

## (17) 斜張橋並列ケーブルにおける新しい制振手法の研究

住友建設(株) 土木本部土木設計部 ○正会員 中村 收志  
 清水建設(株) 土木本部技術第一部 大野 浩  
 飛鳥建設(株) 技術本部土木技術開発部 武藤 正人  
 住友建設(株) 土木本部土木設計部 正会員 近藤 真一

### 1. はじめに

斜張橋のケーブルは、設計張力に対するケーブル容量の関係、および施工性への配慮などから複数本のケーブルを並列配置する場合がある。この並列ケーブルを用いた場合、ウェークギャロッピングが生じやすいことはよく知られている。この現象は、風上側ケーブルのウェーク（後流）によって風下側ケーブルが振動するもので、低風速から広い範囲で発生し、大きな振幅となる。その制振対策としては、従来一般的な桁位置ダンパーでは対処することが困難なことから、ケーブルをワイヤーなどで連結する方法がよく用いられているが、連結ワイヤーの疲労による破断、連結点間のサブスパン振動、および景観に対する悪影響などが指摘されている。

本研究は、ウェークギャロッピングの風下側ケーブルのみが振動する特性に着目した、2本のケーブル間に減衰機能を有するスペーサを設置する構造力学的な制振手法について、その効果を考察するものである。

### 2. 減衰付加型スペーサの原理

本研究の制振手法は、2本のケーブル間に高減衰ゴムや粘性体などの減衰材を装着したスペーサにより、減衰を付加してケーブルの振動を抑えるものである。その概念図を図-1に示す。風下側のケーブルが振動を起こすと、このスペーサにより風上側のケーブルにも振動が伝えられる。図-2は、各ケーブルを1質点とし、各質点をケーブルの幾何剛性相当のバネで支持し、その間をバネと粘性減衰でモデル化したスペーサで連結した2質点系モデルである。ケーブルの振動をエネルギー原理から見ると、ケーブルの長さをL、ケーブル張力をN、単位長さ当たりの質量を $\rho A$ とすれば、振動エネルギーEは、運動エネルギーUとポテンシャルエネルギーTの和として式(1)で表される。

式(1)は、一般的な形であり、これを1次モードに限定すると式(2)が得られ、質点の質量Mおよびバネ定数Kで表すと式(3)が得られる。

$$E = T + U = \frac{\rho A}{2} \int_0^L \dot{w}(X, t)^2 dx + \frac{N}{2} \int_0^L \left( \frac{\delta w}{\delta x} \right)^2 dx \quad (1)$$

$$= \frac{\rho AL}{4} \dot{w}(X = L/2, t)^2 + \frac{N\pi^2}{4} w(X = L/2, t)^2 \quad (2)$$

$$= \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} K x^2 \quad (3)$$

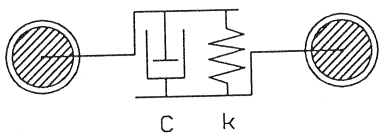
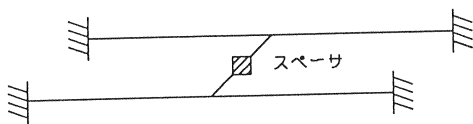


図-1 減衰付加型スペーサの概念図

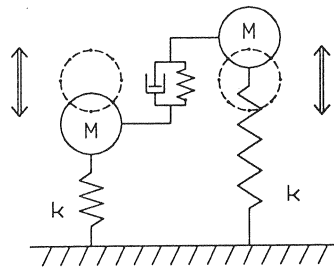


図-2 2質点系モデル

外力を受けて振動する場合、運動方程式は外力を  $f(t)$  とし、そのときの応答を  $x(t)$  とすると、

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (4)$$

となる。式(4) に  $x$  をかけて 0 から  $t$  まで積分すると式(6) を得る。

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m\dot{x}^2 + \frac{1}{2} kx^2 \right) = x\dot{f}(t) - c\dot{x}^2 \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} m\dot{x}^2 + \frac{1}{2} kx^2 = \int_0^t f(t)\dot{x}dt - \int_0^t c\dot{x}^2 dt = \int f(t)dx - \int c\dot{x}dx = W - D \quad (6)$$

ここで、 $W$  を外力のなす仕事 (空気力により付与されるエネルギー)、 $D$  を減衰力のなす仕事 (減衰付加型スペーサにより放出されるエネルギー) とすると式(3) および式(6) から、

$$E = T + U = \frac{1}{2} m\dot{x}^2 + \frac{1}{2} kx^2 = W - D \quad (7)$$

となる。すなわち、ウェークギャロッピングによる振動は、ケーブルの振動エネルギー  $E = T + U$  であり、同時に減衰エネルギー  $D$  が外部に放出されることがわかる。なお、それぞれのケーブルの減衰振動は、図-3 のようになり、対数減衰率は式(8) で表せる。

$$\delta = \frac{1}{2} \ln \frac{E_n}{E_{n+1}} \quad (8)$$

### 3. 減衰付加型スペーサの特性とその制振効果

#### 3-1 検討の目的と方法

3次元解析モデルにより、減衰付加型スペーサの構造特性および減衰効果を複素固有値解析を実施して確認する。ケーブルは、梁要素としてモデル化した。要素分割は、24等分とし、減衰付加型スペーサは、図-1 に示した概念図のように、ダッシュポット、バネおよび剛体要素でモデル化した。解析に用いるケーブルは、SEEEケーブルF360T を想定した。ケーブル諸元を表-1 に示す。

#### 3-2 ケーブルの振動モード

3次元複素固有値解析により算出される振動モードの中からウェークギャロッピングによる振動モードを抽出する。並列ケーブルの振動モードには、2本のケーブルが、同位相に振動するモードも発生する。しかし、本研究では並列ケーブルのウェークギャロッピングによる振動に着目しているため、鉛直方向の逆位相モードについてのみ減衰効果を検討する。対象とする鉛直方向逆位相の振動モードを図-4 に示す。

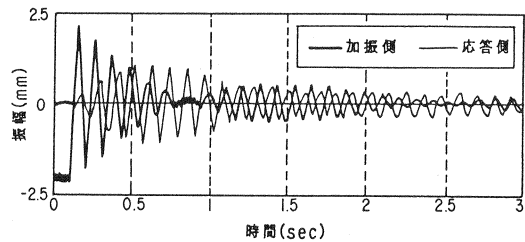


図-3 減衰振動波形

表-1 ケーブル諸元

ケーブル構成	19×φ12.7
ケーブル長さ	$L = 96.46m$
ケーブル外径	$D = 83.5mm$
単位長さ当りの質量	$m = 1.891 \times 10^{-3}t/m$
質量慣性モーメント	$m_{JP} = 1.041 \times 10^{-6}tf \cdot m^2/m$
ケーブル張力	$T = 165tf$
みかけのねじり剛性	$GJ = 0.511tf \cdot m^2$
鉛直方向振動数	$f = 1.500Hz$
ねじり振動数	$f_{\theta} = 3.558Hz$

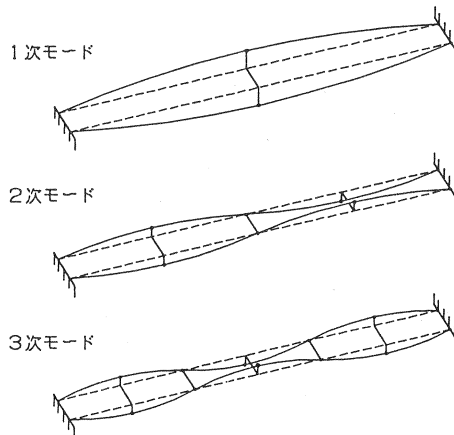


図-4 鉛直方向逆位相の振動モード

### 3-3 スペーサの粘性減衰係数およびバネ定数の最適値

減衰付加型スペーサをケーブルの中央に単数配置した場合について、減衰付加型スペーサの最適粘性減衰係数およびバネ定数の検討を行った。スペーサの粘性減衰係数とケーブルに付加される対数減衰率との関係を図-5に、バネ定数と付加対数減衰率との関係を図-6に示す。ケーブルに付加される対数減衰率は、逆位相の1次モードに対するものである。この図から、スペーサのバネ定数が大きくなると、ケーブルに付加される減衰は小さくなること、およびスペーサの粘性減衰係数には最適値があり、本モデルのケーブルでは対数減衰率0.18程度を付加できることがわかる。

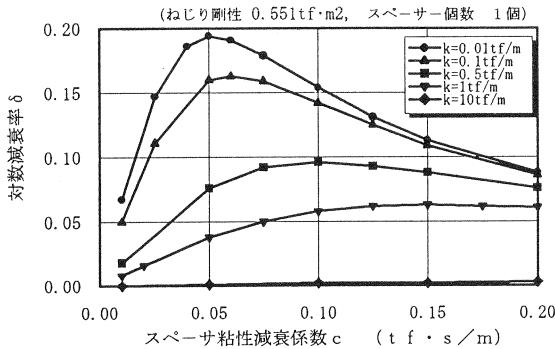


図-5 粘性減衰係数  $c$  と対数減衰率  $\delta$  の関係

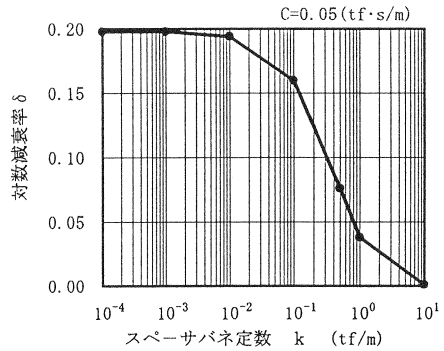


図-6 バネ定数  $k$  と対数減衰率  $\delta$  の関係

### 3-4 ケーブルのねじり剛性が対数減衰率に及ぼす影響

減衰付加型スペーサで2本のケーブルを連結すると、ケーブルの振動によってケーブルにねじれが生じる。このねじれ角は、ケーブルのねじり剛性に関係するため、その影響を検討した。スペーサをケーブル中央に単数配置し、ケーブルのねじり剛性を変化させた場合のケーブルに付加される対数減衰率を図-7に示す。

この図から、ケーブルのねじり剛性が増加するとケーブルに付加される対数減衰率が線形的に増加することがわかる。

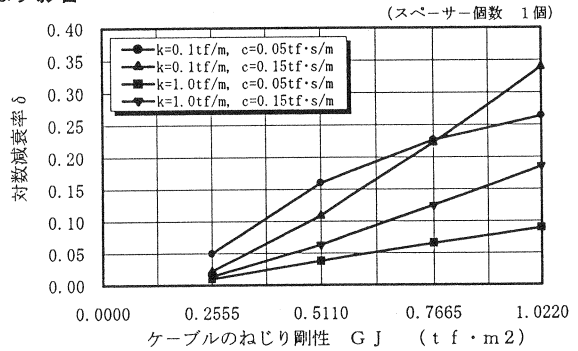


図-7 ねじり剛性と対数減衰率  $\delta$  の関係

### 3-5 配置個数の検討

減衰付加型スペーサを複数配置した場合についての検討を行った。スペーサは、図-8に示すように等分点に配置した。スペーサの特性値は、すべて同一とし、バネ定数を  $k = 0.10 \text{ tf/m}$  のスペーサを単数配置した場合の最適定数に係数  $\alpha$  を乗じて、ケーブルに付加される対数減衰率とスペーサの最適粘性減衰係数の関係を検討した。その結果を配置個数別に表-2および図-9~12に示す。横軸の  $\alpha$  は、スペーサ単数配置に対する最適定数 ( $c = 0.05 \text{ tf}\cdot\text{s/m}$ ,  $k = 0.10 \text{ tf/m}$ ) を 1.0とした場合の係数である。

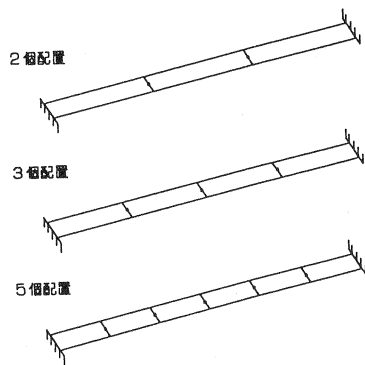


図-8 スペーサを複数個配置した解析モデル

これらの図から、低次モードでは、配置個数を増加させるとスペーサの最適粘性減衰係数は、単数配置の時に比べて若干低くなること、配置個数が多くなるほど、高次モードまで減衰を付加できること、および高次モードになるに従い、最適粘性減衰係数が若干高くなることわかる。

表-2 配置個数別付加対数減衰率

個数	モード別最大対数減衰率		
	1次モード	2次モード	3次モード
1	0.160	—	0.029
2	0.178	0.149	—
3	0.186	0.178	0.137
5	0.190	0.198	0.187

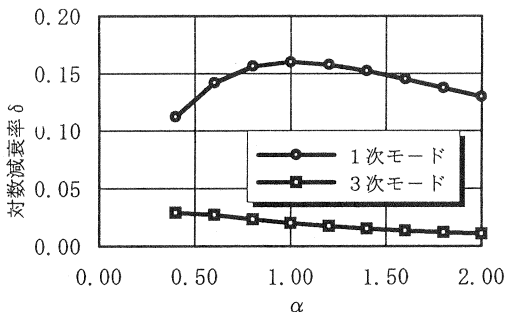


図-9 スペーサ1個の場合

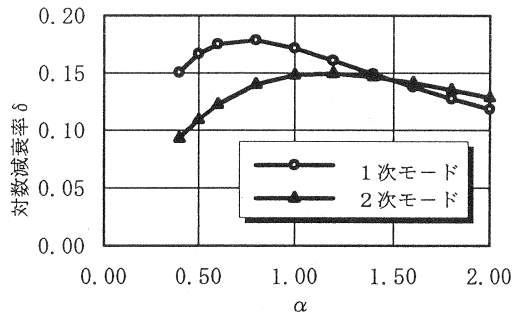


図-10 スペーサ2個の場合

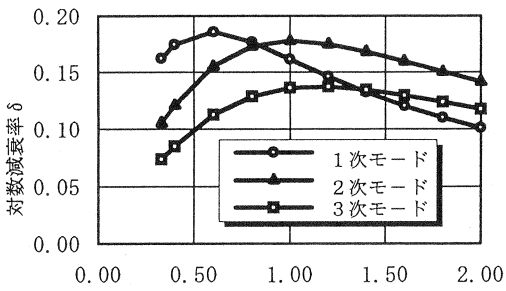


図-11 スペーサ3個の場合

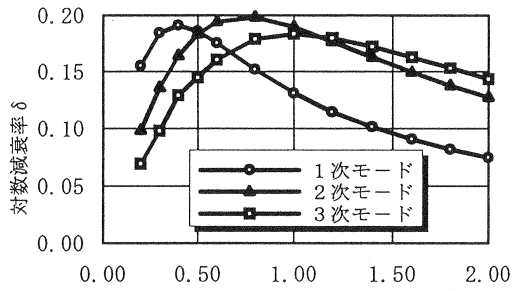


図-12 スペーサ5個の場合

#### 4. 減衰付加型スペーサの簡易設計法

##### 4-1 解析モデルの簡略化

ここでは、解析モデルを簡略化してケーブルに付加される対数減衰率の簡易算出式を導く。ウェークギャロッピングの特性から鉛直方向の逆位相1次モードのケーブル振動に着目すると、3次元解析モデルは図-13に示したようにケーブルのねじり剛性と質量慣性モーメントを合成バネに置き換え、1ケーブル2次元モデルに簡略化することができる。さらに、ケーブルの幾何剛性をバネに置き換えると図-14のような1質点系モデルに置換することができる。

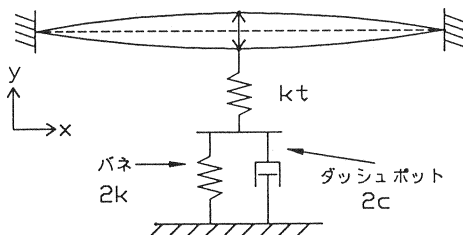


図-13 1ケーブル2次元モデル

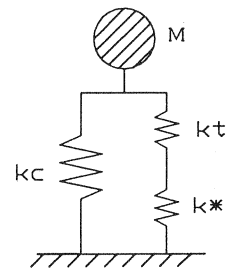


図-14 1質点系モデル

4-2 付加対数減衰率の簡易式

図-14の1質点系モデルの固有値を算出するため、減衰付加型スぺーサのバネとダッシュポットを次式により複素バネ $k^*$ として表す。

$$k^* = 2k + i(2\omega c) \quad (9)$$

上記の系の固有円振動数 $\omega$ が、ケーブルの固有円振動数 $\omega_0$ と等しいと仮定し、全体の合成バネ定数 $K^*$ を求めらる。

$$\omega = \omega_0 = \sqrt{k_c/M} \quad (10)$$

ここに、 $k_c$  : ケーブルの幾何剛性を考慮したバネ定数

$M$  : ケーブルの質量

これにより、固有値を求めることができる。

ケーブルの質量慣性モーメントを考慮した質量 $M\theta$ とねじり剛性を考慮したバネ定数 $k\theta$ を、次式によってバネ定数 $k_t$ に取り込む。

$$k_t = k\theta - \omega^2 M\theta \quad (11)$$

全体の合成バネ定数 $K^*$ および複素固有値 $p$ は、次式となる。

$$K^* = \frac{k^* k_t}{k^* + k_t} + k_c = a + ib \quad (12) \quad p = \sqrt{-\frac{K^*}{M}} = \left( \sqrt{\frac{a}{M} + i \frac{b}{M}} \right) i \quad (13)$$

これより、固有振動数 $f$ および減衰定数 $h$ は次式で求まる。

$$f = \frac{Im(p)}{2\pi} = \frac{r}{2\pi} \cos \frac{\theta}{2} \quad (14) \quad h = -\frac{Re(p)}{Im(p)} = \tan \frac{\theta}{2} \quad (15)$$

ここに、
$$r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{M}} \quad \theta = \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

また、対数減衰率は、

$$\delta = \frac{2\pi h}{\sqrt{1 - h^2}} \quad (16)$$

であるが、
$$\delta \approx 2\pi h = 2\pi \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \approx \pi \frac{b}{a} \quad (17)$$

とすると、付加対数減衰率は次式により算出できる。

$$\delta = \frac{2\pi \sqrt{k_c/M} \cdot k_t^2 \cdot c}{4(k_c + k_t)k^2 + 2(2k_c + k_t)k_t \cdot k + 4(k_c + k_t)k_c/M \cdot c^2 + k_c \cdot k_t^2} \quad (18)$$

ここに、

$$\begin{aligned} k_t &= k\theta - k_c \frac{M\theta}{M} & k\theta &= \frac{16GJ}{H^2 L} & k_c &= \frac{\pi^2 T}{2L} \\ M &= \frac{1}{2} mL & M\theta &= \frac{4M_{ip}}{H^2} & M_{ip} &= \frac{3}{8} m_{ip} L \end{aligned}$$

$L$  : ケーブルの長さ(m)

$H$  : 並列ケーブルの間隔(m)

$m$  : ケーブルの単位長さ当たりの質量(t/m)

$m_{ip}$  : ケーブルの単位長さ当たりの質量慣性モーメント(t・m<sup>2</sup>/m)

$T$  : ケーブルの張力(tf)

$GJ$  : ケーブルのねじり剛性(tf・m<sup>2</sup>)

$k$  : スぺーサのバネ定数(tf/m)

$c$  : スぺーサの粘性減衰係数(tf・s/m)

式(18)は、逆位相1次モードについて導いたものである。スペーサ配置個数の検討で述べたように、スペーサを複数配置することにより付加できる減衰は、単数配置の場合から推定できるため、設計ではこの式を用いて減衰付加型スペーサの材料定数を決定すればよい。

#### 4-3 簡易式の精度

3次元複素固有値解析で得られたケーブルに付加される対数減衰率と簡易式から求まる対数減衰率を比較した結果を図-15に示す。簡易式による付加対数減衰率は、3次元複素固有値解析で得られる値より最大値で4~7%程度大きくなるものの、最適値は、ほぼ一致しており、簡易式は設計上十分な精度を有しているといえる。

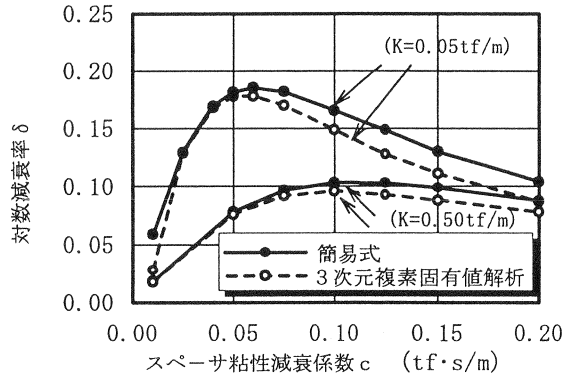


図-15 3次元複素固有値解析と簡易式の比較

#### 5. まとめ

本研究では、並列ケーブルのウェークギャロッピング対策として、減衰付加型スペーサを用いた場合の振動特性を検討したが、得られた知見を要約すれば以下ようになる。

- ①減衰付加型スペーサには、ケーブル条件によってそれぞれ最適粘性減衰係数が存在し、ケーブルに付加される対数減衰率は、スペーサのバネ定数が小さいほど増加する。
- ②減衰付加型スペーサにより、ケーブルに付加される対数減衰率は、ケーブルのねじり剛性が大きいほど増加する。
- ③減衰付加型スペーサの配置個数を増加させた場合、付加対数減衰率を大幅に増加させることはできないが、高次モードの振動まで減衰を付加することができる。
- ④付加対数減衰率の算出に簡易式を用いることで、ケーブル条件にあわせて容易に減衰付加型スペーサの最適粘性減衰係数を算出することができる。

#### 6. おわりに

本研究によって、減衰付加型スペーサによってケーブルに減衰効果を付加できることがわかったが、ウェークギャロッピングを完全に抑えることができるか否かについては、より詳細な検討が必要である。

なお本研究は、建設省土木研究所、勸土研センター並びに民間15社による「斜張橋並列ケーブル耐風制振に関する共同研究」の一環として行ったものである。

#### 参考文献

- 1) 勸国土開発技術研究センター：斜張橋ケーブルの耐風性に関する検討報告書，1989年2月
- 2) 藤田・近藤：並列配置された斜張ケーブルの風による一振動事例，PC技術協会第1回シンポジウム論文集，pp. 271~274, 1990年10月
- 3) 春日：ケーブル制振用ダンパーの最適減衰係数に関する研究，構造工学論文集，VOL. 37A, pp. 799~804, 1991年3月
- 4) 建設省土木研究所，勸土研センター並びに民間15社：斜張橋並列ケーブル耐風制振に関する共同研究報告書（その2），1994年9月
- 5) 松元・中井・近藤・中村：並列ケーブルの減衰スペーサーに関する研究，土木学会第49回年次講演会，I-538, pp. 1074~1075, 1994年9月