が生じる。このひずみの差を、摩擦係数 k_{D_i} を用いて次のように表す。

$$\Delta \varepsilon_{s(i+1)} - \Delta \varepsilon_{s(i)} = \frac{k_{D_i}}{l_{i+1} + l_i} \int_0^{l_{i+1}+l_i} \Delta \varepsilon_{cs} dx \quad (3)$$

式(2)と式(3)をマトリックスの形にすると、以下のようになる。

$$\begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 & \dots & \dots & l_{n-1} & l_n \\ -1 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_{s1} \\ \Delta \varepsilon_{s2} \\ \Delta \varepsilon_{s3} \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta \varepsilon_{s(n-1)} \\ \Delta \varepsilon_{sn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_0^l \Delta \varepsilon_{cs} dx \\ \frac{k_{D_1}}{l_1 + l_2} \alpha_1 \\ \frac{k_{D_2}}{l_2 + l_3} \alpha_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \frac{k_{D(n-1)}}{l_{n-2} + l_{n-1}} \alpha_{n-2} \\ \frac{k_{Dn}}{l_{n-1} + l_n} \alpha_{n-1} \end{bmatrix} \quad \rightarrow [M] \{ \Delta \varepsilon_s^e \} = [N] \{ d^e \} \quad (4)$$

ここで、 $\alpha_k = \int_0^{l_{k+1}+l_k} \Delta \varepsilon_{cs} dx$ である。そして式(4)よりケーブルのひずみは次のように表すことができる。

$$\{ \Delta \varepsilon_s^e \} = [M]^{-1} [N] \{ d^e \} = [C] \{ d^e \} \quad (5)$$

増分型ポテンシャル最小の原理に基づいて、プレストレスケーブルのマトリックスは次のようになる。

$$K_s = \frac{\partial \Delta U_s}{\partial d} = \iiint (E_s A_s l_i [C]^T [C]) dV \quad (6)$$

ここで、 E_s , A_s , l_i はそれぞれ弾性係数、ケーブルの断面積、ケーブル長であり、 $[C]^T [C]$ は $[C]$ と表わされる。

3.2 コンクリート要素の剛性マトリクス

はり要素の定式化についてここでは一般的なものは示さず、せん断変形に関する定式化のみを示す。Fig.2 に示すような x , y 座標系において、軸力 P 、せん断力 Q 、モーメント M の作用するはり要素を考える。

x , y 方向のはりの変位をそれぞれ、 u_x , v_y とすると、次式のように表すことができる。

$$u_x = u - y \frac{\partial v_b}{\partial x}, \quad v_y = v_b + v_s \quad (7)$$

ここで、 u , v_b , v_s はそれぞれ、軸力、モーメント、せん断力により生じる変位増分である。軸ひずみ ε_x 、せん断ひずみ γ_{xy} は、高次項を無視した次式により得られる。

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} - y \frac{\partial^2 v_b}{\partial x^2}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial v_x}{\partial x} = -\frac{EI}{GA} \frac{\partial^3 v_b}{\partial x^3} \quad (8)$$

式(7), (8)より、トータル変位 v_y は次式のようになる。

$$v_y = v_b + v_s = v_b - k \frac{\partial^3 v_b}{\partial x^3} \quad (9)$$

ここで $k = EI/GA$ である。また、それぞれの変位は節点変位により以下のように表すことができる。

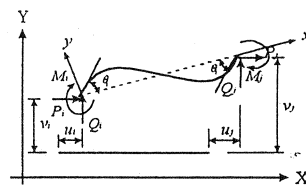


Fig.2. Beam element

$$v_b = [N_{vb}] \{d^e\}; v_s = [N_{vs}] \{d^e\}; v_r = [N_{vr}] \{d^e\};$$

$$u = [N_u] \{d^e\}; \{d^e\}^T = [u_1 \quad v_1 \quad \theta_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad \theta_2] \quad (10)$$

ここで, $[N_{vb}]$, $[N_{vs}]$, $[N_{vr}]$, $[N_u]$ はそれぞれ, 曲げ変形, せん断変形, トータル変形, 軸変形に関する形状関数マトリクスである. また $\{d^e\}$ は節点変位ベクトルである.

式(8)より, 軸ひずみ ε_x とせん断ひずみ γ_{xy} は次式のようなマトリクス形式で表すことができる.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [N_{v_x} - \nu N_{v_y}] \\ [N_{v_y}] \end{bmatrix} [d^e] = \begin{bmatrix} [A] \\ [B] \end{bmatrix} [d^e] \quad (11)$$

また, 仮想仕事の原理を用いてコンクリート要素の剛性マトリクス $[K_c]$ は次式のように得られる.

$$[K_c] = \iiint_{dV} [A]^T E [A] dV + \iiint_{dV} [B]^T G [B] dV \quad (12)$$

ここで, E , G はヤング率とせん断係数であり, マトリクス $[A]$, $[B]$ は曲げとせん断変形を考慮したマトリクスである.

4. 解析例

ここでは異なった断面と載荷状態を有する3種類の外ケーブル方式PC連続ばりの解析例を示すが, 解析における3つの仮定を以下に示す.

1. 断面内の変形は平面保持の法則に従う
2. せん断変形を考慮する
3. ケーブルと, それに沿ったコンクリート部分のトータル変位は適合条件を満たす

なお, 解析に用いた応力-ひずみ曲線および材料特性は, 参考文献4)~6)に示されているものを用いている.

4.1 [解析例1] フランジ断面を有するはり

はじめに2径間連続外ケーブルPCはりの実験⁴⁾を解析的に評価する. Fig.3に示すように, 右側スパンが左側スパンの3割となるような荷重条件となっている. 摩擦係数 k_{D1} は, ケーブル両端が完全に固定され, そしてディビエーターと中央のサポートケーブル部ではケーブルのすべりを許容する事を仮定した上で決定される. ディビエーター部の摩擦係数については後で考察するが, D1, D2についてはそれぞれ0.85と0.81を用いることにする.

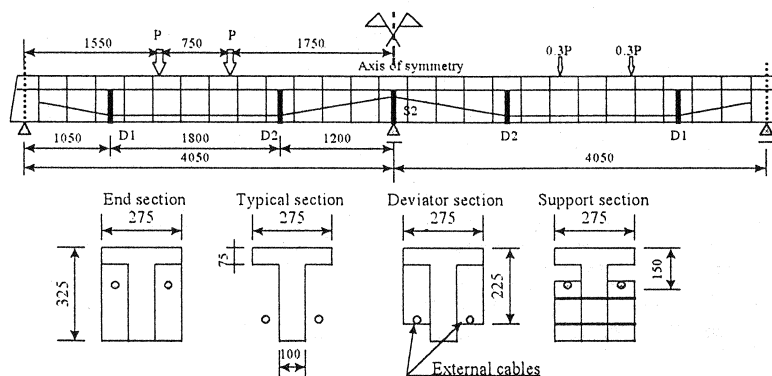


Fig.3. Layout scheme of two span continuous beam (Dimension in mm)

Fig.4 は左右スパン中央部の荷重-変位関係をそれぞれ示している。最初のひび割れが引張側に発生したのは荷重が33.6[kN]に到達した時であり、スパン中央と支点上の圧縮域でコンクリートが圧縮破壊を生じたのは、それぞれ72.4[kN], 72.85[kN]の時であった。コンクリートが圧壊後に荷重が急激に減少するが、変位は構造物が完全に破壊するまで徐々に増加する。Fig.4 より、解析結果は実験実験とほぼ一致していることがわかる。右側スパンは左側の3割の荷重が与えられているが、変形の形には凸となり、右側の支点反力はその他の2つの支点反力とは逆向きになる。最大反力は、実験値が左側・中央・右側支点についてそれぞれ29.0[kN], 68.0[kN], -1.0[kN]であるのに対し、解析結果は28.15[kN], 65.31[kN] - 1.38[kN]となり、非常に近い値が得られた。

Fig.5 はせん断変位とトータル変位を示している。最下荷重がおよそ58[kN]に達するまでは、せん断変形は非常に小さい。その後せん断変形は急速に増加し、終局状態におけるトータル変位の約17%に達した。中間支点部のケーブルのスリップは、ケーブルの伸びとケーブル配置部分のコンクリートの伸びの差から求められる。

$$\Delta l = \int_0^l \epsilon_{st} dx - \int_0^l \epsilon_{cs} dx \quad (13)$$

ここで ϵ_{st} , ϵ_{cs} はそれぞれケーブルのひずみとケーブルが位置する部分のコンクリートのひずみである。終局状態において、この場合の解析結果では、中間支点部分のケーブルのスリップ量は左スパン側へ2.4[mm]であったが、実測値がないために正確な比較は出来ない。

なお、このようなスリップ量が解析的に得られる事で、ディビエーター自身の設計にも何らかの寄与が可能と考えられる。

4.2 [解析例2] 矩形断面を有するはり

ここでは1スパンが7.0[m]の2径間連続P Cはりの実験⁵⁾に対する解析的評価を行う。Fig.6 にはりの概要を示す。中間支点でケーブルは完全に固定されているためにケーブルはスリップしないと仮定し、ディビエーターD1とD2の摩擦係数はそれぞれ0.78と0.9とした。

Fig.7 は、右側スパンにおける最大モーメント作用点の荷重-変位関係を示している。荷重が134.2[kN]に達した時に最初のひび割れが発生し、311.8[kN]に達した時にスパン中央でコンクリートの圧壊が生じる。左右スパンの最大たわみはそれぞれ52.5[mm], 52.6[mm]である。ピーク点に到達後、荷重は急激に減少し、右側のスパンでコンクリートの圧壊が生じた。解析で得られた荷重-変位関係は実験結果と十分に一致して

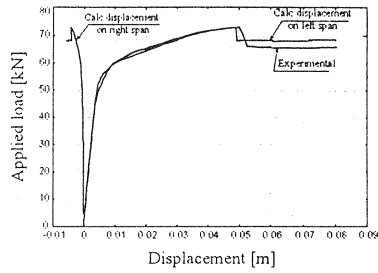


Fig.4. Load-displacement relationship

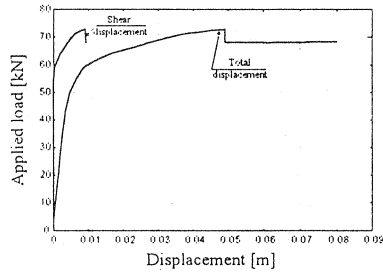


Fig.5. Shear displacement

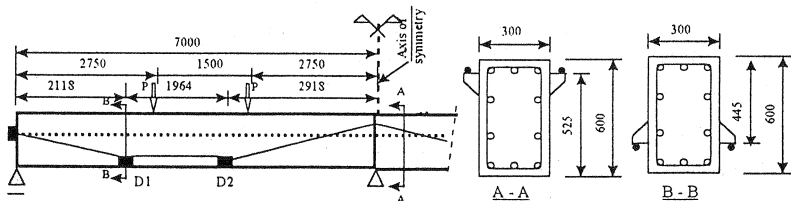


Fig.6. Layout scheme of two continuous span (Dimension in mm)

いる。左側のスパンに対しても同様な結果が得られた。また Fig.7 を見ると、荷重が 230[kN]より小さい場合には、せん断変形は極めて小さいことがわかる。しかし荷重がさらに増加するとせん断変形は徐々に大きくなり、終局段階ではトータル変位の約 12%に達する。

Fig.8 は、荷重に対するケーブル応力の変化を示している。解析結果は実験結果と非常に良く一致している。終局段階のケーブル応力はほぼ 366[N/mm²]に達し、最終的にケーブル応力はプレテンションの応力を含めて、ケーブルの降伏強度の約 80%にまで達する。

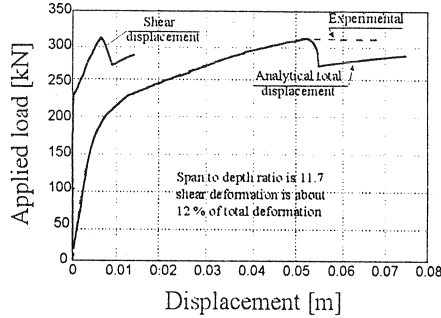


Fig.7. Load - displacement relationship

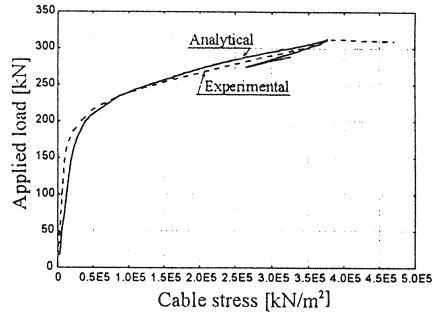


Fig.8. Increase of cable stress against applied load

4.3 [解析例3] 箱形断面を有するはり

3 番目の例として、箱形断面を有する 3 スパン連続はりの実験⁶⁾についての検討を行う。Fig.9 に示されるように、左側スパンのみ荷重が与えられる。支点上の断面でケーブルはアンカーで固定されているためにスリップは発生しないため、これらの部分の摩擦係数は 1.0 である。その他のディビエーターの摩擦係数は Table 1 に示す値を用いた。

Fig.10 は、左側のスパン中央部分の荷重-変位関係を、はりのトータル変位とせん断変位について示している。解析結果が実験結果と良好に一致しているのが分かる。スパン中央の断面の最大変位はおよそ 4.5[cm] である。せん断変形の影響はかなり小さく、最大でも終局状態でのトータル変位の約 4% であるが、その理由は高さスパン比が $h/l = 18.75 > 12$ と大きいためであると考えられる。さらに、試験供試体は実構造物の縮小スケールであり、せん断変形の影響を無視できるように設計されたものであると考えられる。

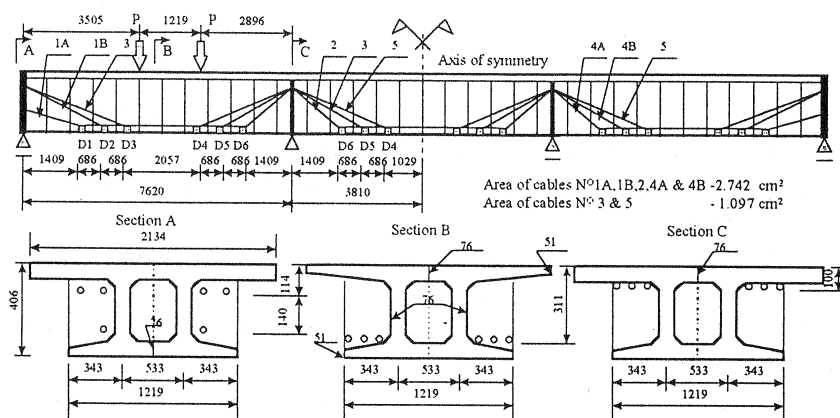


Fig.9. Layout scheme of three continuous span (Dimension in mm)

4.4 摩擦係数に関する考察

式(5)よりデビエーターの摩擦係数 k_{D_i} はCoulomb摩擦ではないことがわかるが、これについては現在のところあまり知られていない。デビエーターにおける2つの極端なケース、すなわち完全スリップと完全固定の場合を考える。 $k_{D_i}=0$ はケーブルひずみがデビエーターの両側で等しい状態、つまりケーブルがデビエーター部で拘束されることなく自由に移動できる状態を表している。一方、 $k_{D_i}=1.0$ はデビエーターの左右のケーブルひずみの差が近似的に最大となる場合である。デビエーターとケーブルの摩擦状態を決定する最も大きな要因は、水平軸に対するケーブルの角度である。本研究では、摩擦係数がケーブルの角度とともに増加する関数であり、0から1.0の範囲の値を取ると考えた。3つの計算例において最も妥当な値を与えた摩擦係数をケーブルの角度との関係で示すとFig.11に示す関係が得られた。

5. 結論

解析結果より、以下のような結論が得られた。

1. 本研究で示した解析手法を用いることにより、外ケーブルP-C桁の挙動を、終局状態に至るまで正確に評価する事が可能である。
2. 荷重-変位関係は、解析結果と実験結果が一致した。弾性域ではせん断変位が非常に小さいが、軟化後は急激に増加した。3つのモデルの解析結果では、せん断変形は全体変位のそれぞれ17%、12%、4%であった。
3. 摩擦係数はケーブル角度の増加とともに増加する。軟化後の摩擦係数は一定ではないと考えられるので、より正確な結果を得るためには載荷状態に従って変化させる必要があると考えられる。

Table 1. Friction coefficients

Cable N°	Deviator	Friction coefficient
Cable 1A	D1	0.70
	D6	0.95
Cable 1B	D2	0.75
	D5	0.81
Cable 3	D3	0.70
	D4	0.72

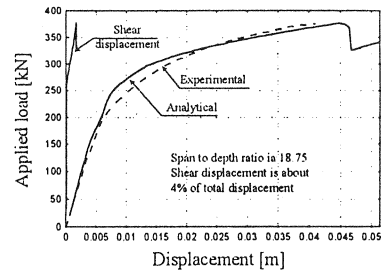


Fig.10. Load-displacement relationship

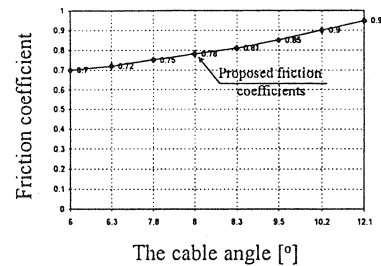


Fig.11. Friction coefficient-cable angle relation

参考文献

- 1) F.M.ALKHAIRI and A.E.NAAMAN "Analysis of Beams Prestressed With Unbonded Internal and External Tendons" Journal of Structural Engineering ASCE, Vol 119, Sep-1993, pp2680-2700
- 2) M. VIGLOGEUR "Non-Linear Analysis of Externally Prestressed Structures" Proceeding of the Symposium, Jerusalem, Sep4-9, 1988, pp,319-340
- 3) 河村直彦、大浦隆：デビエーターでの摩擦を考慮した外ケーブル方式P-C桁の非線形解析、第5回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム論文集、1995年10月
- 4) T.ARAVINTHAN and et.al. "Flexural behavior of two span continuous segmental PC beams with external tendons" JCI, Vol.18, No2, 1996, pp1121-1126.
- 5) 梅津健司・藤田学・玉置一清・山崎淳：外ケーブル方式二径間連続はりの曲げ終局耐力に関する研究、コンクリート工学年次論文報告集 Vol17, No2, 1995, pp743-748.
- 6) R.J.G.MACGREGOR and et.al. "Strength and Ductility of a Three Span Externally Post Tensioned Segmental Box Girder Bridge Model" External Prestressing in Bridges-ACI Sp120, pp315-338